

POMORSKI FAKULTET - KOTOR

BRODOMAŠINSTVO

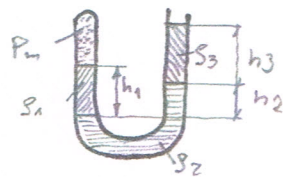
POMORSKA ELEKTROTEHNIKA
NAUTIKA I POMORSKI SAOBRAĆAJ

TEHNIČKA MEHANIKA I HIDROMECHANIKA

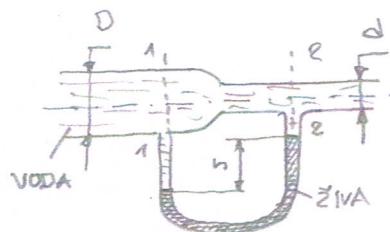
TEORIJA I ZADACI

3. KOLOKVIJUM

• HIDROSTATIKA



• HIDROMECHANIKA



14.11.2017

HIDROMEKANIKA

MEKANIKA FLUIDA ILI MEKANIKA TEČNOSTI I GASOVA JE KLASNA DISCIPLINA KOJA SE BAVI PROUČAVANJEM KLASIČNE MEKANIČNE MIKRODINAMIKE FLUIDA I PROUČAVANJEM KRETANJA IZVINTNO OD TEGA DA LI SE BAVI PROUČAVANJEM TEČNOSTI ILI GASOVA. NAJVAŽNIJE DISCIPLINE KOJE SE BAVI PROBLEMINA PRIMENE TEORIJSKIH I EKSPERIMENTALNIH REZULTATA U PRAKTIČNEJUBHE ZAVISE HIDRAULIKA I PNEUMATIKA.

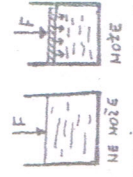
HIDROMEKANIKA (MEKANIKA TEČNOSTI) SE ZAVISI OD TEGA DA LI DEBUČAVA MIKRODINAMIKE ILI KRETAJNE TEČNOSTI DIJELE NA HIDROSTATIKU I HIDRODINAMIKU.

HIDROSTATIKA

1. FIZIČKA SUJSTVA TEČNOSTI

- TEČNOST ZAVIŠTA OBLIK SUDA U KOME SE KALAZI. RAZLIKA IZMEĐU TEČNOSTI I ČVRSTIH TIJELA JE U TOME ŠTO JE VEĆA IZMEĐU MOLEKULA (OJELIČ) POZBEĆU I PEILAGODAVAJU OBLIKU SUDA U KOME SE KALAZE.
- SLOBODNA POUŠIŠNA TEČNOSTI KOJA MIKRUJE VE HORIZONTALNA.
- NA TEČNOST NE MOGU DJELOVATI KONCENTRISANE SILE, VEĆ SAHO KONTINUALNO RASPOREĐENI OPIREĆIJE PO POUŠIŠI (SLIKA) I NASTALO UPB. OD KONCENTRISANE SILE.
- POD DJELEČEM TEČNOSTI SE PODRZUMIJEVA DIO TEČNOSTI VEĆMA MALIH DIMENZIDA VZET U OBLIKU KOŠI JE NAJPOGODNIJI ZA RAZMATAVANJE ČUPB. ELEMENTARNI KVADAR)
- GUSTINA FLUIDA ρ JE ODNOS MASE FLUIDA - m I ZAPREMINE - V U KOJ JOJ JE SMJEŠTEN FLUID:

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$



GENERALNO POSMOTRANO GUSTINA TEČNOSTI JE PROMENLJIVA VELIČINA JEE ZAVISI OD PRITISKA I TEMPERATURB T. $\rho = \rho(p, T)$. KOJ NARVE-CEG BEOJA PRAKTIČNIH PROBLEMA SE SA DOVOLJNOM TAČNOŠĆU MOJE VZETI DA JE GUSTINA KONSTANTNA T. J. KONST. ZA VOOU JE $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. AKO JE GUSTINA KONSTANTNA U OUVIRU POSMOTRANE ZAPREMINE U STA-BOJ TAJLI ISTA, OVAR ZA TEČNOST KARŽENO DA JE HOMOGENA.

UOPŠTEVO GLEDANO, TEČNOSTI SU STIŠLJIVE MATERIBE, JER PROMJENA PRITISKA Δp NA POSMOTRANI DIELIČ TEČNOSTI IZAZIVA PROMJENU (SMA-NYENJE) ZAPREMINE ΔV U ODNOSU NA POUŠIŠNU ZAPREMINU V_0 DNE LICA, T. VARI:

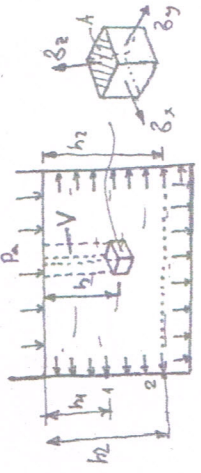
$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\beta \Delta p$$

GDJE JE β - KOEFICIJENT STIŠLJIVOSTI. KOEFICIJENT STIŠLJIVOSTI JE ZE-

DVAK RECIPROČNOJ VRIJEDNOSTI. MOGUĆA EKSPATIČNOSTI. E (ZAVODU: $E = 2.3 \cdot 10^{11} \frac{dyn}{cm^2}$) NEBUTIH KOJ PRAKTIČNIH PROBLEMA SA DOVOLJNIM STEPENOM TAČNOSTI MOJE SE VZETI DA SU TEČNOSTI NESTIŠLJIVE.

- BEZINA PROSTIERA NA TALASA (VEKOB IMPULSA) KROZ TEČNOST JE $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

2. HIDROSTATIČKI PRITISAK



ZA TEČNOST VARI PASKALOV ZAKON KOJI GLASI DA SE PRITISAK DIELIČNE TEČNOSTI NA DIELIČ I OBLIKU PRIZMSI NA SVE STRANE PODRZUMIJEVA ŠTO ZNAČI DA JE $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$ I GDJE JE p PRITISAK KOI DIELIČE NA TEČNOST NA DUBINI h I JEDNAK JE TEŽINI STUBA TEČNOSTI IZVAD DIELIČA T.

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad ; \quad p = \frac{G}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \rho g h$$

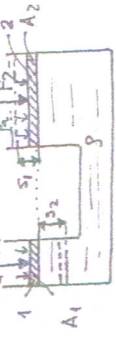
AKO SE UZME U OBZIR I PRITISAK UZDVIŠNOG STUBA IZVAD DIELIČA T. ATMOSFERSKI PRITISAK p_0 , VARI:

$$p = p_0 + \rho g h$$



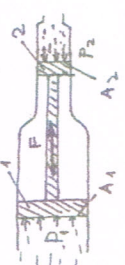
OVO ZNAČI DA VA POUŠIŠNI TEČNOSTI ($h=0$) VARI DA JE $p = p_0$. NA ZI-ODVE SUDA DIELIČNE PRITISAK PO ČIJA VRIJEDNOST, DAELE ZAVISI OD h PA JE U TAJZAMA A I 2 PRITISAK: $p_1 = \rho g h_1$; $p_2 = \rho g h_2$. MOJE SE ZAPUČIŠI DA U SVIM TAČKAMA TEČNOSTI VA ISTOJ DUBINI UPADA ISTI PRITISAK - HIDROSTATIČKI PRITISAK.

KROZ VEKOLIKO UAREĐENIH SLUČAJEVA BIĆE ILLUSTRIRANO KAKO SE PAFEO FLUIDA PRENOSI SILA ODNOSNO TRANSFORMIŠE PRITISAK.



$p_1 + F_1/A_1 = p_2 + F_2/A_2 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot A_2/A_1$
 ZBOG NESTIŠLJIVOSTI TEČNOSTI MOJEU ZAPREMINE OUVARANE POUŠIŠAVAJEM KLIPOM I KLIPA 2 BITI ISTE T. VARI $V_1 = A_1 \cdot s_1 = V_2 = A_2 \cdot s_2 \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{A_2}{A_1}$

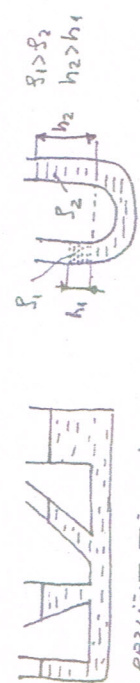
NA UREDNOJ SJELICI - PRIMERU REKAZUO JE MOZE TRANSFORMIRATI, NR. POVEĆAN.



$$P_1 A_1 = F = P_2 A_2 \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{A_1}{A_2}$$

KAKO SE PRITISAK

SPROJENI SUDOVU SU SUDOVU KOJI SU MEĐUSOBNO SPOJENI; SA DVAJE STRANE TRČO DA TEŽNOST MOŽE PROLAZITI IZ JEDNOG U DRUGI IZH. - KADA SU SPOJENI SUDOVU IZVUČENI ISTOM TEŽNOSTI I AKO SU OTVORNI TEŽNOST U NJIMA JE NA ISTOM NIVOU BEZ OBRZGA NA VIŠI IZUM I OBLJE SUDOVA



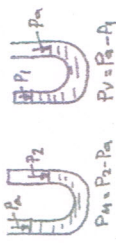
- DVA VEŠTICALNA SPOJENA SUDA KOJA SU ZAVRŠENA I U KOJIMA SU RAZLIČITI PRITISCI P1 I P2 DOVEŠĆE DO TOGA DA LIKVIDI ISTE TEŽNOSTI U SPOJENIM SUDOVIMA UNESU ISTI

- DVA VEŠTICALNA SPOJENA SUDA KOJA SU ZAVRŠENA I U KOJIMA SU RAZLIČITI PRITISCI P1 I P2 DOVEŠĆE DO TOGA DA LIKVIDI ISTE TEŽNOSTI U SPOJENIM SUDOVIMA UNESU ISTI



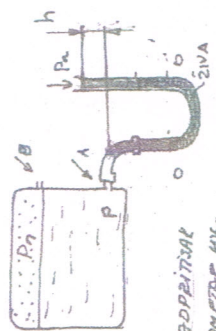
$$P_1 + \rho g h = P_2 \Rightarrow h = \frac{P_2 - P_1}{\rho g}$$

AKO JE SPOJENA CISEV I OTVORENA ISTO ZNAČI DA JE P1 = P2 OVIJA JE P2 = P1 + \rho g h PA SE VELIČINA P1 \cdot P2 \cdot P3 - NAZIVA NADPRITISAK PRI ČEMU JE P2 > P1



AKO JE SPOJENA CISEV OTVORENA TI P2 = P1 OVIJA JE P1 = P2 = P3 PA SE VELIČINA P1 \cdot P2 \cdot P3 - NAZIVA POTPRITISAK (VAKUMSKI PRITISAK)

UREĐENI ZA MEREENJE NADPRITISKA UZURARU SE MANOMETRI, BAROMETRI ZA MEREENJE ATMOSFERNOG (BAROMETRICKOG) PRITISKA, VAKUMMETRI ZA MEREENJE POTPRITISKA

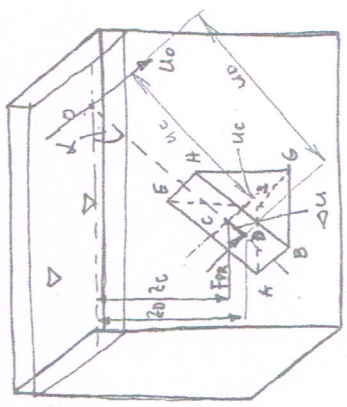


NA SLICI JE PRIKAZAN MANOMETAR SA ŽIVOM KOJIM SE MEREJI PRITISAK U VAKUUMSKOJ POKLONCI (NA POKLONCI PA U BEREKOVU METRA (NA POKLONCI: DIMENZIJE MANOMETRA SU MALE U ODNOSU NA DIMENZIJE BEREKOVARA). AKO BI SE MANOMETAR POSTAVIO NA MESTU B MEREIO BI NADPRITISAK PA U GASU IZUM TEŽNOSTI. NA SJELICI MANOMETAR MERE PRITISAK NA MESTU A.

$$P = P_a + \rho g h$$

$$P_a = P - \rho a = \rho g h$$

3. PRITISAK TEČNOSTI NA RAVNE PLOŠE



NEKA SE UBRZEM SA TEČNOSTI UNAKZI PRAVA A B D E F G STRANICA AB = HE = a ; \widehat{H} = \widehat{E} = b ; BE = FG = AF = EF = d. TREBA DA ODEKIMO REKURZIVCU SILU KOJOM TEČNOST DJELOUJE NA PLOŠINU ABDE (PRAVOUGAONIK STRANICA a i b). POKAZUJE SE DA JE VEĆEENOST REKURZIVNE SILE KOJOM TEČNOST DJELOUJE NA PLOŠINU ABDE - SILA PRITISKA - FPR:

$$F_{PR} = \rho g z_c \cdot A$$

$$F_{PA} = \rho g z_c \cdot A = \rho g z_c \cdot a \cdot b$$

GOJE JE: \rho - GUSTINA TEČNOSTI; g - UBRZANJE REKURZIVNE TEČE; z_c - RASTOJANJE PO VISINI TEČNOSTI POSTATERNI (PRAVOUGAONIK) PLOŠE; A - PLOŠINA PRAVOUGAONIK PLOŠE; A = a \cdot b

DAKLE VAŽI: FPR = \rho \cdot g \cdot z_c \cdot a \cdot b = \rho \cdot g \cdot OC \cdot \sin \alpha \cdot a \cdot b = \rho \cdot g \cdot u_c \cdot \sin \alpha \cdot A

TAKOĐE SE POKAZUJE DA SILA PRITISKA, SRAČUNATA NA OSOVI NADU, NE DJELOUJE U TEČNOSTI C, VEĆ OSOVIK IZUM TEČNOSTI ZA NERASTAJANJE SU TI I TACKI D, KOJA SE ZOVE CENTAR PRITISKA. DAKLE, CENTAR PRITISKA D JE UAPRADA TACKA SILE FPR.

$$\Delta U = OC = \frac{I_{uc}}{u_c \cdot A}; u_c \cdot \sin \alpha = z_c$$

PEI ČEMUJE: I_{uc} - RESIJALNI MOMENT INERCISE PRAVOUGAONIK PLOŠINE ABDE ZA OSU u_c (TEČNOSTU) 12

$$I_{uc} = \frac{a \cdot b^3}{12}$$

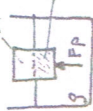
TAKOĐE SE POKAZUJE DA JE

$$U_o = OC = \frac{I_{uo}}{u_c \cdot A}$$

GOJE JE I_{uo} - RESIJALNI MOMENT INERCISE PLOŠINE PRAVOUGAONIK ZA OSU u_o. TACKOJE VAŽI DA JE U_o = u_c + \Delta U (KOMPENZIJA: IZ ZAPRANJE TEČE: I_{uo} = I_{uc} + u_c \cdot A \cdot \Delta U; u_o \cdot u_c = u_c \cdot u_c + u_c \cdot \Delta U \Rightarrow I_{uo} = I_{uc} + u_c \cdot A \cdot \Delta U)

4. PLIVANJE TIJELE

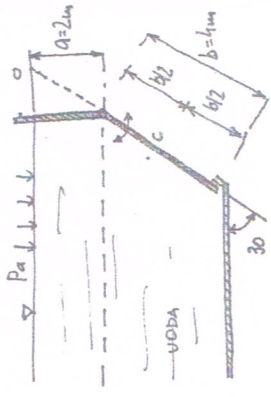
REKURZIVU ZAKON PLIVANJA GASI: NA POTRPAČENO TIJELO U TEČNOSTI DJELOUJE SILA POTRPAČENJA TEČI DA ISTI NE POTRPAČENO TIJELO I ZERUJE TE TEČNOSTI ISTIČUJE TEČNOSTI.



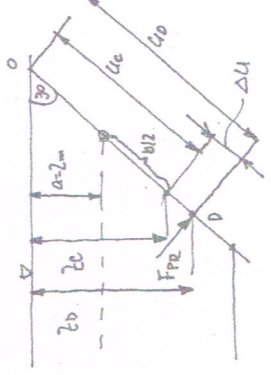
Fp = \rho g V_2; V = V_1 + V_2 - ZAPRANINA TIJELE

\rho - GUSTINA TEČNOSTI; V_2 - ZAPRANINA POTRPAČENOG (OTIJELE) TIJELE I ZERUJE TE ZAPRANINI ISTIČUJE TEČNOSTI AKO JE TEČNINA TIJELE G OVAJ VAŽI: a) G > Fp TIJELO TOUJE b) G = Fp TIJELO IZRAVA c) G < Fp TIJELO PLIVA

7) UNAGNUTI ZATVARAČ ŠIBOL C = 5m VE PEJAZANU NA SLICI. ODREĐITI INVENIJENT I POLOŽAJ REZULTANTNE SILE KSLIED DEJSTVA VODE NA ZA-TVARAČ

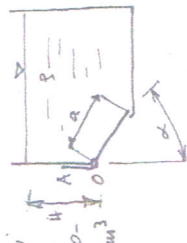


$F_{PR} = \rho \cdot g \cdot Z_c \cdot A$
 $Z_c = a + \frac{b}{2} \sin 30 = 3m$
 $S = 1000 \text{ kg/m}^3$
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
 $A = b \cdot c = 4 \cdot 5 = 20 \text{ m}^2$
 $F_{PR} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3 \cdot 20$
 $F_{PR} = 588,16 \text{ kN}$

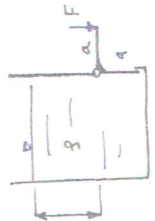


$\Delta y = \frac{I_{uc}}{Uc \cdot A}$
 $I_{uc} = \frac{c \cdot b^3}{12} = \frac{5 \cdot 4^3}{12} = \frac{80}{3} \text{ m}^4$
 $Uc = \frac{2c}{\sin 30} = 2 \cdot 2c = 6m$
 $\Delta y = \frac{80}{3 \cdot 6 \cdot 20} = 0,222m$
 $A = 20 \text{ m}^2$
 $UO = Uc + \Delta y = 6,222m$

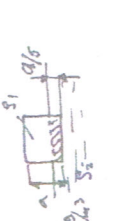
8) NA DNU BANJEVA PEJAZANOG NA SLICI NAGAZI SE KVADRATNI POLIOPAC KOJI SE OTVARA POKLONJENOM (KOSI) ZAPNE-MARIVNE DEJSTVE. KOLIKA NAJMANJA SILA, KOJA DJEJSTVUJE NA PO-LIKU OA, OTVARA POLIOPAC. PRAVAZLO JE H=1m; S=1000 kg/m³; alpha=60 degrees; G=1000 N; OA=0,16m; g=10 m/s² (Zc=1,15m; FPR=4140N; delta y=0,013m; FOP=2592,2U)



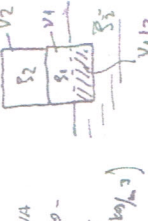
9) KOLIKA VRIJEDNOST SILE F OTVARA KVADRATNI POLIOPAC STRANICE a NA BEZERVUARU (KOSI) I KOLIKO SE UNAZI TEČNOSTI GUSTINE rho. UNETI DA JE H=3/2; a=1m; S=1000 kg/m³ (Zc=3a=3m; FPR=30kN; delta y=0,028m) g=10 m/s² (F=15,83 kN)



10) HOMOGENA KOCKA PLIVA NA PLOVINI ZIVE. PRAI TOME JE POTO-PJEVA 1/5 ZAPREMINE KOCKE. ODREĐITI GUSTINU KOCKE. S1=13600 kg/m³ (S1=5/5=2720 kg/m³)



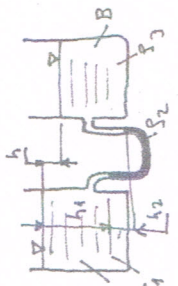
11) AKO SE NA KOCKI IZ PRETHODNOG ZADATAKA POSTAVI JOS JEDNA KOCKA ISTE VELICINE ALI BRZUČITE GUSTINE U ŽIVIĆE BILO PO-TOPJEVA POLOVINA PRVE KOCKE. KOLIKA JE GUSTINA DRUGE KOCKE (KORISTITI REZULTATE PRETHODNOG ZADATAKA) (S2=4080 kg/m³)



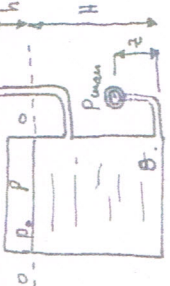
$\rho_{kp} = 10 \text{ u} = 100 \text{ kPa}$
 $P_a = \rho \cdot g \cdot H = 1000 \cdot 10 \cdot H$
 $H = 100 \cdot 1000 \Rightarrow H = 10 \text{ m vod. st. ub.}$

ZADACI

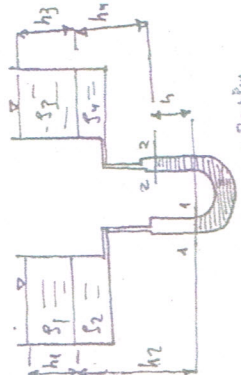
1) U SUDU A JE VODA (S1=1000 kg/m³) I U SUDU B TEČNOST GUSTINE S2=1800 kg/m³. DIFERENCIJALNI MANOMETAR U OBLIKU "U" ČIJEVI IZMJENIJE TEČNOSTI GUSTINE S2=1600 kg/m³. DAJE SU VISINE: h1=6m; h2=0,5m. ODREĐITI VISINU h. (h=(S1-S2)h1 + (S2-S2)h2 = 2,7 m)



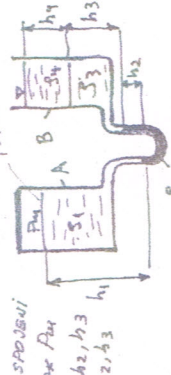
2) MANOMETAR PRIKLIČEN NA ZATVORENI BEZERVUAR SA NAFTOM (S=900 kg/m³) POKAZUJE NAPRETNOST (MANOMETARSKI) Pm=36 kPa. ODREĐITI APOLUTNI PRITISAK VAZDUHA NA PLOVINI TEČNOSTI rho i POLOŽAJ PIEZOMETRIČKE ŽRNI (KRAJ U KOTOJ VLAHA ATMOSFERSKI PRITISAK) AKO JE NIVO NAJVE U BEZERVUARU H=3,06m A BASTOJAJE OD TLAČE PRIKLIČENJA DO ČE-NITRA MANOMETRA Z=1,02m. ATMOSFERSKI PRITISAK JE Pa=100 kPa. (hp=2,04m)



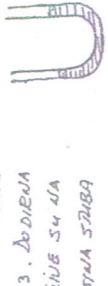
3) DVA OTVORENA BEZERVUARA U KOJIMA SE UNAZIJE TEČNOSTI, U JEDNOM GUSTINE S1 I S2 A U DRUGOM TEČNOSTI GUSTINE S3 I S4. JEDAN SU "U" ČIJEVI U KOTOJ SE UNAZIJE ŽIVA GUSTINE S5 KAO NA SLICI. ODREĐITI PRITISAK U PRESEČU 1-1, PRITISAK U PRESEČU 2-2 I VISINU h ŽIVUOG SRIBA U "U" ČIJEVI. (S1=1000 kg/m³; h1=2m; S2=1200 kg/m³; h2=4m; S3=800 kg/m³; h3=2m; S4=1000 kg/m³; h4=2m; S5=1300 kg/m³; h=0,235m)



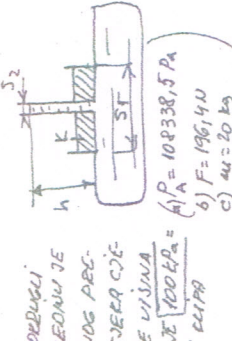
4) DVA BEZERVUARA A (ZATVORENI) I B (OTVORENI) SPOJILI SU SA "U" ČIJEVI KAO NA SLICI. KOLIKO JE NAPRETNOST Pa U BEZERVUARU A AKO JE POKLONJENOST S1, S2, S3, S4, h1, h2, h3 I h4 VISINE. (Pm=(S4h4 + S3h3 + S2h2 - S1h1)g)



5) U "U" ČIJEVI SE UNAZIJE ŽIVA (SUIA). ZATIM SE U JEDAN KRAJ ČIJEVI SIPA VODA A U DRUGI UČE GUSTINE 900 kg/m³. ŽIVINA POKREĆA UČA I ŽIVE I DODIJEVA POVRŠINA VODE I ŽIVE SU NA ISTOJ VISINI - ODREĐITI VISINU ŽRUBA VODE AKO JE VISINA ŽRUBA UČA 20cm. (hv=18cm)



6) NA ZATVORENOM SUDU ISPLIJEVOM VODOM POSTOJI ŽRUBIČKI OTVOR. U TAJ OTVOR UBAČEN JE KLIP KAO ČIJEVI SREDNJI JE POKREĆA ČIJEVIČKA KAO NA SLICI. POKREĆA POKREĆUOG POKREĆA OTVOR JE S1=3/4 cm², A POKREĆUOG POKREĆA ČIJEVIČKE S2=7/8 cm². KLIP JE U RAVNOTEŽI TLAČA DE VJUNA VODE I ČIJEVIČKE h=8,5cm. ATMOSFERSKI PRITISAK JE 100 kPa = 10^5 N/m² a) KOLIKO JE PRITISAK NA DNU? b) POKREĆI KLIP? c) KLIP JE U RAVNOTEŽI SVA POKREĆA NA KLIP?



HIDRODINAMIKA

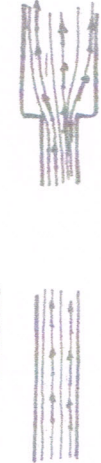
1. OSNOVNI POJMOVI STRUJANJA TEČNOSTI

• USTRAŽENO KRETANJE - TIKVO KRETANJE TEČNOSTI KOD KOBA SU U SVAKOJ TAČKI PROSTORA PARAMETRI KRETANJA KONSTANTNI TJELOM KREĆEĆE

USTRAŽENO KRETANJE MOŽE BITI: DVA OBLIKA RUCI (BERZINA KONSTANTNA DNE STRUJUNGOD TIKVA) I UBRZANO KRETANJE (BERZINA SE MJEŃA U DVA STRAHOVA TIKVA)



• STRUJNICA MI STRUJNA ČIŃIVA - ČIŃIVA POUČIĆENA KOD NIZ TAČAKI U PROSTORU KODJA IMA OSLOBINU DA U SVAKOJ TAČKI VECI VEKTOR BRZINE IMAJEDNIA UR IJU PERVAIC TAŃEŃE



• ČIŃIVARUCI (KOLJEŃIKI) STRUJANJE - STRUJNICE SU PARALELNE I NE MJEŠAJU SE. OSOBINA POMEŃENA JE DAKA TUBEULENTNO STRUJANJE - STRUJNICE SE MJEŠAJU I MJEŠAJU SE. OSOBINA POMEŃENA JE UBRZANO KRETANJE

• PROTOK - KOLIČINA TEČNOSTI KOJA PROIDE KODJ UOBRAZIMI (POMEŃENI) PRESEK STRUJE U JEDINICI VREMEŃA

- ZAPREMINSKI PROTOK $Q = \frac{V}{t} [m^3/s]$

- MASEŃI PROTOK $Q_M = \frac{M}{t} [kg/s]$

- SREDNJA BRZINA $v_{sr} = \frac{Q}{S}$

$S = \frac{M}{V} [\rho \cdot V] = \text{GUSTIĆINA}$

VAŃI $Q = v_{sr} \cdot A$; A - POVRŠINA POMEŃENOG PRESEKA STRUJE

$Q = \frac{V}{t} = \frac{A \cdot S}{t} = v_{sr} \cdot A$

2. JEDNAĆIŃA KONTIŃUITETA ZA NESTRISJIVU FLUIDU

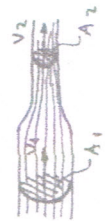
POMIŠTARIMO USTRAŽENO KRETANJE TEČNOSTI IZ ČIJEV PROIJE NJOG POMEŃENOG PRESEKA

KODJ POMEŃENI PRESEK A_1 TEČNOST PROTJE BRZINOM v_1 A KODJ POMEŃENI PRESEK A_2 BRZINOM v_2 . OBLIĆA STRUJNICE KANJO PROIDE KODJ A₁ I A₂ ZA POSMATRAMO MJEŠE I, PA VAŃI:

$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$

OVA POSLEDIĆA JEDNAĆINA PREDSTAVLJA TE DVAĆIŃU KONTIŃUITETA IZ KOJE PROIĆIĆAZI ZAKLUČEK DA JED JE POMEŃENI PRESEK VECI BRZINA TE MJEŠA I OBRZNUO.



3. BERUOLIJEA JEDNAĆINA

NA SLIĆI SE POKAZANO STRUJNO KRETANJE U PODRUĆJU IZEMANJE TEČE. ENERGIĆA OJELIĆA MASE U I PODRUĆJU I JE:

$E_1 = E_k + E_p + E_{pot}$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ - KINETIĆKA ENERGIĆA

$E_p = mgh_1$ - POŃEĆIĆA ENERGIĆA

$E_{pot} = p \cdot A \cdot s = p \cdot V = p \cdot \frac{p \cdot A \cdot s}{\rho}$ - ENERGIĆA

PRITISKA KOJA UKASTJE OD SILE PRITISKA ENERGIĆA MASE M U PODRUĆJU I JE:

$E_{II} = E_k + E_p + E_{pot} = \frac{mv^2}{2} + mgh_2 + \frac{p_2 \cdot m}{\rho}$

NA OSOBNU RABUNO O ODRZANJU ENERGIĆE VAŃI: $E_I = E_{II} = const$

$\frac{mv^2}{2} + mgh_1 + \frac{p_1 m}{\rho} = \frac{mv^2}{2} + mgh_2 + \frac{p_2 m}{\rho}$

$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + p_2 = const$

OVA POSLEDIĆA JEDNAĆINA PREDSTAVLJA BERUOLIJEVU JEDNAĆINU U KOJISVAKI ČIŃI IMA DINAMIĆNI POREŃEK. POKAZUJE POKREĆENJE PREDSTAVLJA DINAMIĆNI POREŃEK, DRUGI ČIŃI STATIĆKI POREŃEK A TREĆI ČIŃI STATIĆKI POREŃEK. AKOSE IZMEĐU POREŃEKA I I II MASE U DVAČU GUBITAK POREŃEČKE ENERGIĆE JE T. GUBITAK POREŃEKA DA OUDA VAŃI:

$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + p_2 + \Delta p$

4. OTPORI STRUJANJU TEČNOSTI - GUBITAK (PAD) POREŃEKA

PEI KRETANJU TEČNOSTI DO LAZI DO PADA POREŃEKA JER SE DIO ENERGIĆE STRUJE TEČNOSTI TROŃI NA SAVLAĐAVANJE OTPORIA STRUJANJA. POKREĆENJU SE DVAČE VESTE OTDORA:

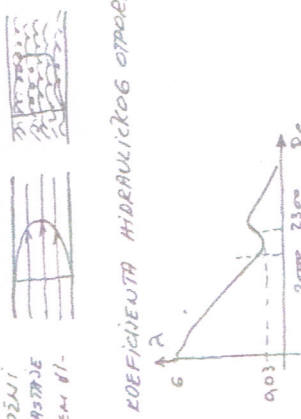
- OTPORI KOJI SE POKREĆENJU DO LAZIOJ DUŃI STRUJE (OTPORI ČIJEVA TREPIĆA) I IZAVIJE OD OTDORA TREPIĆA, DUŃINE I VESTE STRUJANJA
- LOKALNI OTPORI KOJI SE ZAVIĆAJU NA POŃEDINIM MJEŠTIMA STRUJUNGOD TIKVA ŽBOD POKREĆENJE PRAVKA KRETANJA KADJ I PROMJENE VELIĆINE I OBLIĆA POREŃEČNOG PRESEKA.

ZA ODRZANJE PADA POREŃEKA ŽBOD OTDORA DO ČIJEVOJ DUŃI STRUJANJA - I POREŃEKA ČIJEVOU-DJ PRIMIĆENIJE SE ZA DVA REŃENIA STRUJANJA (I ČIŃIVARUCI I TURBULENTNO) DVAČIJEV DRAŃAK:

$$V_{ke} = \frac{Re_{\text{crit}} \cdot \nu}{d}$$

KRITICNA BRZINA STRUJANJA $Re_{\text{crit}} = 2320$ A ZA $Re > 2320$ STRUJANJE JE TURBULENTNO. $Re_{\text{crit}} = 2320$ JE KRITICNA VEŠTEDNOST REZOLUCIJSKE BRZINE

LAMINARNO STRUJANJE USTAJE PRI VEĆIM BRZINAMA STRUJANJA. PREDPOBEDI BRZINA PO POPREČNOM PRESECI JE PAREBOLICAN. STRUJANJE SU MEĐUSOBNO PARALELNE PRAME LINIJE. PADI SE O VISKOZNOJ TRENJU. ČLO TURBULENTNO STRUJANJE STRUJNE LINIJE IMAJU UZROČENI TOČE. PREDPOBEDI BRZINA UŽE PAREBOLICAN. USTAJE PRI VEĆIM BRZINAMA STRUJANJA I ZVATNO UMREM OLSKOBITETA.



LAMINARNO STRUJANJE USTAJE PRI VEĆIM BRZINAMA STRUJANJA. PREDPOBEDI BRZINA PO POPREČNOM PRESECI JE PAREBOLICAN. STRUJANJE SU MEĐUSOBNO PARALELNE PRAME LINIJE. PADI SE O VISKOZNOJ TRENJU. ČLO TURBULENTNO STRUJANJE STRUJNE LINIJE IMAJU UZROČENI TOČE. PREDPOBEDI BRZINA UŽE PAREBOLICAN. USTAJE PRI VEĆIM BRZINAMA STRUJANJA I ZVATNO UMREM OLSKOBITETA.

NA SLEDEĆEM ODABIRANU JE DANA ZAVISNOST KOEFICIJENTA HIDRAULIČKOG OPOBPA A CILINDRIČNE ČIJEVI OD Re

ZA ODREĐIVANJE PADA PRITISKA USLED LOKALNIH OPOBPA PRIMENJUJE SE REBR:

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho}{2} v^2 [\text{Pa}]$$

VRSTA LOKALNOG OPOBPA	KOEFICIJENT LOKALNOG OPOBPA
ULAZ U REZERVUARA U ČIJEVU	$\zeta = 0.5$
OSTRE IVICE	$\zeta = 0.12 - 0.75$
ZAPOBIEGNE IVICE	$\zeta = 1 - 2$
KOČENO OSTRO	$\zeta = 0.5$
BLAGO	$\zeta = 1$
UKLAJU VELIKE REZERVOARE	$\zeta = 1$
GRANAJE TOČKA	$\zeta = 1$ $\zeta = 0.3$ $\zeta = 0.01$
SARANJE I RAZOMADANJE TOČKVA	$\zeta = 0.01 - 0.6$ $\zeta = 1.0 - 2.0$ $\zeta = 0.1$

UKUPNI GUBICI U ČIJEVNOJU ODEKREJU SE SABLIRAJEM GUBITAKA PRITISKA ZBOG UZROBU ČIJEVI I USLED LOKALNIH OPOBPA.

$$\Delta p = R \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{\nu^2}{2} \cdot \rho$$

PRI ČEVI JE: R - KOEFICIJENT OPOBPA STRUJANJA KOJI ZAVISI OI BRZINA STRUJANJA

- $\lambda = \frac{64}{Re}$ - LAMINARNO IZOTERMNO STRUJANJE
- $\lambda = \frac{32}{Re}$ - LAMINARNO NEIZOTERMNO STRUJANJE
- $\lambda = 0.316 Re^{-0.25}$ - TURBULENTNO STRUJANJE

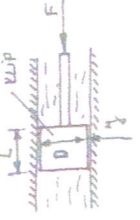
S - BUSTINA TEČUŠTI
V - BRZINA STRUJANJA

DA LI JE STRUJANJE LAMINARNO ILI TURBULENTNO UZIMANJE SE NA OSNOVI UVAJE DOSTI REZOLUCIJSKE BRZINE Re . REZOLUCIJSKA BRZINA JE BRZINA UVAJE DOSTI ČIJA KOVA POVEZUJE BRZINU (SREDNJA) STRUJANJA, UVAJEČI, REŠEĆE ČIJEVO VODA I KOEFICIJENTA KIJENATIRKOG VISKOZITETA

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

V - BRZINA STRUJANJA [m/s]
d - REŠEĆE ČIJEVOVA [m]
 ν - KIJENATIRKA VISKOZNOST [m²/s]

VISKOZITET ILI VISKOZNIŠT TEČUŠTI PREDSTAVJA UVAJEČE SUVAJSTO DA PRI STRUJANJU SUČEVA RAZLIČITIH BRZINA UVAJEČE OPOBPA RELATIVNOM KUJANJU ČIŠTICA TI. UVAJEČE UNUTRAŠNJE TREČJE. SIJU UNUTRAŠNJE TREČJE U TEČUŠTI OPOBPA SE KIJUTU NA OSNOVI FIZIKALNIH (PROBARTO POMEĆANJE KIJA UVAJEČE) I POKRANIO FOKRANIO.

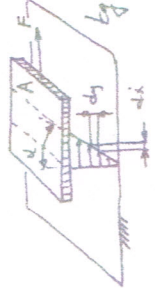


$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dx}{dy}$$

η - DINAMIČKI VISKOZITET
A - POMEĆANJE FILMA TEČUŠTI UVAJEČE

$\frac{dx}{dy}$ - GRADIENT BRZINE UVAJEČE NA SVIER STRUJANJA

VISKOZITET SE MOŽE ODREĐITI POKRANJAJEM OPŠTES KIJANJA UVAJEČE STRUJANJA TEČUŠTI U POKRANJU DUNE PLOŠE KOJESJU MEĐUSOBNO PARALELNE I OD BRZINI JE JEONA POKRANJA. SILA KOVA DUVONI DO POKRANJA PLOŠE POMEĆINE A JEONKVA JE SILA UNUTRAŠNJE TREČJE (OPOBPA) U TEČUŠTI JE



$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dx}{dy}$$

$\frac{F}{A} = \eta \cdot \frac{dx}{dy}$ - UVAJEČE KIJENATIRKA
DINAMIČKI VISKOZITET SE ODREĐIVA U POKRANJU STRUJANJA POKRANJU TO JE DINAMIČKI VISKOZITET HODUČENOG FLUIDA MOĐI LAMINARNO STRUJANJE I NAJVEĆE BRZINE OVA PARALELNA SUOVA SA BRZINOM U BRZINI OD 1/3 UVAJEČE STRUJANJA IMA UVAJEČE UNUTRAŠNJE KIJANJA IMA KIJENATIRKA VISAŠKIŠET UVAJEČE STRUJANJA DUVONI: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ [m²/s] [m²/s]

6. HIDRAULIČKI UDAR

SILNA IZMENA PROMENA BRZINE I CJEVNOU IZAZIVA NAJIZNENIJKU PROMJENU I IZMJE POKRETA, JED SE ISPOZYVA UDARNI O ZIDOVJE CJEVI. DVA VODI SE NAZIVAJU HIDRAULIČKI UDARI, I NEPOLEGIJI SU I INSTALACIJI.

HIDRAULIČKI UDAR NAJČEŠĆE NASTAJE DOK NAJON ZAVRŠAVAJU VENTILA U CJEVNOU. TADA POKRETAJE KRETAJE TEČNOSTI KOJA SE U NEODSTREKOVOM DOKRETU SA PREPREGOM I NIJEVA KINETIČKA ENERGIJA PRELAZI U VEŠEŠIČU PRITISKA. PONEKAJE PRITISKA, ODNOSNO UDARNI TALAS DOJI SE FORMIRAJU, PREUOSTI SE KOD TEČNOSTI DVE CJEVNOU BRZINOM PROSTIRAJUJA PORENEČAJNI TALASA I TEČNOSTI. U SAVREMENIM HIDRAULIČKIM SISTEMIMA BRZINE STRUJAVAJA RAVNE TEČNOSTI SU VELIKE, A ZAVRŠAVAJE I PREBRZAVAJE I DUGI POKRETAJ RAZUDONJA ILI VENTILA KATRO TRAJE, MIJEŠI SE DIOVINA SEKUNDE. ZROG TOGA PORAST PRITISKA MOŽE DA DOSTIGNE VIŠEŠTRUKU VEŠEŠIČU BRZINU PRITISKA.

U SVIČAZU TREBUNTO ZAVRŠAVAJU CJEVNOU NAJLI DOKRETA PRITISKA JE ODBEŽE NA BARI FUNKCIJE

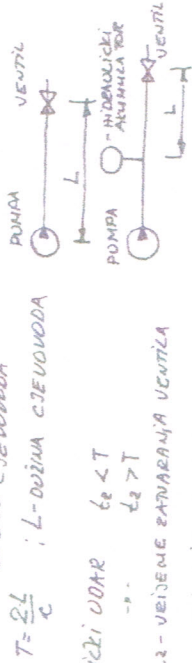
$$\Delta P = \rho \cdot c \cdot \Delta v$$

C - BRZINA PROSTIRAJUJA UDARNOG TALASA I TEČNOSTI TI BRZINA ZVUKA

3 - GUSTINA TEČNOSTI

DU - SMANJEŽE - GUBITAK BRZINE TEČNOSTI POREZKOVANU ZAVRŠAVAJU VENTILA

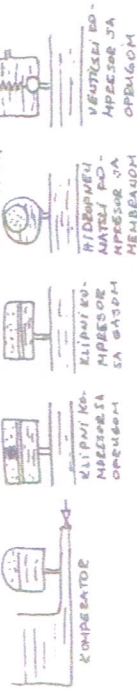
PREIDA CJEVNOU T - VRIJEME ZA KOJE HIDRAULIČKI TALAS POKRE DIOBETUKU DVOJNU CJEVNOU



POTRUMI HIDRAULIČKI UDAR $t_2 < T$ UBLAZENI - - - - - $t_2 > T$

t_2 - VRIJEME ZAVRŠAVAJU VENTILA

KOMPRESORI (VIBRIRAJUČI) HIDRAULIČKOG UDARA



6. KAVITACIJA

KAVITACIJA JE NACIJA NA VJE KONTAKTIETA TDEJA TEČNOSTI TI DOJARA DOSTIRAJUJA POKRETA IZMEĐU DVEČIJA TEČNOSTI KOJI JE KAVITACIJA GASOM ILI PAROM.

AKO PRITISAK I TEČNOSTI GADNE DO PRITISKA NA KOJE TEČNOST ISPARAVA DA-ČI SE DO ISPARAVAJA NIJE NE PARE U VODU MEKAVIČKA. KAVITACIJA SE KONTAKTI-ITET TOKA TEČNOSTI. KADA SE PRITISAK DOKRETOU PONEKA, PARA SE KONTAKTI-STVARA SE PROSTOR U KOJI ULAZI TEČNOST IZAZIVAJUČI LOZAVU KAVITACIJE UDARE I ZAVRŠAVAJU PONEKAJE PRITISKA I TEMPERATURU.

KAVITACIJA DOVODI DO DOKRETOU POKRETAJA (EBOIJE) ELEMENTA VJE-BAJA (VJE-PUMPI) I ZAVRŠAVAJU SISTEMU. TAKI SLOMOVI I VIBRACIJE DOZE-BUD KOD PUMPI SU POSLEDICA POKRETAJA KAVITACIJE.

7. ISTIČANJE TEČNOSTI IZ VELIKOG REZERVUARA

NA DUBOKI h VELIKOG REZERVUARA TAJNIH ZIDOVA UACA-ZI SE ODNOS PREČNIKA d. BRZINA TEČNOSTI NA SVAR-DNOU POKRETAJI SE ZAVRŠAVAJUČI I ODNOSU NA BRZINU V ISTIČANJA TEČNOSTI (DOK JE REZERVUAR VELIKIH DIMENZIJA).

BERNULIJEVA ZEMAJČINA ZA PRESJEKE 1-1 I 2-2 GOSI:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

VOTO: $h_2 = 0$ DOK JE REFERENTNA ČIJA ULAZI NA NIVDU OTVORA

DOBIJA SE: $v = \sqrt{2gh}$ - TORIČELIJEV OBRZAC

PROSTOR: $Q = v \cdot A = \sqrt{2gh} \cdot A$; A POKRETA POPREČNOS PRESJEKA OTVORA: $A = \frac{Q^2}{2g}$

OČEKIJVA SE OČEKIJVA DA JE STVARNI PROSTOR MANJI OD TORIČELIJEV JE SE STVARNA BRZINA V5 NEŠTO MANJA OD TORIČELIJEV:

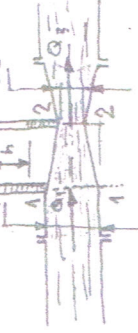
$Q_5 = v_5 \cdot A = \rho \sqrt{2gh} \cdot A$; ρ - BERNULIJEV COEFICIJENT $\rho = 0,97$

ZROG KONTRAKCIJE MASA (KADA SE BADI OMIKON OTVORA) KRETAJI PROSTOR JE ŠIŠI MANJI

$Q_5 = Q_5 \cdot A_m = \rho \sqrt{2gh} \cdot A_m$; $A_m = \frac{Q_5^2}{2g}$ - PRESJEK MASA; d_m - PREČNIK MASA; $d_m = 0,98 d$

8. VENTURIJEVA ČIJEV

VENTURIJEVA ČIJEV SLOVI ZA MJEREČIJE PROSTORA (U PRESJEKU 1-1) Q_1 U CJEVNOU (SILKA)



BERNULIJEVA ZEMAJČINA ZA PRE-SJEKE 1-1 I 2-2:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

$h_1 = h_2 = 0$ (DOK SE ZEMAJČINA PRESJEKA 1-1 I 2-2 UACA NA SVAR-REFERENTNOU NIVDU)

$p_1 - p_2 = \rho g h$

$Q_1 = v_1 \cdot A_1 = Q_2 = v_2 \cdot A_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1$

DOBIJA SE:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh$$

$$v_2^2 \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4\right] = 2gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4}}$$

$Q_2 = Q_1$; $Q_2 = A_2 \cdot v_2 = \frac{d_2^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4}}$

PRIMER 1. TEČNOST KIVENATČESOG VISOKIZETA $v = 0,4 \text{ cm}^3/\text{s}$ I GUSTINE $\rho = 900 \text{ kg}/\text{m}^3$ STRUJI. KROZ CJEVNIKOD. PROTOK TEČNOSTI JE $Q = 40 \text{ cm}^3/\text{min}$.
 ODEBITI PREČNIK CJEVNIKODA DA
 a) - STRUJANJE BUDE LAMINARNO
 b) - VA DŽINI CJEVNIKODA $l = 14 \text{ m}$ PAK PRITISKA BUDE MANJI OD $2 \cdot 10^5 \text{ N}/\text{m}^2$ (2 BARA) PRI NEPROIZVOLJENOM STRUJANJU.

a) $Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$; $Q = A \cdot v = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot v \Rightarrow v = \frac{4Q}{d^2 \pi} \Rightarrow Re = \frac{d}{\nu} \cdot \frac{4Q}{d^2 \pi} = \frac{4Q}{\pi \nu d}$

SADA JE $d = \frac{4Q}{\pi \nu Re}$. ZA LAMINARNO STRUJANJE MOGA BITI $Re \leq 2300$

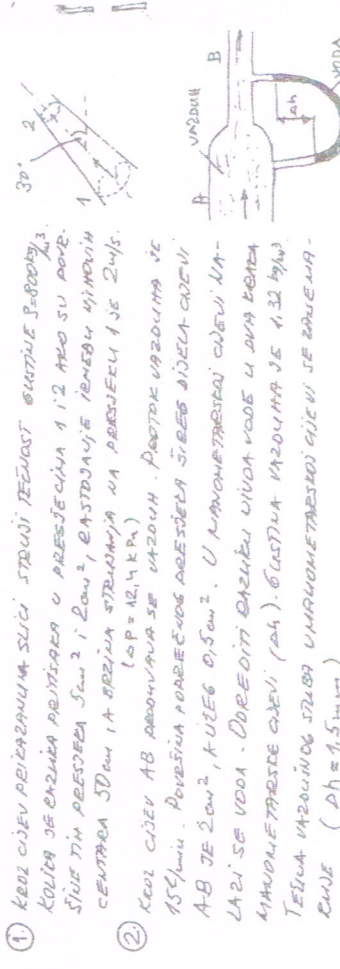
d) $\frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 0,14 \cdot \pi \cdot 2300} = 0,92 \text{ cm}$

b) $\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2$; $\lambda = \frac{75}{Re} = \frac{75 \cdot d \cdot \pi \nu}{4Q}$ - ZA LAMINARNO STRUJANJE
 $\Delta p = \frac{75 \cdot d \cdot \pi \nu}{4Q} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \left(\frac{4Q}{d^2 \pi}\right)^2 = \frac{75 \cdot \pi \nu \cdot l}{Q} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{16 Q^2}{d^4 \pi^2}$
 $\Delta p = \frac{150 \cdot \nu \cdot l \cdot \rho}{\pi \cdot d^4} \cdot Q$
 $M = \nu \rho = 0,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,4 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,036 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$
 $M = 0,036 \text{ Pa} \cdot \text{s}$
 $d = \sqrt[4]{\frac{150 \cdot 0,036 \cdot 14 \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^5 \cdot 60}} = 0,0168 \approx 1,7 \text{ cm}$

PRIMER 2. VODA STRUJI KROZ CJEVNIKOD POKAZANU NA SLICI. KOLIKA JE BRZINA STRUJANJA NA PRESTECU 2 AKO SU POVRŠINE PRESJEKA 1 I 2 REDOM, 8 cm^2 I 5 cm^2 , RAVNINA PRITISKA VA OVIN PREDECIČINA JE 4 kPa , A VISINSKA RAZLIKA IZMEĐU NJIHA JE 30 cm ?
 BERULIJEVA JEDNAČINA ZA PRESJEK 1 I 2 GLASI: $P_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g h_2$. POŠTO JE: $h_1 = 0$; $h_2 = h$, TO JE $P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$. TRAKOBE JE: $q_1 = v_1 A_1 = q_2 = v_2 A_2$
 $v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} = v_2 \frac{5}{8}$; $v_2^2 - v_1^2 = v_2^2 - v_2^2 \frac{25}{64} = v_2^2 \left(1 - \frac{25}{64}\right) = v_2^2 \frac{39}{64}$
 DRUGLE, DOBIVA SE $\frac{39 v_2^2}{64} \cdot \frac{\rho}{2} = (P_1 - P_2) - \rho g h \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{128 \cdot [(P_1 - P_2) - \rho g h]}{39 \rho}} = 1,8 \text{ m/s}$
 $P_1 - P_2 = 4 \text{ kPa} = 4 \cdot 10^3 \text{ N}/\text{m}^2$; $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

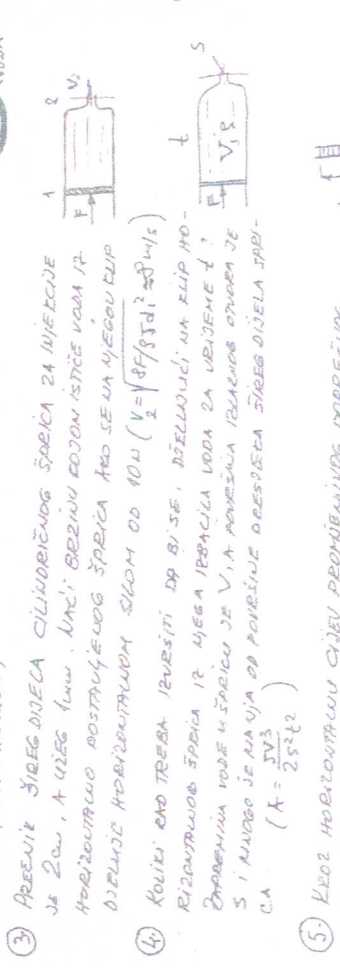
PRIMER 3. KOLIKOM BRZINOM ISTIČE VODA IZ ŠIROKOG OTVORA - MOG SUDA KROZ OTVOR PREČNIKA 2 cm KODI JE NAČINI 10 cm IZPOD POUVRŠINE VODE. KOLIKI JE PROTOK VODE OVISI.
 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,1} = 1,41 \text{ m/s}$
 $Q = v \cdot A = 0,175 \cdot \pi \cdot 10^{-2} = 1,41$
 $Q = 0,33 \text{ dm}^3/\text{s} = 0,33 \text{ l/s}$

ZADACI



1) KROZ CJEVNIKOD POKAZANU NA SLICI STRUJI TEČNOST GUSTINE ρ I BRZINE v . KOLIKA JE RAZLIKA PRITISKA U PRESJECIMA 1 I 2 AKO SU POKREŠTJE TIH PRESJEKA $S_1 = 2 \text{ cm}^2$ I 2 cm^2 , RAZDOJKAJE IZMEĐU NJIHOVIN CENTARA 5 dm I A BRZINA STRUJANJA NA PRESJECU 1 JE 2 m/s .
 (OP = $12,4 \text{ kPa}$)

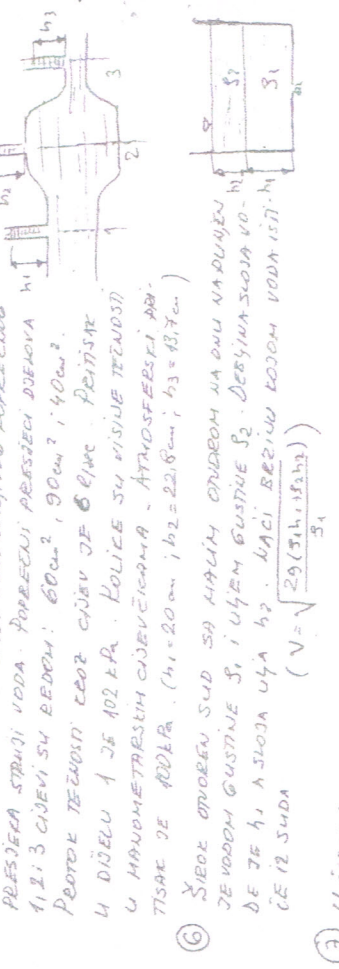
2) KROZ CJEV AB PROTVANJA SE VZDUH. PROTOK VZDUHA JE 15 l/min . POUVRŠINA POKREĆEVOG PRESEKLA ŠIROK DIJELA CJEVI A-B JE 2 cm^2 , A UZEG 1 mm . U MANOMETRANSKOJ CJEVI NAČINI LAZI SE VODA. DOREĐITI RAZLIKU NIVOA VODE U OVA BETA MANOMETRANSKE CJEVI (OH). OČIŠĆENA VZDUHA JE $1,32 \text{ kg/m}^3$. TEŽINA VZDUHINOG STUBA U MANOMETRANSKOJ CJEVI JE ZANEMARLJIVJE (OH = $1,5 \text{ mm}$)



3) PRESEK ŠIROK DIJELA CILINDRIČNOG ŠPICA ZA INJEKCIJE JE 2 cm , A UZEG 1 mm . KOLIKI BRZINU KOJOM ISTIČE VODA IZ HORIZONTALNO POSTAVLJENOG ŠPICA AKO SE NA NJEGOVU RUP DIJELUJE HORIZONTALNOG SLOM OD 10 m ($v = \sqrt{2gh}$?)

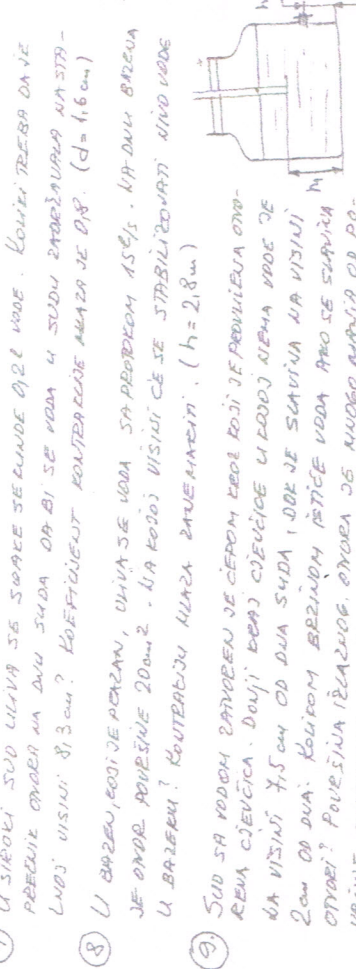
4) KOLIKI OTO TREBA IZVEŠITI DA BI SE, DIELUJUĆI NA KLIP MO - RIZIKOVANOG ŠPICA IZ NJEGA IZBACILA VODA ZA VEŠIJE ME 2. ZNANJE VODE I ŠPICA JE V , A POUVRŠINA IZBACIVOG OTVORA JE S I NIKOGO JE MANJA OD POUVRŠINE DREŠETA ŠIROK DIJELA IZBACIČA ($A = \frac{2V}{S}$)

5) KROZ HORIZONTALNU CJEVU PROMJENLIVOG PROMJERNOG PRESJEKA STRUJI VODA. POUVRŠINE PRESJEKA DIELOVA h_1 I h_2 I 3 CJEVI SU REDOM: 60 cm^2 , 90 cm^2 , I 40 cm^2 . PROTOK TEČNOSTI KROZ CJEVNIKOD JE 6 l/min . PRITISAK U DIJELU 1 JE 102 kPa . KOLIKE SU VISINE TEČNOSTI U MANOMETRANSKIM CJEVIČINAMA - ATMOSFERSKI PRITISAK JE 101 kPa . ($h_1 = 20 \text{ cm}$; $h_2 = 22,8 \text{ cm}$; $h_3 = 13,7 \text{ cm}$)



6) ŠIROK OTVOREN SUD SA MALIM OTVOROM NA DNU NA DUNJEN JE VODOM GUSTINE ρ I UČEM GUSTINE ρ_2 . DIELJIVINA SUDA VODI DE JE h_1 I SUDA UČA h_2 . KOLIKI BRZINU KOJOM VODA ISTIČE IZ SUDA ($v = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{\rho_2}}$)

7) U ŠIROKI SUD LITVA SE SVAKE SEKUNDE Q L VODE. KOLIKI TREBA DA JE PRESEK OTVORA NA DNU SUDA DA BI SE VODA U SUDU ZAKUPČAVALA NA STRANNOJ VISINI h I 3 cm ? KOFICIENT KONTRAKCIJE MAZA JE $0,8$. ($d = 1,6 \text{ cm}$)



8) U BAZEN, KOJI JE OKAZAN, ULIVA SE VODA SA PROSEKOM 15 l/s . KOLIKI OTVOR NA DNU BAZENA JE ONDOR POUVRŠINE 20 cm^2 . NA KOJOJ VISINI ČE SE STABILIZOVATI NIVOO VODE U BAZENU? KONTRAKCIJU MAZA ZANEMARLJIVITI. ($h = 2,8 \text{ m}$)

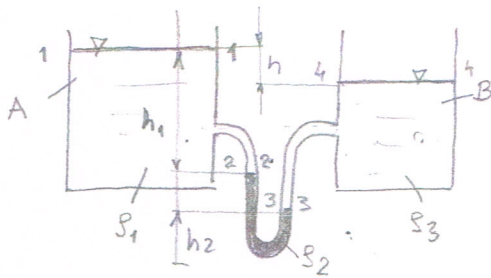
9) SUD SA VODOM ZAPORENU JE ČEROM KROZ KOJI JE PROMJERNA OTVORA CJEVIČA. DOLJI BERA CJEVIČICE U KOJOJ NIEMA VODE JE VA VISINI $7,5 \text{ cm}$ OD DUA SUDA, DOK JE SVAČIJA NA VISINI 2 cm OD DUA. KOLIKOM BRZINOM ISTIČE VODA AKO SE SVAČIJA OTVORI? POUVRŠINA IZBACIVOG OTVORA JE NIKOGO MANJA OD POUVRŠINE POUVRŠNOG PRESJEKA SUDA ($v = 1 \text{ m/s}$)

RJEŠENJA

ZADATAKA IZ SKRIPTA (str 161., 162.)

HIDROSTATIKA

12



Poznato:

- $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ (VODA)
- $\rho_3 = 1800 \text{ kg/m}^3$
- $\rho_2 = 1600 \text{ kg/m}^3$
- $h_1 = 6 \text{ m}$
- $h_2 = 0,5 \text{ m}$
- $h = ?$

$$\frac{1-1 - 2-2}{1} \quad P_a + \rho_1 g h_1 = P_2$$

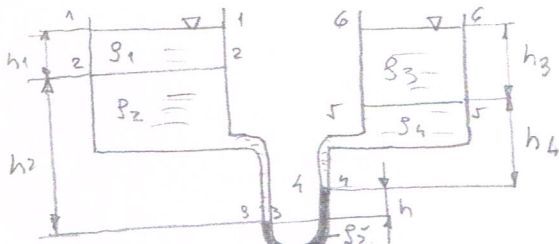
$$\frac{2-2 - 3-3}{1} \quad P_2 + \rho_2 g h_2 = P_3$$

$$\frac{3-3 - 4-4}{1} \quad P_a + \rho_3 g (h_1 + h_2 - h) = P_3$$

$$\Rightarrow P_a + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_a + \rho_3 g (h_1 + h_2 - h)$$

$$h = \frac{(\rho_3 - \rho_1) h_1 + (\rho_3 - \rho_2) h_2}{\rho_3} = \frac{(1800 - 1000) 6 + (1800 - 1600) 0,5}{1800} = 2,72 \text{ m}$$

32



$$\frac{1-1 - 2-2}{1} \quad P_a + \rho_1 g h_1 = P_2$$

$$\frac{2-2 - 3-3}{1} \quad P_2 + \rho_2 g h_2 = P_3$$

$$\frac{3-3 - 4-4}{1} \quad P_3 + \rho_3 g h_3 = P_4$$

$$\frac{4-4 - 5-5}{1} \quad P_4 + \rho_4 g h_4 = P_5$$

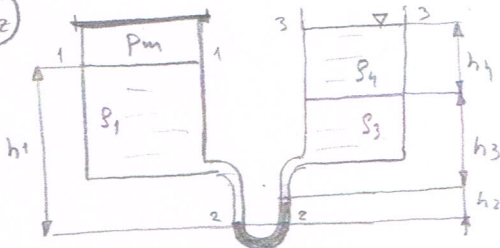
$$\frac{5-5 - 1-1}{1} \quad P_5 + \rho_5 g h = P_1$$

- Poznato: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $h_1 = 2 \text{ m}$; $\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$
 $h_2 = 4 \text{ m}$; $\rho_3 = 800 \text{ kg/m}^3$; $h_3 = 2 \text{ m}$; $\rho_4 = 1000 \text{ kg/m}^3$
 $\rho_5 = 13600 \text{ kg/m}^3$; $h_4 = 2 \text{ m}$

$$(1), (2) \text{ i } (3) \Rightarrow h = \frac{P_3 - P_4}{\rho_5 g}$$

$$h = \frac{P_a + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 - (P_a + \rho_3 g h_3 + \rho_4 g h_4)}{\rho_5 g} = \frac{1000 \cdot 2 + 1200 \cdot 4 + 800 \cdot 2 - 1000 \cdot 2}{13600} = 0,235 \text{ m}$$

42



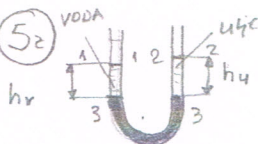
$$\frac{1-1 - 2-2}{1} \quad P_m + \rho_1 g h_1 = P_2$$

$$\frac{3-3 - 2-2}{1} \quad P_a + \rho_4 g h_4 + \rho_3 g h_3 + \rho_2 g h_2 = P_2$$

$$\Rightarrow P_m = (\rho_4 h_4 + \rho_3 h_3 + \rho_2 h_2 - \rho_1 h_1) g$$

- Poznato: $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, h_1, h_2, h_3, h_4$
 $P_m = ?$

52

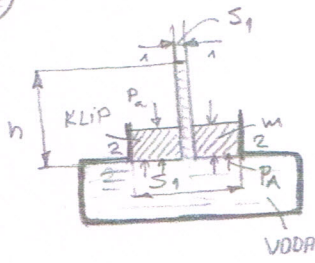


$$P_a + \rho_v g h_v = P_3 = P_a + \rho_u g h_u \Rightarrow h_v = \frac{\rho_u \cdot h_u}{\rho_v} =$$

- Poznato: $\rho_u = 900 \text{ kg/m}^3$; $h_u = 20 \text{ cm}$

$$h_v = \frac{900 \cdot 20}{1000} = 18 \text{ cm}$$

62

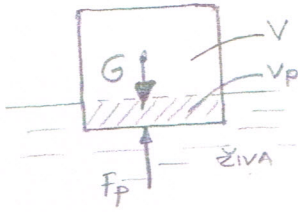


POZNATO:
 $S_1 = 314 \text{ cm}^2$
 $S_2 = 78,5 \text{ cm}^2$
 $h = 85 \text{ cm}$
 $P_a = 100 \text{ kPa}$

- a) $P_A = ?$
- b) $F = ?$
- c) $m = ?$

a) 1-1 - 2-2 : $P_{a1} + \rho g h = P_A$
 $P_A = P_a + \rho g h = 100000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,85 = 108338,5 \text{ Pa}$
 $P_A = 108,34 \text{ kPa}$
 b) $F_A = (P_A - P_a)(S_2 - S_1)$
 $F_A = (108338,5 - 100000)(314 - 78,5) \cdot 10^{-4} = 196,4 \text{ N}$
 c) $F_A = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{196,4}{9,81} \approx 20 \text{ kg}$

102

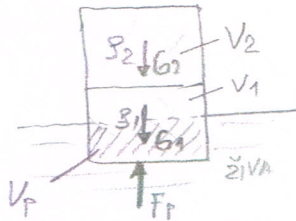


V - ZAPREMINA KOČKE $V = a^3$ a - STRANICA KOČKE
 V_p - POTOPĚNÍ DÍL ZAPREMINY KOČKY $V_1 = \frac{V}{5} = \frac{a^3}{5}$

$\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$ F_p - SILA POTISEKA
 $\rho = ?$ - GUSTINA KOČKY G - SILA TĚŽINE
 $G = mg = \rho \cdot V \cdot g = \rho a^3 g$ ρ - GUSTINA KOČKY

$F_p = \rho_2 V_p g = \rho_2 \cdot \frac{a^3}{5} \cdot g$
 $F_p = G \Rightarrow \rho_2 \cdot \frac{a^3}{5} \cdot g = \rho \cdot a^3 \cdot g \Rightarrow \rho = \frac{\rho_2}{5} = 2720 \text{ kg/m}^3$

112



V_2 - ZAPREMINA DĚNĚ KOČKY $V_2 = a^3$
 V_1 - ZAPREMINA PRVE KOČKY $V_1 = a^3$
 V_p - POTOPĚNÁ ZAPREMINA $V_p = \frac{V_1}{2} = \frac{a^3}{2}$

$\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$
 $\rho_2 = ?$ ρ_2 - GUSTINA DĚNĚ KOČKY
 $\rho_1 = \frac{\rho_2}{5}$ - POZNATO IZ 102.

$G_1 = \rho_1 \cdot g \cdot a^3 = \frac{\rho_2 \cdot g \cdot a^3}{5}$

$G_2 = \rho_2 \cdot g \cdot a^3$

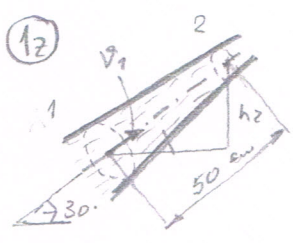
$F_p = V_p \rho_2 g$; $V_p = \frac{V_1}{2} = \frac{a^3}{2}$

$F_p = G_1 + G_2$

$\frac{a^3}{2} \cdot \rho_2 \cdot g = \frac{\rho_2 \cdot g \cdot a^3}{5} + \rho_2 \cdot g \cdot a^3$

$\rho_2 = \frac{\rho_2}{2} - \frac{\rho_2}{5} = \frac{3}{10} \rho_2 = 4080 \text{ kg/m}^3$

HIDRODINAMIKA



$\rho = 800 \text{ kg/m}^3$
 $A_1 = 5 \text{ cm}^2$
 $A_2 = 2 \text{ cm}^2$
 $r_1 = 2 \text{ m/s}$
 $\Delta p = ?$
 $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

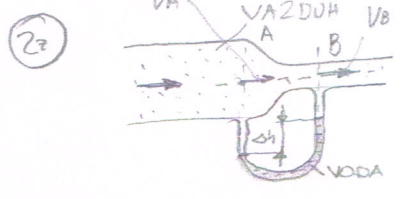
1-1 - 2-2

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2 \quad \dots (1)$$

$h_1 = 0$, $h_2 = 50 \cdot \sin 30 = 25 \text{ cm}$

$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$ $v_2 = v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 2,5 v_1 = 5 \text{ m/s}$

(1) $\Rightarrow \Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_2 = \frac{800 \cdot 25}{2} - \frac{800 \cdot 4}{2} + 800 \cdot 10 \cdot 0,25 = 10400 \text{ Pa}$



$Q = 15 \text{ l/min}$
 $A_A = 2 \text{ cm}^2$
 $A_B = 0,5 \text{ cm}^2$
 $\Delta h = ?$
 $\rho_{\text{man}} = 1,32 \text{ kg/cm}^3$

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + \rho_{\text{man}} g h_A + P_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho_{\text{man}} g h_B + P_B$$

$h_A = h_B = 0$

$$P_A - P_B = \frac{\rho v_B^2}{2} - \frac{\rho v_A^2}{2}$$

$Q = 15 \text{ l/min} = \frac{15 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = \frac{15}{60} \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,25 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

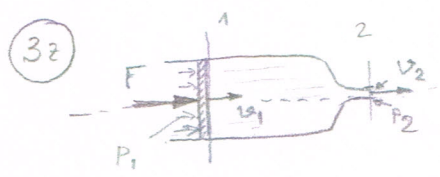
$Q = v_A \cdot A_A \Rightarrow v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ m/s}$

$v_B = v_A \cdot \frac{A_A}{A_B} = 1,25 \cdot 4 = 5 \text{ m/s}$

$P_A - P_B = \Delta P = \frac{1,32 \cdot (5^2 - 1,25^2)}{2} = 15,47 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$\rho g \Delta h = P_A - P_B$

$\Delta h = \frac{(P_A - P_B) / \rho g}{1000 \cdot 10} = \frac{15,47}{10000} = 0,00155 \text{ m} = 1,55 \text{ mm}$



$D_1 = 2 \text{ cm}$
 $D_2 = 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}$
 $v_2 = ?$
 $F = 10 \text{ N}$

$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + P = \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + P$ (with $h_1 = 0, h_2 = 0$)

$P_1 = \frac{F}{A_1} + P_a$; $P_2 = P_a$

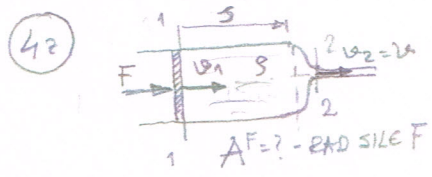
$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$
 $v_1 = v_2 \cdot \frac{A_2}{A_1}$
 $\frac{A_2}{A_1} = \frac{D_2^2 \pi}{4} \cdot \frac{4}{D_1^2 \pi} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \left(\frac{0,1}{2}\right)^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow v_1 = \frac{v_2}{400}$

U1 ≈ 0 - KAO I PRI ISTICANJU VODE IZ SIROKOG REZERVUARA

$$\frac{\rho v_2^2}{2} = P_1 - P_2 = \frac{F}{A_1} + P_a - P_a = \frac{F}{A_1}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2F}{\rho A_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 4}{8 \cdot 1000 \cdot (0,02)^2 \pi}}$$

$v_2 = 7,98 \approx 8 \text{ m/s}$



A_1 - PLOŠTINA POPREČNOG PRESEJKA 1-1
 $A_2 = S$ - PLOŠTINA POPREČNOG PRESEJKA 2-2
 F - SILA $A_2 \ll A_1$
 t - VRIJEME
 V - ZAPREMINA ŠPIKLA

$$\frac{\rho v^2}{2} = P_1 - P_2 = P_1 + \frac{F}{A_1} - P_a = \frac{F}{A_1}$$

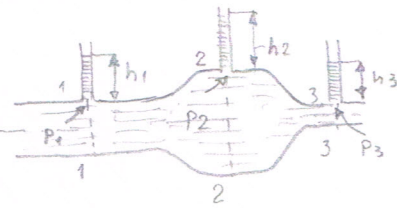
$$F = \frac{\rho v^2}{2} \cdot A_1$$

Poznato: S, V, t, S

$$\begin{aligned}
 AF &= F \cdot s = \frac{\rho v^2}{2} \cdot A_1 \cdot s = \frac{\rho v^2}{2} \cdot V = \\
 &= \frac{\rho}{2} \left(\frac{V}{t \cdot S}\right)^2 V \Rightarrow AF = \frac{\rho V^3}{2 t S}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_1 A_1 &= v_2 A_2 = v \cdot S \\
 v &= v_1 \frac{A_1}{S} = \frac{S}{t} \cdot \frac{A_1}{S} \\
 v &= \frac{V}{t \cdot S}
 \end{aligned}$$

52



$A_1 = 60 \text{ cm}^2$ $Q = 6 \text{ l/s}$ $h_1 = ?$
 $A_2 = 90 \text{ cm}^2$ $P_1 = 102 \text{ kPa}$ $h_2 = ?$
 $A_3 = 40 \text{ cm}^2$ $P_3 = 100 \text{ kPa}$ $h_3 = ?$

$Q = 6 \text{ l/s} = 6 \text{ dm}^3/\text{s} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

$P_1 = \rho g h_1 + P_a \Rightarrow \rho g h_1 = P_1 - P_a = 102 - 100 = 2 \text{ kPa} = 2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
 $1000 \cdot 10 \cdot h_1 = 2 \cdot 10^3 \Rightarrow h_1 = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ m/s}$; $v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = 1 \cdot \frac{60}{90} = 0,667 \text{ m/s}$ $v_3 = \frac{v_1 A_1}{A_3} = 1 \cdot \frac{60}{40} = 1,5 \text{ m/s}$

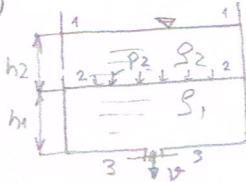
$1-1 ; 2-2$ $\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2$ $P_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_2^2}{2} + P_1 = \frac{1000 \cdot 1^2}{2} - \frac{1000 \cdot 0,667^2}{2} + 102 \cdot 10^3 =$
 $P_2 = 102,278 \text{ kPa}$

$P_2 = \rho g h_2 + P_a \Rightarrow \rho g h_2 = P_2 - P_a \Rightarrow h_2 = \frac{P_2 - P_a}{\rho g} = \frac{(102,278 - 100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 10} = 22,8 \text{ cm}$

$1-1 ; 3-3$ $\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_3^2}{2} + P_3$ $P_3 = \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_3^2}{2} + P_1 = \frac{1000 \cdot 1^2}{2} - \frac{1000 \cdot 1,5^2}{2} + 102 \cdot 10^3 =$
 $P_3 = 101,375 \text{ kPa}$

$h_3 = \frac{P_3 - P_a}{\rho g} = \frac{(101,37 - 100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 10} = 13,7 \text{ cm}$

62



S_1, S_2, h_1, h_2
 $v = ?$

$P_2 = P_1 + \rho g h_2$ $2-2 - 3-3$
 $\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h_1 + P_2 = \frac{\rho v^2}{2} + P_1$
 $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \rho g (S_1 h_1 + S_2 h_2)}{S_1}}$

72

$Q = 0,2 \text{ l} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ $d = ?$ $h = 8,3 \text{ cm}$ $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,083} = 1,3 \text{ m/s}$

$Q = A_s \cdot v = k \cdot A \cdot v \Rightarrow \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{Q}{k \cdot v} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot k \cdot v}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,08 \cdot 1,3}} = 0,0156 \text{ m} = 16 \text{ cm}$

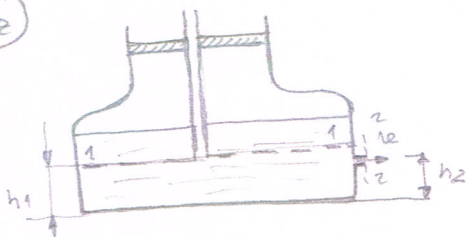


82

$h = ?$ $Q = 15 \text{ l/s} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $A = 20 \text{ cm}^2$ $h = ?$

$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{7,5^2}{2 \cdot 10} = 2,8 \text{ m}$ $Q = v \cdot A$ $v = \frac{Q}{A} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = 7,5 \text{ m/s}$

92



$h_1 = 7,5 \text{ cm}$ $P_1 = P_a$
 $h_2 = 2 \text{ cm}$ $1-1 - 2-2$
 $v = ?$

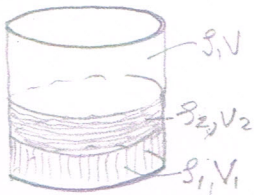
$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g (h_1 - h_2) + P_a = \frac{\rho v^2}{2} + P_a$
 $v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (7,5 - 2) \cdot 10^{-2}}$
 $v = 1,05 \text{ m/s}$

12) U BURETI ZAPREMINE V I GUSTINE ρ NALAZI SE PIJESAK GUSTINE ρ_1 I ZAPREMINE V_1 I ZEMĽA GUSTINE ρ_2 I ZAPREMINE V_2 .

22)

AKO JE $\rho_1 = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1400 \text{ kg/m}^3$

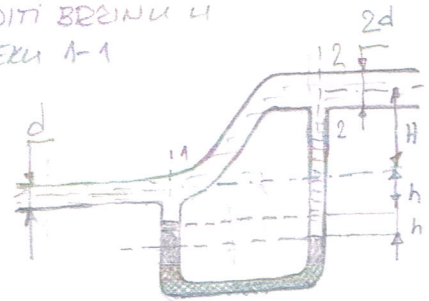
V_1 20% ZAPREMINE BURETA I
 V_2 30% ZAPREMINE BURETA I
 PRAJE 80% ZAPREMINE BURETA
 POTOPĽENO U VODI ODREDITI GUSTINU BURETA.



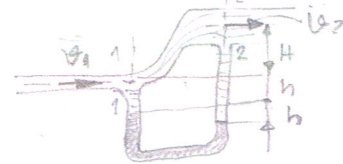
$$\begin{aligned} G &= \rho V g \\ G_1 &= \rho_1 V_1 g \\ G_2 &= \rho_2 V_2 g \\ F_P & \quad G + G_1 + G_2 = F_P \\ \rho V g + \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g &= \rho V g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho V + \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 &= \rho V \\ \rho V + 1200 \cdot 0,2V + 1400 \cdot 0,3V &= 1000 \cdot 0,8V \\ \rho &= 1000 \cdot 0,8 - 1200 \cdot 0,2 - 1400 \cdot 0,3 \\ \rho &= 140 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

ODREDITI BRZINU U PRESJECU 1-1



POZVATO JE $H = 1 \text{ m}$, $h = 10 \text{ cm}$



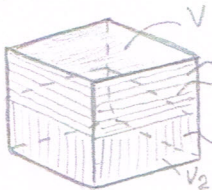
$$\frac{\rho u_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho u_2^2}{2} + \rho g H + P_2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} P_1 + \rho g h + \rho_2 g h &= P_2 + \rho g (H + h + h) \\ P_2 - P_1 - \rho g h + \rho_2 g h - \rho g (H + 2h) &= \\ P_2 - P_1 &= \rho_2 g h - \rho g (H + h) \\ P_2 - P_1 &= 13600 \cdot 10 \cdot 0,1 - 1000 \cdot 10 \cdot 1,1 = 2600 \text{ Pa} \\ u_1 \cdot A_1 &= u_2 \cdot A_2 \Rightarrow u_2 = u_1 \cdot \frac{d^2}{4d^2} = \frac{u_1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\rho u_1^2}{2} - \frac{\rho u_2^2}{2 \cdot 16} &= \rho g H + P_2 - P_1 \\ u_1 &= \sqrt{\frac{\rho g H + (P_2 - P_1)}{\frac{\rho}{2} (1 - \frac{1}{16})}} = \sqrt{\frac{1000 \cdot 10 \cdot 1 + 2600}{\frac{1000}{2} (1 - \frac{1}{16})}} = 5,18 \text{ m/s} \end{aligned}$$

12) KOJI DIO KOCKE U % JE NAPRAVLJEN OD MATERIJALA GUSTINE 1800 kg/m^3 AKO JE PREDSTALI DIO KOCKE NAPRAVLJEN OD MATERIJALA GUSTINE 800 kg/m^3 , A KOCKA PLIVA POTPUNO POTOPĽENA U VODI.

22) U ŠIROKOM REZERVUARIU SE NALAZI VODA, A NA NJU REZERVOARU ZATVORENA SLAVINA. AKO JE PROTOK VODE KOD SLAVINU $1,256 \text{ l/s}$, A PREČNIK SLAVINE 2 cm ODREDITI PRITISAK U SLAVINI KADA JE SLAVINA ZATVORENA.



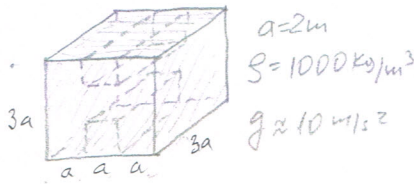
$$\begin{aligned} V_p &= V \\ V_1 &= X \cdot V \\ V_2 &= (1-X) \cdot V \\ G_1 + G_2 &= F_P \\ \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g &= \rho V g \\ \rho_1 X \cdot V + \rho_2 (1-X) \cdot V &= \rho V \cdot X \\ X(\rho_1 - \rho_2) &= \rho - \rho_2 \\ X &= \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{1000 - 800}{1800 - 800} \\ X &= \frac{200}{1000} = 0,2 \\ V_1 &= 0,2V \Rightarrow V_1 = 20\% V \\ V_2 &= 80\% V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= 1,256 \text{ l/s} = 1,256 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\ Q &= \frac{Q}{\pi d^2} \cdot d = \frac{4 \cdot 1,256 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,02^2 \cdot 3,14} \\ u &= 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$u^2 = 2gH \Rightarrow H = \frac{u^2}{2g} = \frac{16}{2 \cdot 10} = 0,8 \text{ m}$$

$$P_{2-2} = \rho g H = 1000 \cdot 10 \cdot 0,8 = 8000 \text{ Pa}$$

12) POTPUNO ZATVORENA KOCKA SA ŠUPLINAMA KAO NA SLICI PLIVA POTPUNO POTOPljena U VODI ODREDITI GUSTINU I TEŽINU TISLA



$$V_k = (3a \cdot 3a \cdot 3a) - 2 \cdot a \cdot a \cdot 3a = 21a^3$$

$$V_p = V = 27a^3$$

$$G = \rho_k \cdot V_k \cdot g = \rho_k \cdot 21a^3 \cdot g$$

$$F_p = \rho_v \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot 27a^3 \cdot g$$

$$\rho_k \cdot 21a^3 \cdot g = \rho_v \cdot 27a^3 \cdot g$$

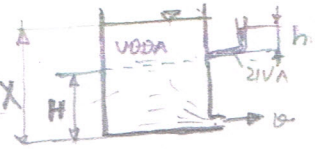
$$\rho_k = \rho_v \cdot \frac{27}{21} = 1000 \cdot \frac{27}{21} = 1286 \text{ kg/m}^3$$

$$G_k = \rho_k \cdot g \cdot V_k = 1286 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 2^3$$

$$G_k = 480,480,00 \text{ N} = 480 \text{ kN}$$

22) ŠIROKI REZERVUAR NAPUNJEN VODOM IMA NA DNU MALI OTVOR KROZ KOJI ISTIČE VODA VODA SE NALAZI U REZERVUARU DO VISINE X.

NA VISINI H OD DUA REZERVUARA NALAZI SE ŽIVIN MANOMETAR (CJEVČICA), PRICEMU H ODREĐUJE VISINU ŽIVE U MANOMETRU. NA BAZI POZUATIH VELIČINA ODREDITI TRAJNE VEIČINE



$$\rho_z = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$H = 4 \text{ m}$$

$$v = 10,95 \text{ m/s}$$

$$h = ?$$

$$v = \sqrt{2g \cdot X} \Rightarrow X = \frac{v^2}{2g} = \frac{10,95^2}{2 \cdot 10} = 6 \text{ m}$$

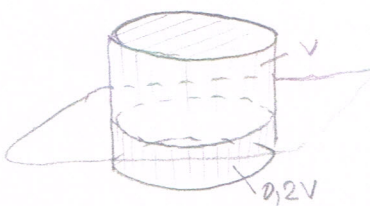
$$\rho_v g (X - H) = \rho_z g h$$

$$h = \frac{\rho_v (X - H)}{\rho_z} = \frac{1000(6 - 4)}{13600}$$

$$h = 0,147 \text{ m} = 14,7 \text{ cm}$$

12) PRAZNO BURE OD PLASTIKE PLIVA 20% POTOPljENE ZAPREMINE U VODI

AKO SE U BURE USPE VODA DO TREĆINE ZAPREMINE BURETA, KOJI DIO ZAPREMINE BURETA U % ĆE BITI POTOPljEN U VODI



prazno bure

$$G_b = F_p = 0,2 V \rho_v g$$

bure sa vodom

$$G_b + G_{voda} = F_p$$

$$G_b + \frac{V}{3} \cdot \rho_v \cdot g = X \cdot V \cdot \rho_v \cdot g$$

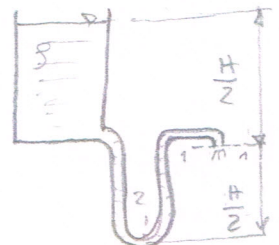
$$\frac{1}{5} \cdot V \cdot \rho_v \cdot g + \frac{V}{3} \cdot \rho_v \cdot g = X \cdot V \cdot \rho_v \cdot g$$

$$X = \frac{4}{15} = 0,267$$

potopljeno je 26,7% zapremine bureta

22) 1/2 ŠIROKOG REZERVUARA ISTIČE VODA KROZ SLAVINU (PRESJEK 1-1) PREČNICA d_1 .

KOLIKO JE RAZLIKA PRITISAKA U PRESJEKUI 2-2 KADA SE SLAVINA OTVORI I KADA SE SLAVINA ZATVORI. PREČNIK CJEVI U PRESJEKUI 2-2 JE d_2



$$H = 10 \text{ m}; \rho = 1000 \text{ kg/m}^3; d_2 = 2d_1; id_1 = 1 \text{ cm}$$

zatvorena slavina (voda miruje)

$$P_2' = P_a + \rho g (H/2 + H/2) = P_a + \rho g H$$

$$P_2' = P_a + 1000 \cdot 10 \cdot 10 = P_a + 100 \text{ kPa}$$

otvorena slavina

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot H/2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{A_2} = \frac{d_1^2 \cdot v_1}{d_2^2 \cdot v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{d_1^2 \cdot v_1}{4 \cdot d_1^2} = \frac{v_1}{4}$$

$$v_2 = 2,5 \text{ m/s}$$

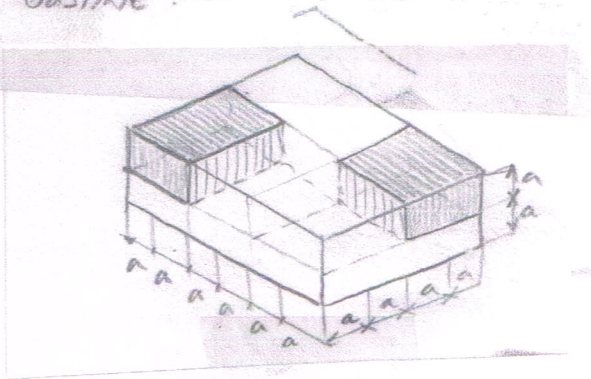
$$2-2: 1-1 \quad \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2'' = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g \frac{H}{2} + P_a \Rightarrow P_2'' = \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g \frac{H}{2} + P_a$$

$$P_2'' = P_a + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2 + gH) = P_a + 500 (10^2 - 2,5^2 + 10 \cdot 10) = P_a + 96,875,00 \text{ Pa} = P_a + 96,875 \text{ kPa}$$

$$P_2' - P_2'' = 100 - 96,875 = 3,125 \text{ kPa} = 3,125 \text{ Pa}$$

3. KOLOKVIJUM IZ TEHNIČKE MEHANIKE
I HIDROMEHANIKE (18.12.2013.)

12) PUNI KVADAR PRIKAZAN NA SLICI PLIVA POTPUNO POTOPLENO U TEČNOSTI GUSTINE ρ . KOLIKI PROCENT PRVOBITNE ZAPREMINE KVADRA ĆE BITI ISPOD POUŠINE TEČNOSTI AKO SE OD KVADRA OSTRANI DVA ČENI - OSJENČENI ODO, A KVADR PLIVA U TEČNOSTI DUPLO VEĆE GUSTINE?

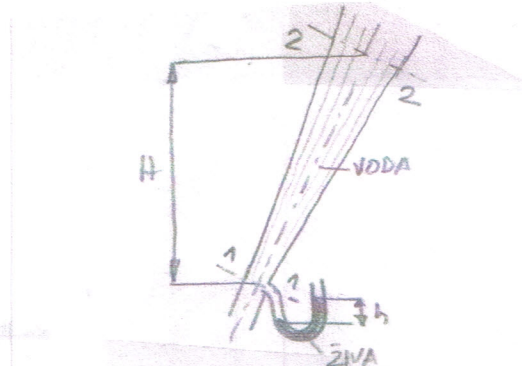


$$\begin{aligned} S_k &= \rho & V_k &= 6a \cdot 4a \cdot 2a = 48a^3 \\ G_k &= S_k \cdot (48a^3 - 2 \cdot 4a^3) g = 8 \cdot 40a^3 g \\ F_p &= 2\rho \cdot x \cdot 24a^2 \cdot g & F_p &= G_k \\ 40\rho a^3 g &= 48\rho a^2 x g & \rightarrow x &= \frac{40}{48} a = \frac{5}{6} a \end{aligned}$$

Potopljena zapremina kvadra:
 $V_1 = 6a \cdot 4a \cdot x = 6a \cdot 4a \cdot \frac{5}{6} a = 20a^3$
 Procent: $\frac{V_1}{V_k} = \frac{20a^3}{48a^3} = 41,67\%$

P_1 - relatični pritisak

22) KROZ CIJEV PROMJENJIVOG POPREČNOG PRESJEKA (PRIKAZANA NA SLICI) PROTICE VODA. PROTOK VODE KROZ PRESJEK 2-2 POUŠINE 5 dm^2 JE 10 l/s . AKO JE: PREČNIK POPREČNOG PRESJEKA 1-1 $d_1 = 1,1285 \text{ dm}$, VISINSKA RAZLIKA PRESJEKA $H = 2 \text{ m}$; VISINSKA RAZLIKA NIŽA ŽIVE U "U" CIJEVI $h = 20 \text{ cm}$; GUSTINA VODE 1000 kg/m^3 A ŽIVE 13600 kg/m^3



$$10 \text{ l} = 10 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

ODREDITI PRITISAK U PRESJEKU 2-2

$$\begin{aligned} Q &= \frac{10 \text{ l}}{1 \text{ s}} = v_2 A_2 = v_1 A_1 & A_2 &= 5 \text{ dm}^2 \\ v_2 &= \frac{Q}{A_2} = \frac{10 \text{ dm}^3/\text{s}}{5 \text{ dm}^2} = 2 \frac{\text{dm}}{\text{s}} = 0,2 \text{ m/s} \\ A_1 &= \frac{d_1^2 \pi}{4} = \frac{(1,1285)^2 \pi}{4} = 1 \text{ dm}^2 \\ v_1 &= \frac{Q}{A_1} = \frac{10}{1} = 10 \frac{\text{dm}}{\text{s}} = 1 \text{ m/s} \\ \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ v_1 &= 1 \text{ m/s} \\ v_2 &= 0,2 \text{ m/s} \\ H &= 2 \text{ m} ; h = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$P_1 + \rho g h = \rho_2 g h$$

$$P_1 = (\rho_2 - \rho) g h$$

$$P_1 = (13600 - 1000) \cdot 9,81 \cdot 0,2$$

$$P_1 = 24721,2 \text{ Pa} = 24,72 \text{ kPa}$$

Bernulijeva jednačina za 1-1 i 2-2

$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + H \rho g \rightarrow P_2 = P_1 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) - H \rho g$$

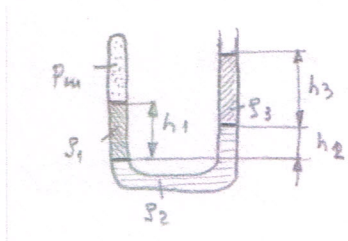
$$P_2 = 24721,2 + \frac{1000}{2} (1^2 - 0,2^2) - 2 \cdot 9,81 \cdot 1000 = 5581,2 \text{ Pa} = 5,58 \text{ kPa}$$

[Signature]

3. KOLOKVIJUM 12 TEHNIČKE MEHANIKE I HIDROMECHANIKE

POPRAVNI 9.01.2013.g.

12) U "U" cijevi su usute tri tečnosti različitih gustina. Jedan krak "U" cijevi je zatvoren. Nivodi pojedinih tečnosti, koje se ne miješaju, su prikazane na slici



ODREDITI NADPRITISAK P_m u zatvorenom dijelu "U" cijevi ako su gustine ρ_1, ρ_2 i ρ_3 poznate; ako su poznate visine h_1, h_2 i h_3

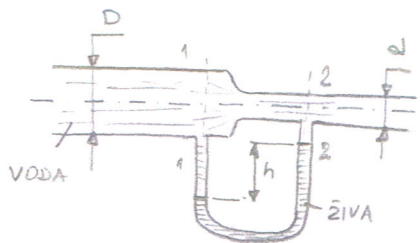
$$P_m + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$P_m = (\rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 - \rho_1 h_1) g$$

$$\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho_v} = \frac{Q^2}{A_2^2} - \frac{Q^2}{A_1^2} = Q^2 \left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2 A_2^2} \right)$$

$$Q = 4,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

22) VODA STRUJI KROZ ZATVORENU CIJEV KAO NA SLICI.



$$\rho_z = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

AKO JE RAZLIKA NIJA ŽIVE U "U" CIJEVI $h = 20 \text{ cm}$ I AKO JE $D = 0,1 \text{ m}$ I $d = 0,05 \text{ m}$ ODREDITI PROTOK VODE KROZ CIJEV.

$$A_1 = \frac{D^2 \pi}{4} = \frac{0,1^2 \pi}{4} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; A_2 = \frac{d^2 \pi}{4} = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Bernulijeva jednačina za 1-1 i 2-2

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2 \quad v_1 A_1 = Q \rightarrow v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) \quad v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

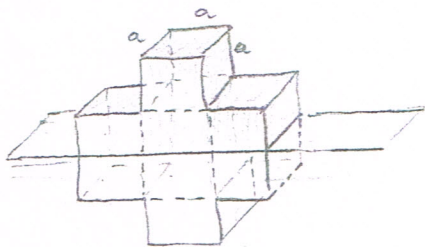
$$P_1 + \rho g h = P_2 + \rho g h \rightarrow P_1 - P_2 = (\rho_z - \rho_v) g h$$

$$P_1 - P_2 = (13600 - 1000) 9,81 \cdot 0,102 = 2,47 \text{ kPa}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2) \cdot A_1^2 A_2^2}{\rho_v \cdot (A_1^2 - A_2^2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,47 \cdot 10^3 \cdot 7,85^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,96^2 \cdot 10^{-6}}{1000 \cdot (7,85^2 \cdot 10^{-6} - 1,96^2 \cdot 10^{-6})}}$$

3. KOLOKVIJUM 12 TEHNIČKE MEHANIKE I HIDROMECHANIKE - 30.01.2014.g.

TJELO KOJE SE SASTOJI OD 8 KOCKI STRANICE $a = 0,25 \text{ m}$ PLIVA DO POLOVINE POTOPLENO U VODI. KOJKA JE GUSTINA TJECLA?



$$G = F_p$$

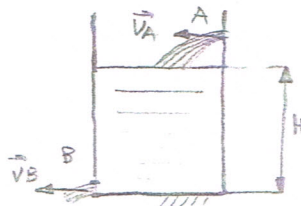
$$G = a^3 \cdot 8 \cdot g \cdot \rho_T = 8 a^3 g \rho_T$$

$$F_p = 4 a^3 g \rho_v$$

$$8 a^3 g \rho_T = 4 a^3 g \rho_v$$

$$\rho_T = \frac{\rho_v}{2} = 500 \text{ kg/m}^3$$

22) U ŠIROKI REZERVUAR KROZ OTVOR A SE ULIVA 20 dm³/s VODE. KROZ OTVOR B VODA ISTIČE. AKO JE PLOŠTINA OTVORA DVA PUTA VEĆA OD PLOŠTINE OTVORA A I IZNOSI 0,4 dm² ODREDITI NA KOJJOJ VISINI ĆE SE NIVVO VODE U REZERVUARU STABILIZOVATI?



KOJKA JE BRZINA VODE U PRESJECIMA A I B?

$$Q = 20 \text{ dm}^3/\text{s} = 20 \text{ dm}^3/\text{s}$$

$$A_B = 2 A_A$$

$$v_B \cdot A_B = v_A \cdot A_A$$

$$v_B \cdot 2 A_A = v_A \cdot A_A$$

$$v_B = \frac{v_A}{2}; v_A = 2 v_B$$

$$Q = v_B \cdot A_B$$

$$v_B = \frac{20 \text{ dm}^3/\text{s}}{0,4 \text{ dm}^2} = 50 \text{ dm/s} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_A = 10 \text{ m/s}$$