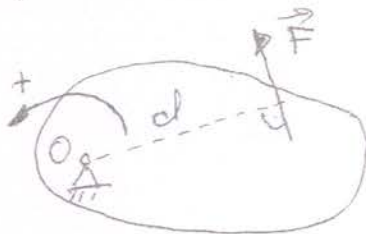


2. SAVIJANJE GREDNOG NOSAČA STATIČKI DIJAGRAMI

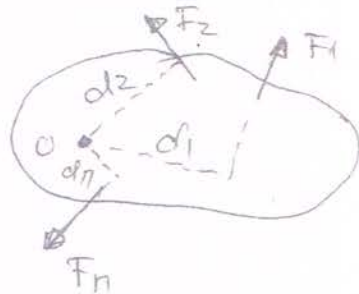
Pod momentom sile F za osu p koja je normalna na ravan papira i prolazi kroz tačku O (sl.) u oznaci M_o^F podrazumijeva se proizvod sile i najkraćeg rastojanja d od pravca dejstva sile do tačke O tj.



$$M_o^F = F \cdot d$$

Pod dejstvom sile F tj. njenog momenta tijelo će se obrtati oko posmatrane ose odnosno tačke. Za pozitivan moment odnosno smjer obrtanja usvojicemo smjer suprotan od smjera obrtanja kazaljke na satu. Ukoliko pravac dejstva sile prolazi kroz tačku O moment je jednak nuli tj. $M_o^F = 0$ jer je najkraće rastojanje $d = 0$.

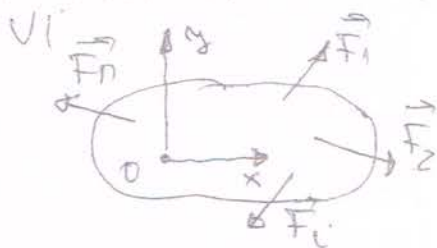
Pod momentom skupa sila $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ za osu p odnosno tačku O podrazumijeva se suma momenata od pojedinih sila tj.



$$M_o^{(F_1, F_2, \dots, F_n)} = M_o^{F_1} + M_o^{F_2} + \dots + M_o^{F_n}$$

$$= F_1 d_1 + F_2 d_2 + \dots + F_n d_n$$

Tijelo na koje dejstvuje proizvoljan sistem sila u ravni (sl) bilo u ravnotezi (mirnoj) neophodno je da su zadovoljeni sledeći uslovi



$$F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_{ix} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_{iy} = 0$$

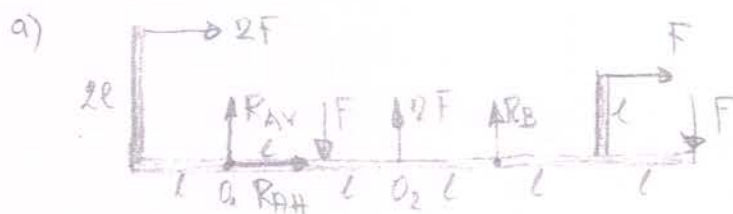
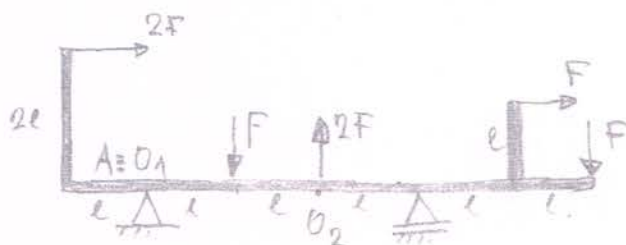
$$M_o^{F_1} + M_o^{F_2} + \dots + M_o^{F_n} = \sum M_o^F = 0$$

PRVA DVA USLOVA, UKOLIKO SU ZADANOVIENA OBE -
 ZBIJEKUTU DA NEMA TRANSLATORNOG POMIĆERANJA
 TIJELA U HORIZONTALNOM I VERTIKALNOM PRAVCU,
 DOK TREĆI USLOV UKOLIKO JE ZADANOVIEN OBE -
 ZBIJEKUTUJE DA NEMA OBRATANJA POSMATRANOG TI -
 JELA.

PRIMJER: ZA TIJELO OBLIKA GREDE (GREDNI NOSAČ)
 KOJE JE OPTEREĆENO SIGAMA KAO NA SLICI!

- OSLOBODITI GA OD VEŽA (OSLONACA) I PRIKAZATI
 SILE (REAKCIJE VEŽA)
- IZRAČUNATI SUME: HORIZONTALNIH SILA, VERTI -
 KALNIH SILA I SUME MOMENATA ZA TAČKE O_1 I O_2
- ODREDITI REAKCIJE U OSLONCIMA TAKO DA BUDU
 ZADANOVIENI USLOVI RAVNOSTEŽE.
 DATO JE F I l .

10



$$\begin{aligned}
 \sum F_{iH} &= 2F + F + R_{AH} \\
 \sum F_{iV} &= R_{AV} - F + 2F + R_B - F \\
 \sum M_{O_1} &= 2F \cdot 2l + R_B \cdot 3l - F \cdot l - F \cdot l - F \cdot 5l - 2F \cdot 2l \\
 \sum M_{O_2} &= 2F \cdot 2l - R_B \cdot l + F \cdot l + F \cdot 3l - F \cdot l + R_{AV} \cdot 2l
 \end{aligned}$$

- c) DA BI GREDNI NOSAČ BIO U RAVNOSTEŽI PRED

DEJSTVOM POSMAJ RANOG SISTEMA SILA NEOPHODNU JE DA SU ZADOVOLJENI SLJEDECI USLOVI

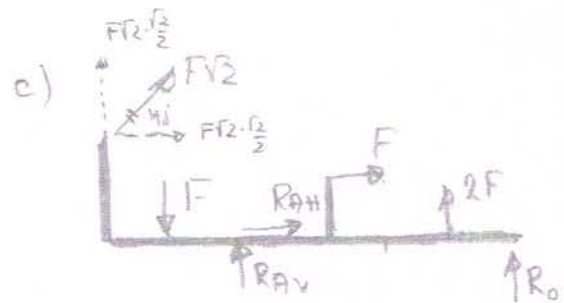
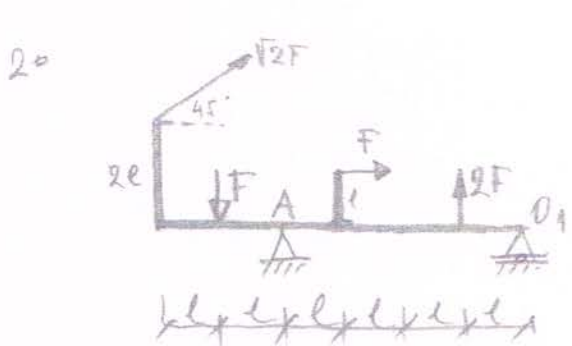
$$\sum F_{iH} = 0; \sum F_{iV} = 0; \sum M_A = 0$$

PA JE

$$2F + F + R_{AH} = 0 \Rightarrow R_{AH} = -3F$$

$$R_{AV} - F + 2F + R_B - F = 0 \Rightarrow R_{AV} = -\frac{7}{3}F$$

$$2F \cdot 2l + R_B \cdot 3l - Fl - Fl - F \cdot 5l - 2F \cdot 2l = 0 \Rightarrow R_B = \frac{7}{3}F$$

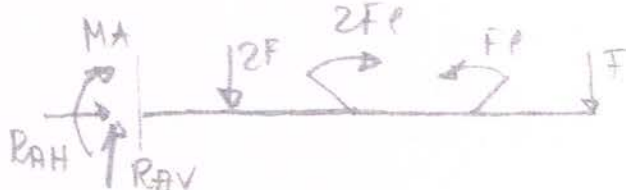
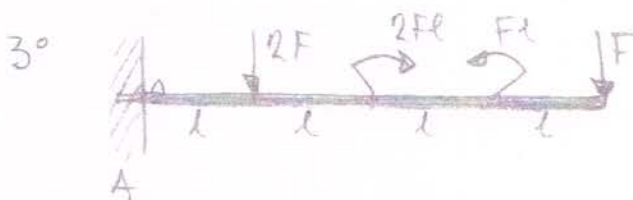


$$\sum F_{iH} = 0: R_{AH} + F + \sqrt{2}F \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \Rightarrow R_{AH} = -2F$$

$$\sum F_{iV} = 0: R_{AV} + R_0 + 2F - F + F\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow R_{AV} = -\frac{5}{2}F$$

$$\sum M_A = 0: R_0 \cdot 4l + 2F \cdot 3l - Fl + Fl - \sqrt{2}F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2l - \sqrt{2}F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2l = 0$$

$$\Rightarrow R_0 = \frac{F}{2}$$



$$\sum F_{iH} = 0: R_{AH} = 0$$

$$\sum F_{iV} = 0: R_{AV} - 2F - F = 0$$

$$\Rightarrow R_{AV} = 3F$$

$$\sum M_A = 0: Fl - 2Fl - F \cdot 4l - 2Fl - M_A = 0$$

$$\Rightarrow M_A = 7Fl$$

Pod GREDNIM NOSAČEM (GREDOM) PODRAZUMIJEVA SE TIJELO KOD KOGA SU DVIJE DIMENZIJE (DIMENZIJE POPREČNOG PRESJETA) MALE U ODNOSU NA DUŽINU NOSAČA. (sl.)

POPREČNI PRESJEK NOSAČA MOŽE BITI RAZLIČITOG OBLIKA: PRAVOUGAONI, KVADRATNI, KRUŽNI, TROUGLATNI ...

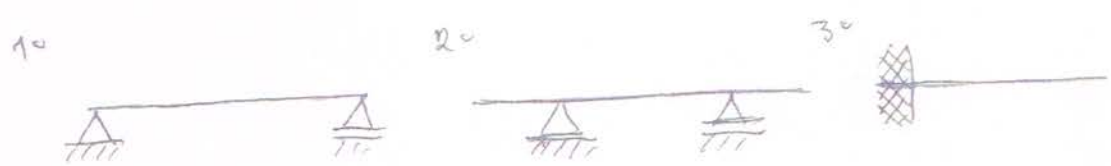


GREDNI NOSAČI MOGU NA RAZLIČITE NAČINE DA BU-
DU VEZANI ZA PODLOGU Ili ZA NEKO DRUGO TIJELO. OSNO-
VNE VRSTE VEZA KOD GREDNIH NOSAČA SU: POKRE-
TAN OSLOMAC, NEPOKRETN OSLOMAC I UCHESTENE
ČAO NA SLICI. NA SLICI SU PRIKAZANE I REAKCIJE

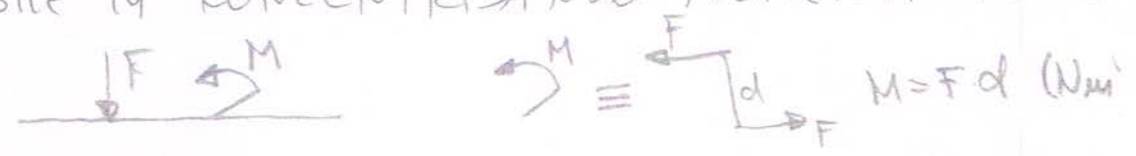


KOLJE SE POJAVLJUJU U OBLIKU JEDNE SILE, DVIJE SILE
i DVIJE SILE i REAKCIJNOG MOMENTA

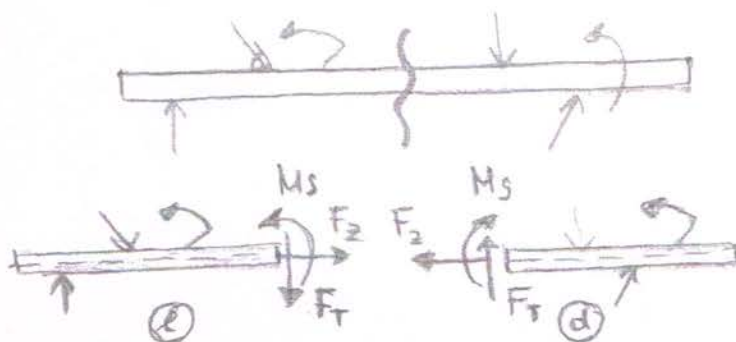
OSNOVNI OBLICI GREDNIH NOSAČA SU: PROSTA
GREDNA, GREDNA SA PREPOSTIMA I KONZOLA (sl.)



OPTEREĆENJE SA KOJIM JE OPTEREĆEN GREDNI NO-
SAC NAČEŠĆE SE POJAVLJUJE U OBLIKU KONCENTRI-
SANE SILE Ili KONCENTRISANOG MOMENTA (SPREGA)



POD UNUTRAŠNJIH SILAMA I UNUTRAŠNJIH MOMENTOM U PROIZVOLJNO UOCENOM POPREČNOM PRESTECU GREDNOG NOSAČA PODRAZUMIJEVAMO: AKSIJACNU SILU F_2 , TRANSVERZALNU (POPREČNU) SILU F_T I MOMENT SAVIJANJA M_s (sl.)



AKSIJACNA (UZDUŽNA) SILA F_2 U UOCENOM PRESTECU NOSAČA JEDNAKA JE ZBIRU AKSIJACNIH SILA SA LIJEVE ILI SA DESNE STRANE OD UOCENOG PRESTJKA, π' .

$$F_2 = \sum F_{i2}^l = \sum F_{i2}^d$$

TRANSVERZALNA (POPREČNA) SILA F_T U UOCENOM PRESTECU NOSAČA JEDNAKA JE ZBIRU (SUMI) SVIH POPREČNIH SILA SAMO SA LIJEVE ILI SAMO SA DESNE STRANE NOSAČA U ODNOSU NA UOCENI PRESTJEC, π' .

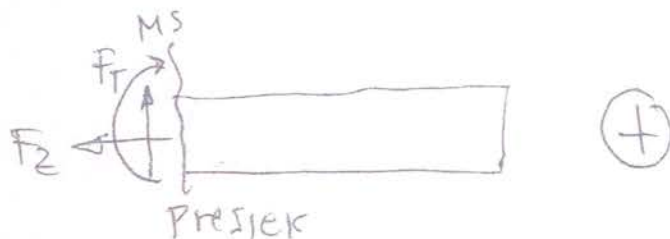
$$F_T = \sum F_{iT}^l = \sum F_{iT}^d$$

MOMENT SAVIJANJA M_s U UOCENOM POPREČNOM PRESTECU NOSAČA JEDNAK JE ZBIRU MOMENATA ZA Mjesto PRESTJKA OD SILA SAMO SA LIJEVE ILI SAMO SA DESNE STRANE U ODNOSU NA UOCENI PRESTJEC π' .

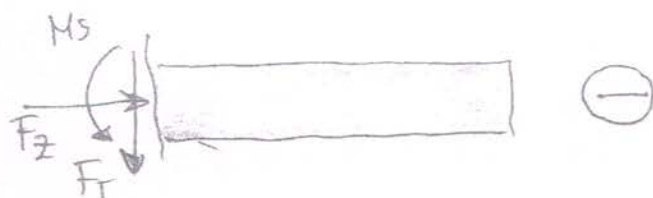
$$M_s = \sum M_{is}^l = \sum M_{is}^d$$

VAŽI SLJEDEĆI DOGOVOR ZA ZNAKE UNUTRAŠNJIH

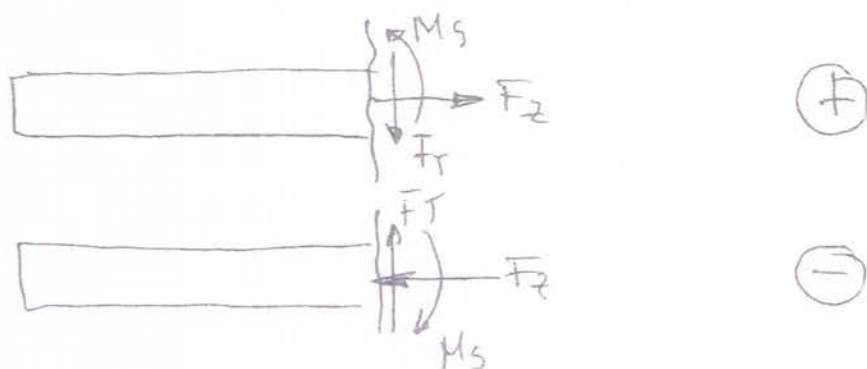
SILA I MOMENTA: AKO UNUTRASNJE SILE I MOMENTI RACUNANO SA LIJEVE STRANE U ODNOSU NA PRESJEK ONDA SE ZA POZITIVNE SMATRAJU ONE KOJE IMAJU SMJEROVE KAO NA SLICI



A NEGATIVNE SU ONE KOJE IMAJU SMJEROVE SUPROTNE OD KJIH TI.



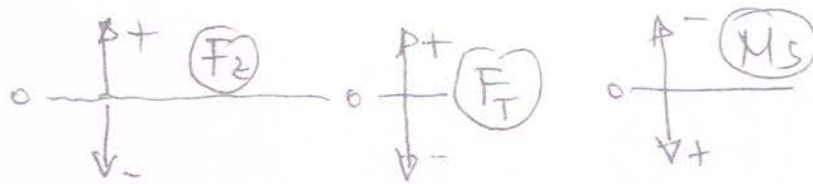
AKO PAK UNUTRASNJE SILE I MOMENTI RACUNANO SA DESNE STRANE U ODNOSU NA VOENI PRESJEK POZITIVNE I NEGATIVNE UNUTRASNJE SILE I MOMENT SU PRIKAZANI NA SLJEDEĆOJ SLICI



AKO VRIJEDNOSTI UNUTRASNJIH SILA F_Z I F_T SRACUNAMO ZA ODREĐEN BROJ KARAKTERISTIČNIH PRESJEKA NASTAĆA I AKO TAKO DOBIVENE VRIJEDNOSTI SPOJIMO SA

ODREĐENIM UNITAMA DOBICEMO DIAGRAME KOJI POKAZUJU KAKO SE F_z , F_T I M_s MIEŃAJU PO DUŽINI NOSAČA. TI DIAGRAMI SE JEDNIM IMENOM ZOVU STATIČNI DIAGRAMI.

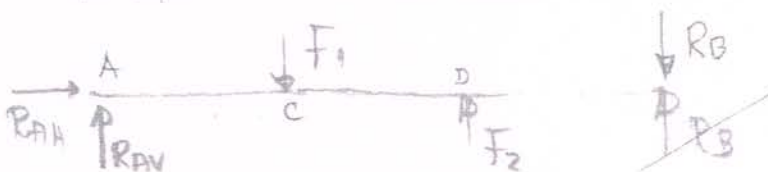
UOBICAJENO JE DA SE POZITIVNE VRIJEDNOSTI ZA F_z I F_T NANOSE NAVIŠE U ODNOSU NA NULTU UNITU, DOK SE POZITIVNA VRIJEDNOST M_s -a NANOŠI NANIZE U ODNOSU NA NULTU OSU. (SL.)



PRIMJER: ZA PROSTU BREDU OPTEREĆENU SILAMA $F_1 = 1\text{ kN}$ I $F_2 = 2\text{ kN}$ ODREĐITI REAKCIJE U OSLOŃCIMA A ZATIM NACRTATI STATIČNE DIAGRAME. DATO JE $l = 1\text{ m}$.



REAKCIJE U OSLOŃCIMA R_{AH} , R_{AV} I R_B ODREĐUJEMO IZ TRI USLOVA RAVNOTEŽE KOJI MORAJU BITI ZADOVOLJENI



$$\sum F_H = 0: \boxed{R_{AH} = 0}$$

$$\sum M_A = 0: R_B \cdot 3l + F_2 \cdot 2l$$

$$- F_1 \cdot l = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = -1\text{ kN}}$$

$$\sum F_V = 0: R_{AV} + R_B - F_1 + F_2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{AV} = 0}$$

$$\sum F_{xH} = 0 : \boxed{R_{AH} = 0}$$

$$\sum F_{yV} = 0 : R_{AV} - 2F + F = 0 \Rightarrow \boxed{R_{AV} = F = 2 \text{ kN}}$$

$$\sum M_A = 0 : F \cdot 3l + Fe - 2F \cdot 2l - Fe - M_A = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = -2 \text{ kNm}}$$

$$M_A = 2 \text{ kNm}$$

VRJEDNOSTI MOMENATA SAVIJANJA U KARAKTERISTIČNIM PRESJECIMA

$$\textcircled{A} \quad M_S^{\textcircled{A}} = -2 \text{ kNm}$$

$$\textcircled{B} \quad M_S^{\textcircled{B}} = -M_A + R_{AV} \cdot l = -2 + 2 = 0$$

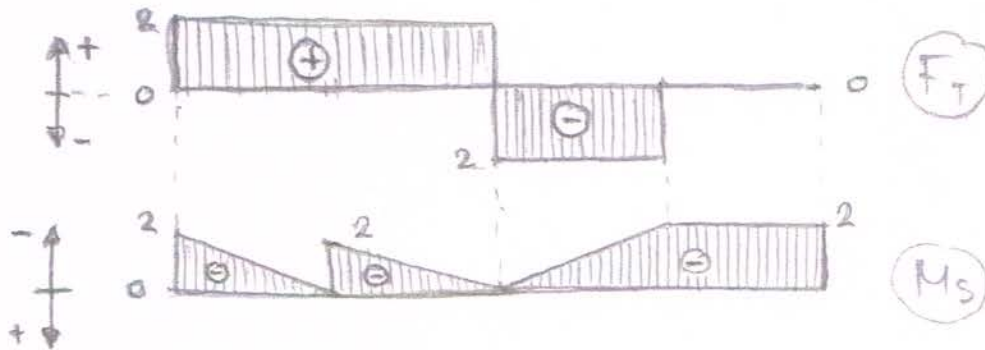
$$M_S^{\textcircled{C}} = -M_A + R_{AV} \cdot l - Fe = -2 \text{ kNm}$$

$$\textcircled{D} \quad M_S = -M_A - Fe + R_{AV} \cdot 2l = 0 \text{ kNm}$$

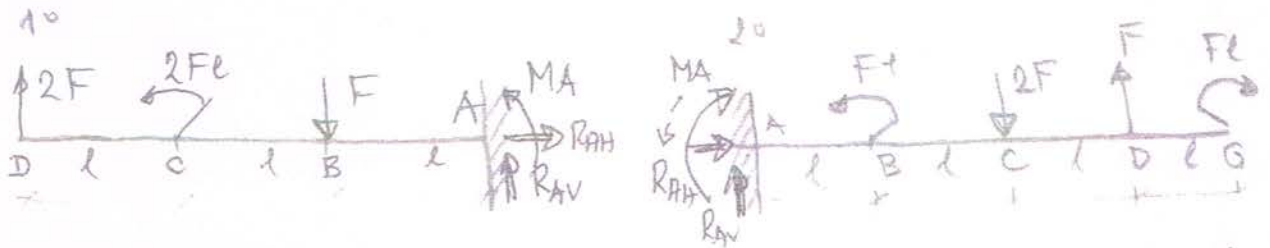
$$\textcircled{E} \quad M_S = -M_A - Fe - 2Fe + R_{AV} \cdot 3l = -2 \text{ kNm}$$

$$\textcircled{G} \quad M_S^{\textcircled{G}} = -M_A - Fe - 2F \cdot 2l + R_{AV} \cdot 4l + Fe = -2 \text{ kNm}$$

$$M_S^{\textcircled{H}} = 0$$



PRIMJER: ZA KONZOLU OPTEREĆENU IKAO NA SLICI ODREDITI REAKCIJE U UJESTENJU A ZATIM NACRTATI STATIČKE DIAGRAME. DATO JE: $F = 2 \text{ kN}$, $l = 1 \text{ m}$; $M = 1 \text{ kNm}$.



1^o REAKCIJE U UJESTENJU ODREĐUJEMO IZ USLOVA RAVNOSTE:

$$\sum F_{iH} = 0 : \boxed{R_{AH} = 0}$$

$$\sum F_{iV} = 0 : R_{AV} + 2F - F = 0 \quad \boxed{R_{AV} = -2 \text{ kN}}$$

$$\sum M_A = 0 : M_A + Fl + 2F \cdot l - 2F \cdot 3l = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = 6 \text{ kNm}}$$

VRIEDNOSTI MOMENTA SAVIJANJA U IKA-RIZIKETUSPIŃNIM PRESJECIMA SU:

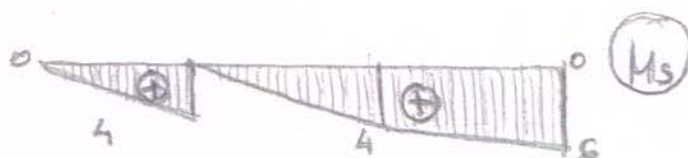
$$\textcircled{D} \quad M_S = 0$$

$$\textcircled{C} \quad M_S^{\textcircled{D}} = 2Fl = 4 \text{ kNm} \quad ; \quad M_S^{\textcircled{C}} = 2Fl - 2Fl = 0$$

$$\textcircled{B} \quad M_S^{\textcircled{D}} = M_S^{\textcircled{C}} = 2F \cdot 2l - 2Fl = 4 \text{ kNm}$$

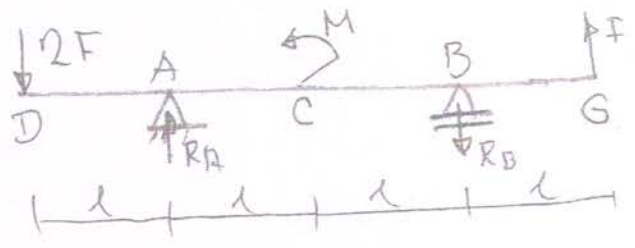
$$\textcircled{A} \quad M_S^{\textcircled{D}} = 2F \cdot 3l - 2Fl - Fl = 6 \text{ kNm}$$

$$M_S^{\textcircled{A}} = 0 = 2Fl - 2Fl - Fl - M_A$$



PRIMER ZA GREDEV SA PREPUŠTAMA KOJA JE OPTEREĆENA KAO NA SLICI NAČI REAKCIJE U OSLOVNICIMA I NAČRTATI STATIČKE DIAGRAME.

DATO JE: $F = 1\text{ kN}$, $M = 1\text{ kNm}$ i $l = 1\text{ m}$.



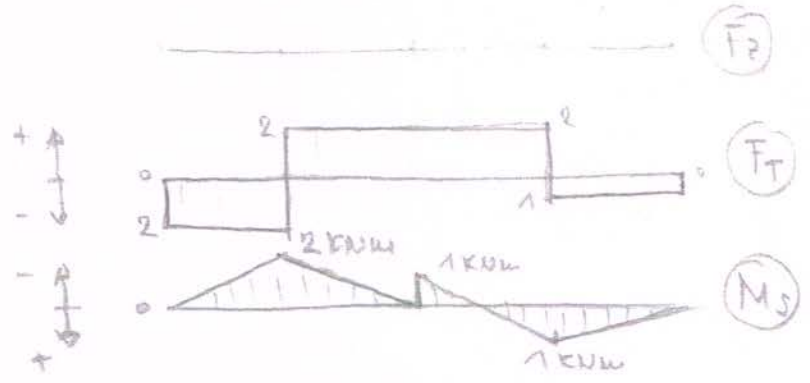
REAKCIJE U OSLOVNICIMA ODREĐUJEMO IZ USLOVA RAVNOSTEŽE

$$\sum F_{iv} = 0: R_A + F - 2F - R_B = 0$$

$$\sum M_A = 0: F \cdot 3l - R_B \cdot 2l + M + 2F \cdot l = 0$$

PA JE: $R_A = 4\text{ kN}$ i $R_B = 3\text{ kN}$.

- Ⓓ $F_T^{(D)} = 0$; $F_T^{(2)} = -2F = -2\text{ kN}$; $M_S = 0$
- Ⓐ $F_T^{(1)} = -2F = -2\text{ kN}$; $F_T^{(4)} = -2F + R_A = 2\text{ kN}$ $M_S = -2F \cdot l = -2\text{ kNm}$
- Ⓑ $F_T = -2F + R_A = +2\text{ kN}$; $M_S^{(1)} = -2F \cdot 2l + R_A \cdot l = 0\text{ kNm}$
 $M_S^{(2)} = -2F \cdot 2l + R_A \cdot l - M = -1\text{ kNm}$
- Ⓒ $F_T^{(1)} = -2F + R_A = 2\text{ kN}$
 $F_T^{(2)} = -2F + R_A - R_B = -1\text{ kN}$
 $M_S = -2F \cdot 3l + R_A \cdot 2l - M = 1\text{ kNm}$
- Ⓒ $F_T^{(1)} = -2F + R_A - R_B = -1\text{ kN}$ $F_T^{(2)} = 0$ $M_S = 0$



KARAKTERISTIČNI PRESJECI SU A, B, C, D. VRIJEDNOSTI UNUTRAŠNJIH SILA I MOMENATA U IGIMA SU

(A) $F_2 = 0$
 $F_T^{\text{ⓐ}} = 0$
 $F_T^{\text{ⓑ}} = R_{AV} = 0$
 $M_S = 0$

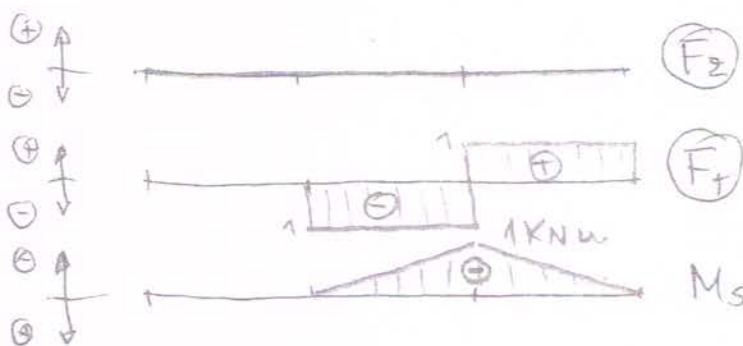
OZNAKE ② i ③ ODNOSE SE NA PRESJEKE KOJI SU POMIĆENI MALO LIJEVO ODNOŠNO MALO DESNO U ODNOŠU NA PRESJEK ①.

(C) $F_2 = 0$
 $F_T^{\text{ⓐ}} = R_{AV} = 0$
 $F_T^{\text{ⓑ}} = R_{AV} - F_1 = -1 \text{ KN}$
 $M_S = R_{AV} \cdot l = 0$

(D) $F_2 = 0$
 $F_T^{\text{ⓐ}} = R_{AV} - F_1 = -1 \text{ KN}$
 $F_T^{\text{ⓑ}} = R_{AV} - F_1 + F_2 = +1 \text{ KN}$
 $M_S = R_{AV} \cdot 2l - F_1 \cdot l = -1 \text{ KNm}$

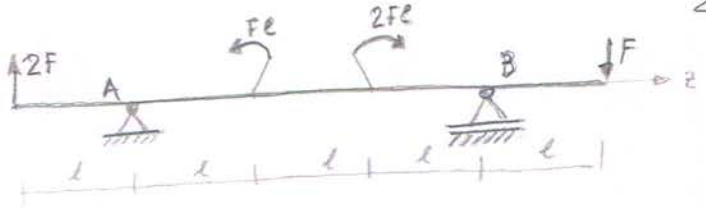
(B) $F_2 = 0$
 $F_T^{\text{ⓐ}} = R_{AV} - F_1 + F_2 = +1 \text{ KN}$
 $F_T^{\text{ⓑ}} = R_{AV} - F_1 + F_2 - R_B = 0$
 $M_S = 0$

STATIČKI DIAGRAMI I MOGU IZGLED DA O NOSTI PRILIKOM ČITANJA DIAGRAMA VRIJEDNOSTI U POJEDINIM PRESJECIMA TREBA SPAJATI PRAVIM LINIJAMA.



ODREDITI REAKCIJE I NACRTATI
STATIČKE DIJAGRAME ZA GIBU
PRIKAZANH NA SLICI
DATO JE: $F \cdot l$

(10)



REAKCIJE OSIONACA

$$\sum F_y = 0$$

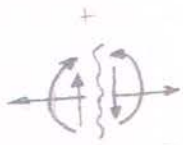
$$2F + R_A + R_B - F = 0$$

$$R_A + R_B + F = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

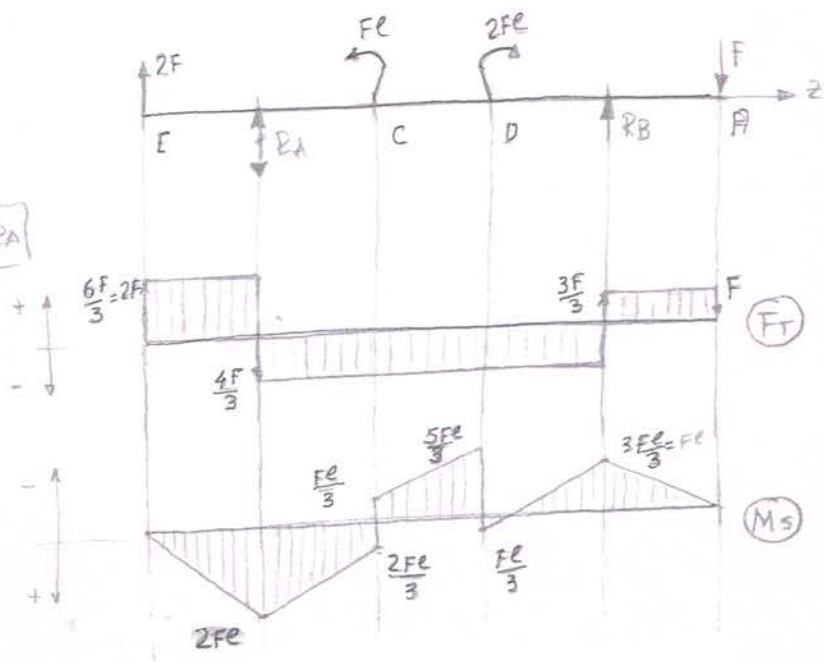
$$R_B \cdot 3l + F \cdot l - 2Fl - 4Fl - 2Fl = 0$$

$$R_B = \frac{7F}{3} \quad R_A = -F - \frac{7F}{3} = -\frac{10F}{3} = R_A$$

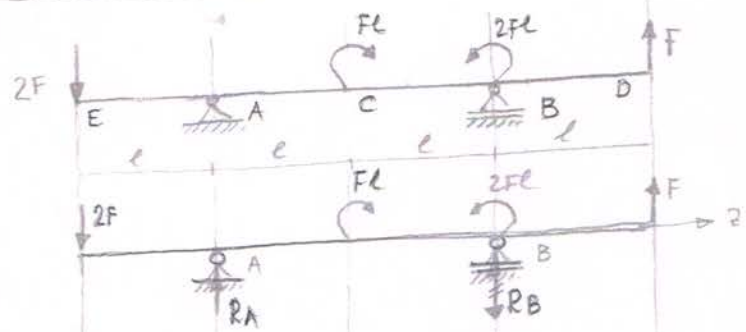


CRTAJJE DIJAGRAMA

E: $\sum M_E = 0$
 A: $\sum M_A = 2Fl$
 C: $\sum M_C = 2F \cdot 2l - \frac{10F}{3} \cdot l = \frac{2Fl}{3}$
 D: $\sum M_D = 2F \cdot 3l - R_A \cdot 2l - Fl = -\frac{5Fl}{3}$
 B: $\sum M_B = -F \cdot 2l + \frac{7F}{3} \cdot l = \frac{Fl}{3}$



(20)



REAKCIJE OSIONACA

$$\sum M_A = 0 \quad 2Fl - Fl + 2Fl + F \cdot 3l + R_B \cdot 2l = 0$$

$$R_B = -3F \quad R_B = 3F$$

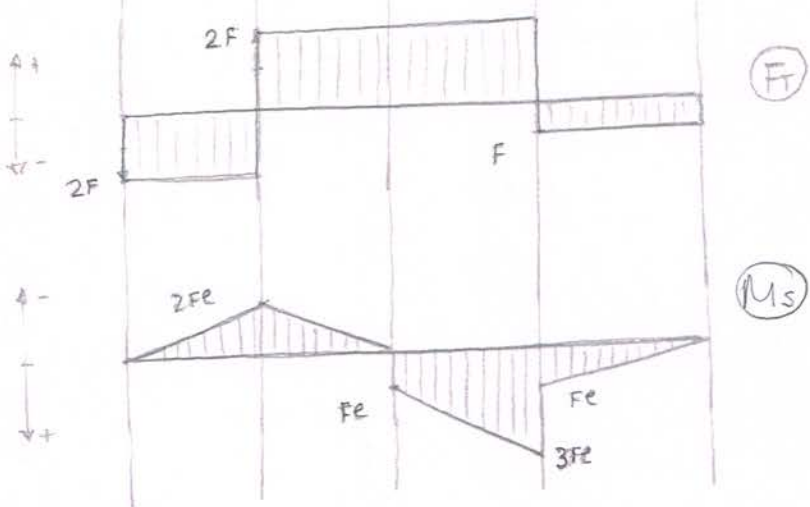
$$\sum F_v = 0 \quad -2F + R_A - R_B + F = 0$$

$$R_A = 2F + R_B - F = 4F \quad R_A = 4F$$

CRTAJJE DIJAGRAMA

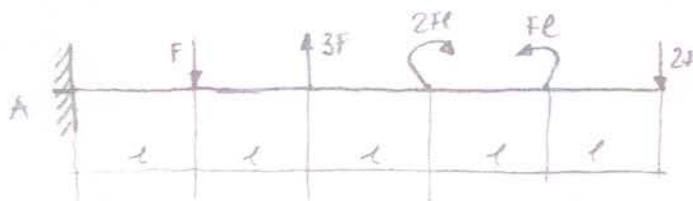


E: $\sum M_E = 0$
 A: $\sum M_A = -2F \cdot l$
 C: $\sum M_C = -2F \cdot 2l + R_A \cdot l = -4Fl + 4Fl = 0$
 B: $\sum M_B = Fl$



ODREĐITI REAKCIJE I NACRTATI STATIČKE DIJAGRAME ZA GREDEH OPTEREĆENU KAO NA SLICI
DATA JE F I l

1°

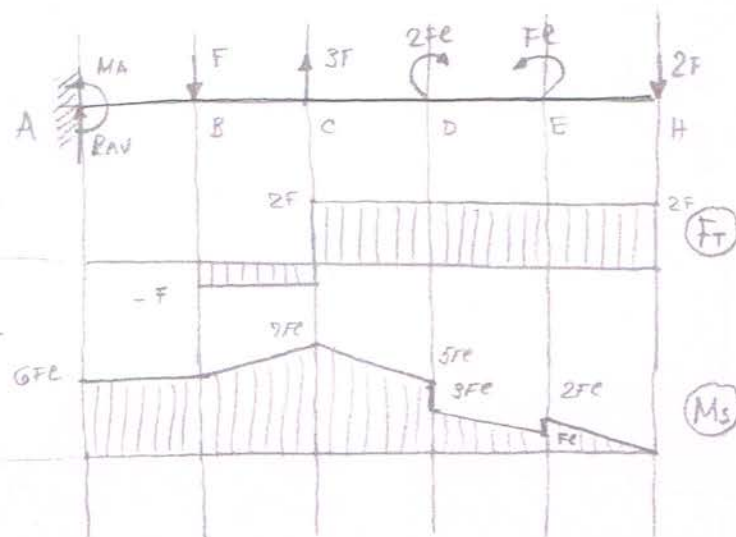
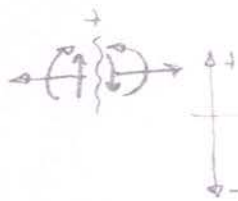


$$\sum F_V = 0 \quad -F + 3F - 2F + R_{AV} = 0$$

$$R_{AV} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad -2Fl + Fl - 2Fl + 3F \cdot 2l - Fl + M_A = 0$$

$$M_A = 6Fl$$



$$\sum M_{B_L} = M_A = -6Fl$$

$$\sum M_{C_L} = -M_A - Fl = -7Fl$$

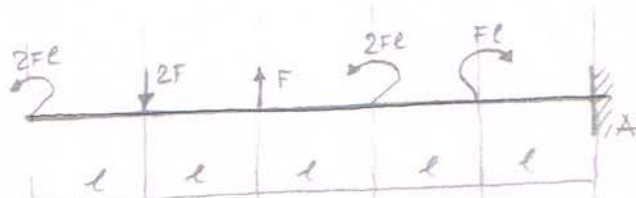
$$\sum M_{D_L} = -M_A - 2Fl + 3Fl = -5Fl$$

$$\sum M_{D_R} = -5Fl + 2Fl = -3Fl$$

$$\sum M_{E_L} = -2Fl$$

$$\sum M_{E_R} = -2Fl + Fl = -Fl$$

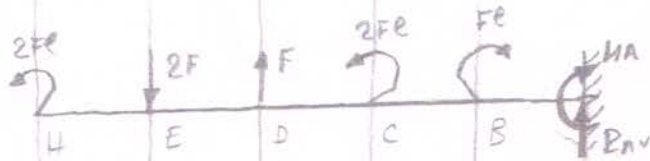
2°



$$\sum F_V = 0 \quad R_{AV} + F - 2F = 0 \quad R_{AV} = F$$

$$\sum M_A = 0 \quad 2Fl + 2F \cdot 4l - F \cdot 3l + 2Fl - Fl - M_A = 0$$

$$M_A = 8Fl$$



$$\sum M_{A_L} = -M_A = -8Fl$$

$$\sum M_{B_L} = -8Fl + R_{AV} \cdot l = -7Fl$$

$$\sum M_{C_L} = -7Fl - Fl = -8Fl$$

$$\sum M_{C_R} = -M_A - Fl + R_{AV} \cdot 2l =$$

$$= -8Fl - Fl + F \cdot 2l = -7Fl$$

$$\sum M_{D_L} = -7Fl + 2Fl = -5Fl$$

$$\sum M_{E_L} = -2Fl - 2Fl \cdot l = -4Fl$$

$$\sum M_{E_R} = -2Fl$$

$$\sum M_{A_R} = -2Fl$$

A+

y-

y+

B-

y-

y+

C-

y-

y+

D-

y-

y+

E-

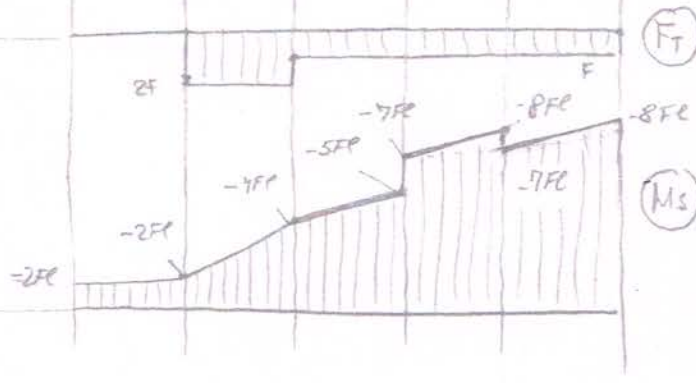
y-

y+

A+

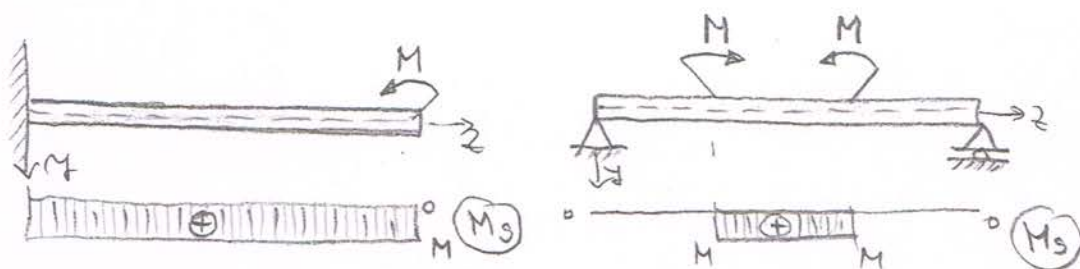
y-

y+

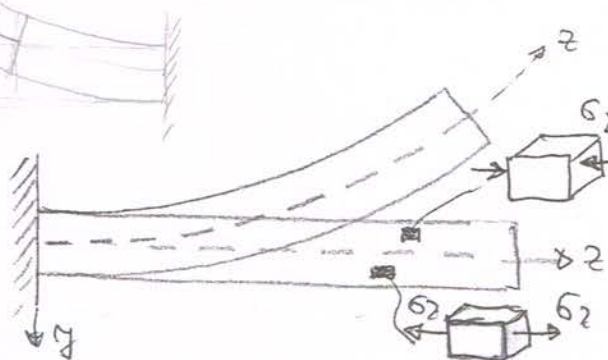
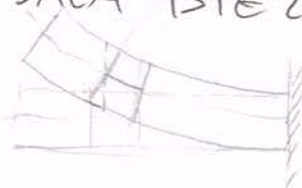


SAVIJANJE SPREGOVIMA

Pod SAVIJANJEM SPREGOVIMA BREDNOS NOSAČA PODRAZUMITEVA SE SLUČAJI' NEGOVDE NAPREZANJA (OPTEREĆIVANJA) KADA JE NOSAČ OPTEREĆEN SAMO SPREGOVIMA A NE I SILAMA ŠTO ZNAČI DA SE U PROIZVOLJNOM PRESJEKU NOSAČA POJAVLJUJE SAMO MOMENT SAVIJANJA A NE I TRANSVERZALNA SILA (SL.)

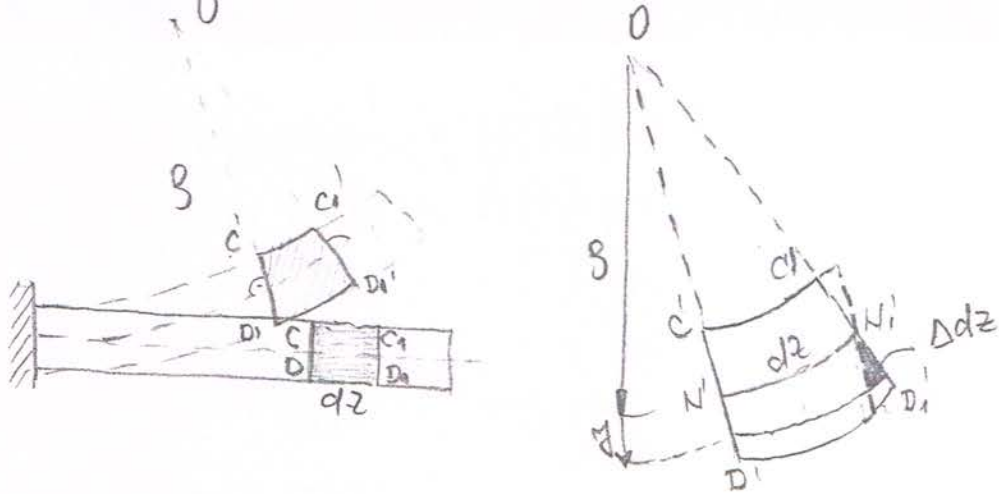


Pod DEJSTVOM TADVOS OPTEREĆENJA NOSAČ SE SAVIJA (SL.) A TO ZNAČI DA SE DONJA VLAKNA NOSAČA ISTEŽU, A GORNA SKRĆUJU (SL.) POŠTO SE



VLAKNA ISTEŽU Ili' SKRĆUJU ZNAČI DA SU OPTEREĆENA NA ZATEŽANJE Ili' PRITISAK ŠTO DA JE ZNAČI DA SE NA STRANAMA PROIZVOLJNOS DIELICA

U OBLIKU ELEMENTARNOS DVADRA POJAVLJUJE NORMALNI' NAPON σ_z ŠLIHO KAO KOD AKSIJALNOS NAPREZANJA. Ako je dielo uočen sa DONJE STRANE U ODNOSU NA VERTIKALNU OSU OPTEREĆEN JE NA ZATEŽANJE A AKO JE UOČEN SA GORNJE STRANE U ODNOSU NA VERTIKALNU OSU KOD NOSAČA SA PRETHODNE SUEG OPTEREĆEN JE NA PRITISAK.



Ako prite deformisanja nosača uočimo jedan neobudno u obliku pravougelnika CD, D_1, d_1 dužine d_1 , nakon deformisanja nosača, on prelazi u krivolinijski pravougelnik $D'C', D'_1, C'_1$ kao na slici. Kod tog krivolinijskog pravougelnika donja vlakna su istežuta a gornja skraćena. Na primer, proizvoljno uočeno vlakno sa donje strane na udaljenju M od ose čija je dužina prije deformisanja nosača bila d_1 sada je usljed izduženja porasla za prirastaj Δd_1 i iznosi $d_1 + \Delta d_1$. Ako sa s označimo poluprečnik krivine zakrivljene ose nosača iz sličnosti $\Delta O_1 N'_1$ i osiencenog malog trougla dobijamo

$$\frac{d_1}{s} = \frac{\Delta d_1}{M}$$

pa je

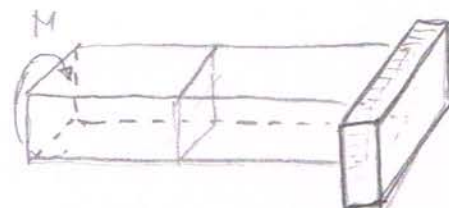
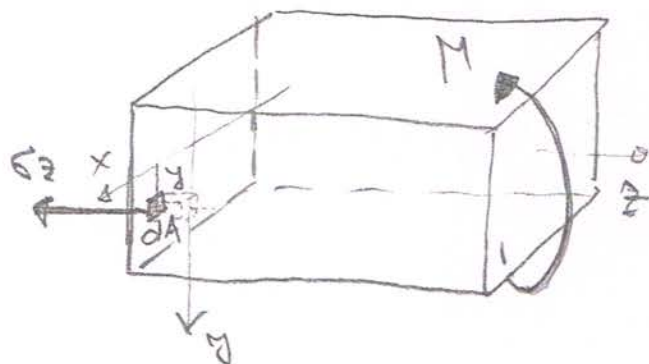
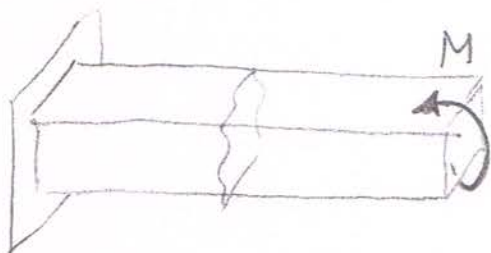
$$\frac{M}{s} = \frac{\Delta d_1}{d_1}$$

Postoje $\epsilon_1 = \frac{\Delta d_1}{d_1} = \frac{\sigma_1}{E}$, važi

$$\sigma_1 = E \cdot \frac{M}{s}$$

Ako posmatrami gređni nosač presječen na proizvoljnom mjestu i po-

SMATRAMO RAVNOTEŽU NPR. DESNOB DIELA
(SL.) DOBITAKMO



$$\int_A \sigma_z dA \cdot y = M_s,$$

ODNOSNO

$$\int_A E \cdot \frac{y}{\rho} \cdot y dA = M_s,$$

PA JE

$$\frac{E}{\rho} \cdot \int_A y^2 dA = M_s,$$

ODNOSNO

$$\frac{\sigma_z}{y} \cdot I_x = M_s,$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_s}{EI_x}$$

TI

$$\sigma_z = \frac{M_s}{I_x} \cdot y$$

ODLE JE I_x AKSIJALNI MOMENT INERCIJE RAVNE POUKSI POPREČNOS PRESIEA NOSAČA ZA TEŽIŠNU OSU x , M_s JE MOMENT SAVIŤAZA NOSAČA ZA POSMATRANI PRESIEK NOSAČA, A y JE KOORDINATA KOJA DEFINISE DIELO ZA KOJI ŽELIMO DA SPRAČUNAMO NORMALNI NAPON. NORMALNI NAPON JE NAJVEČI U ONIM PRESIECIMA NOSAČA ZA

koje moment savijanja ima najveću vrijednost (M_{smax}) a u onim tačikam tog poprečnog presjeka koje imaju najveću vrijednost koordinate y tj. y_{max} . Dakle, izraz za stranicu naučave najvećeg napona je

$$\sigma_{zmax} = \frac{M_{smax}}{I_x} \cdot y_{max}$$

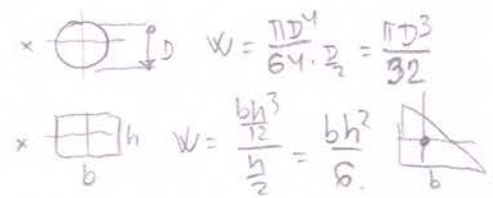
Taj najveći napon ne smije biti veću dozvoljenu vrijednost napona σ_{dov} jer bi u protivnom došlo do loma nosača. Dakle,

$$\sigma_{zmax} = \frac{M_{smax}}{I_x} \cdot y_{max} \leq \sigma_{dov}$$

Prethodni uslov je tzv. uslov za dimenzionisanje. Iz njega se za poznato M_{smax} , σ_{dov} mogu odrediti dimenzije poprečnog presjeka nosača tako da najveći napon ne pređe dozvoljenu vrijednost.

Odnos

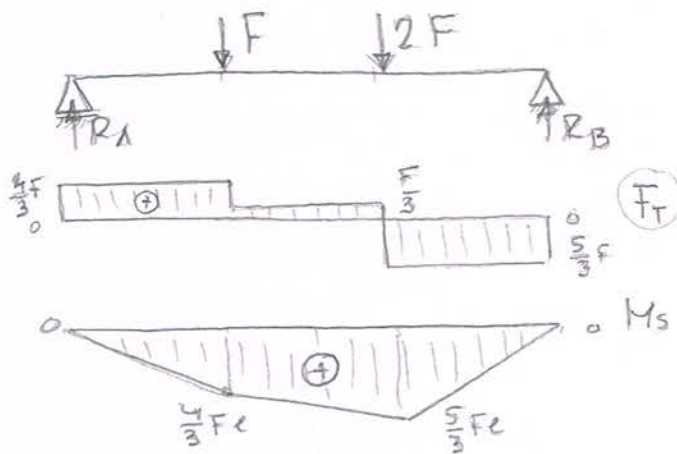
$$\frac{I_x}{y_{max}} = W_x$$



se zove aksijalni otporni moment.

PRIMJER: konzola AB pravougaonog poprečnog presjeka dimenzija $2\delta \times \delta$ opterećena je silom M kao na slici.

- a) dimenzionisati konzolu
- b) izračunati napon σ_z u tački K (1,1,50)a.

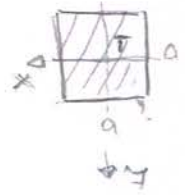


POSTOJE

$$M_{s \max} = \frac{5}{3} Fl$$

$$I_x = \frac{a^4}{12}$$

$$y_{\max} = \frac{a}{2}$$



TO JE

$$\sigma_{z \max} = \frac{5}{3} \frac{Fl}{a^4} \frac{12a}{2} = \frac{10Fl}{a^3}$$

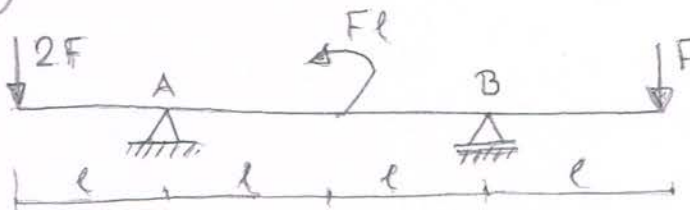
ODNOSNO

$$\sigma_{z \max} = \frac{10 \cdot 10^2 \cdot 0,3}{333} = \frac{100}{9} = 11,1 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$$

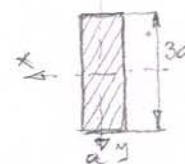
Ako je dozvoljeni napon npr. $\sigma_{\text{doz}} = 14 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$ znači da neće doći do loma nosača. Nosač može da izdrži zadato opterećenje.

PRIMJER ZA BREDNI NOSAČ OPTEREĆEN KAO NA SLICI IZVEŠTI IZRAZ ZA DIMENZIONISANJE. POZNATO JE: F, l I σ_{doz} .

10



POP. PR.

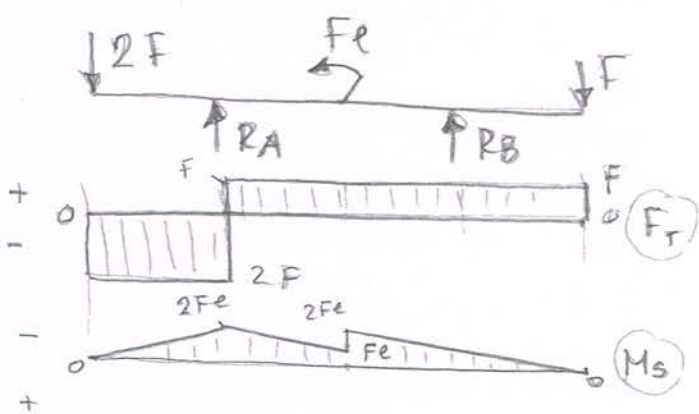
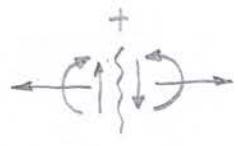


Iz uslova ravnoteže odredimo reakcije

$$\sum M_A = 0 \quad R_B \cdot 2l - F \cdot 3l + Fl + 2Fl = 0 \Rightarrow R_B = 0$$

$$\sum F_{iV} = 0 \quad R_A + R_B - 3F = 0 \Rightarrow R_A = 3F$$

STATIČKI DNABRAMI IMAJU IZGLED KAO NA SLICI



Posto 1e

$$M_{smax} = 2Fe$$

$$I_x = \frac{a(3a)^3}{12}$$

$$M_{dmax} = \frac{3a}{2}$$

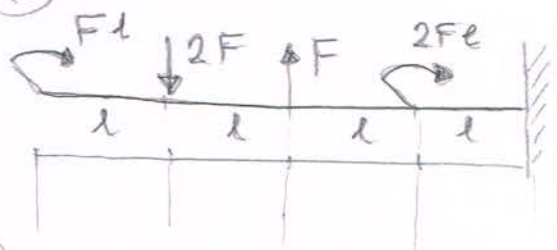
TO 1e

$$\sigma_{zmax} = \frac{2Fe}{\frac{a(3a)^3}{12}} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{4Fe}{3a^3} \leq 60 \text{ daN/cm}^2$$

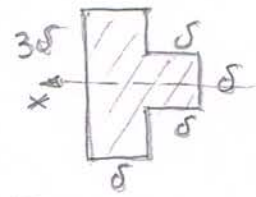
PA 3E

$$a > \sqrt[3]{\frac{4Fe}{3 \cdot 60 \text{ daN/cm}^2}}$$

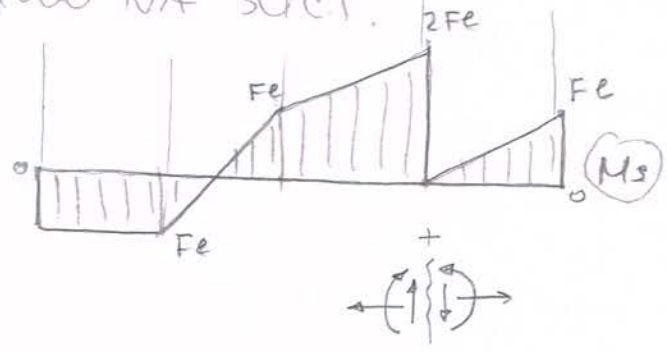
20



POP. PRESJEK



Drabovan momenta savijanja ima 126 (Fd) kao NA slici.



Posto 3E

$$M_{smax} = 2Fe$$

$$I_x = \frac{\delta(3\delta)^3}{12} + \frac{\delta^4}{12} = \frac{28}{12}\delta^4$$

$$I_x = \frac{7}{3}\delta^4, M_{dmax} = \frac{3}{2}\delta$$

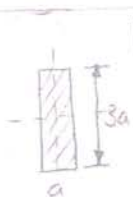
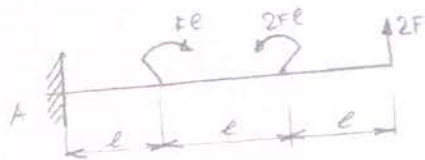
TO 1E

$$\sigma_{zmax} = \frac{2Fe}{\frac{7}{3}\delta^4} \cdot \frac{3}{2}\delta = \frac{9}{7} \frac{Fe}{\delta^3} \leq 60 \text{ daN/cm}^2$$

PA 1E

$$\delta > \sqrt[3]{\frac{9}{7} \frac{Fe}{60 \text{ daN/cm}^2}}$$

- DIMENZIONISATI NOSAČ DEKAZAN NA SLICI I DATI TEBECEN KAD NA SLICI, AKO JE POZNATO F, e, σ_{doz} I AKO JE POZNAT OBLIK POPREČNOG PRE-SJEKA NOSAČA, DIMENZIONISATI POPREČNI PRESJEK.



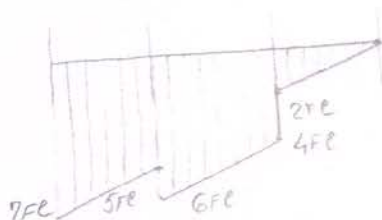
1) str 5

$$I_x = \frac{a \cdot (3a)^3}{12} = \frac{9}{4} a^4$$

$$y_{max} = \frac{3}{2} a$$

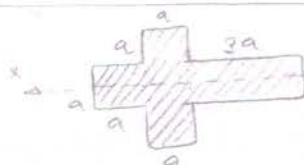
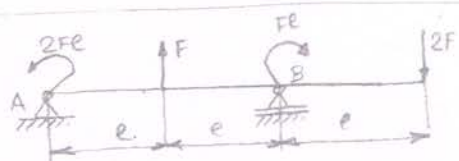
$$M_{smrx} = 7Fe$$

SE.

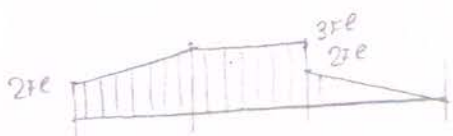


$$\sigma_{smrx} = \frac{7Fe}{\frac{9}{4} a^4} \cdot \frac{3}{2} a = \frac{14Fe}{3a^3} \leq \sigma_{doz}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{14Fe}{3\sigma_{doz}}}$$



2) str 5.



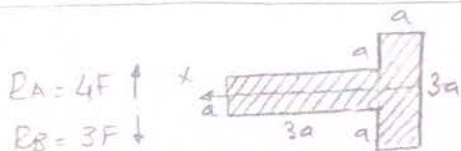
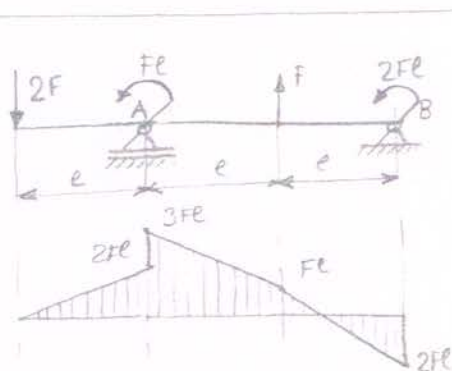
$$R_A = F \downarrow$$

$$R_B = 2F \uparrow$$

$$I_x = \frac{4a \cdot a^3}{12} + \frac{a(3a)^3}{12} = \left(\frac{4}{12} + \frac{27}{12}\right) a^4 = \frac{31a^4}{12}$$

$$y_{max} = \frac{3}{2} a \quad M_{smrx} = 3Fe$$

$$\sigma_{smrx} = \frac{3Fe}{\frac{31a^4}{12}} \cdot \frac{3}{2} a = \frac{54Fe}{31a^3} \leq \sigma_{doz} \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{54Fe}{31\sigma_{doz}}}$$



5

str. 5

$$R_A = 4F \uparrow$$

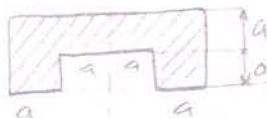
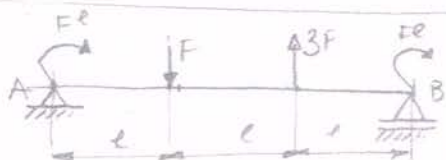
$$R_B = 3F \downarrow$$

$$I_x = \frac{3a \cdot a^3}{12} + \frac{a(3a)^3}{12} = \frac{30a^4}{12} = \frac{5}{2} a^4$$

$$y_{max} = \frac{3}{2} a \quad M_{smrx} = 3Fe$$

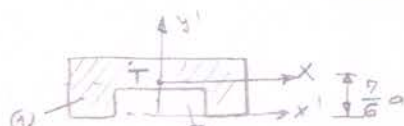
$$\sigma_{smrx} = \frac{3Fe}{\frac{5}{2} a^4} \cdot \frac{3}{2} a = \frac{9Fe}{5a^3} \leq \sigma_{doz} \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{9Fe}{5\sigma_{doz}}}$$

SE



6

str 5



$$R_A = F \downarrow$$

$$R_B = F \downarrow$$

$$y_T = \frac{a \cdot 8a^2 - \frac{a}{2} \cdot 2a^2}{a^2 + 2a^2} = \frac{7}{6} a$$

SE

$$I_x = \left[\frac{4a(2a)^3}{12} + \left(\frac{a}{6}\right)^2 \cdot 2a^2 \right] - \left[\frac{2a \cdot a^3}{12} + \left(\frac{4a}{6}\right)^2 \cdot 2a^2 \right]$$

$$I_x = \left(\frac{8}{3} + \frac{2}{9} - \frac{1}{6} - \frac{8}{9} \right) a^4 = \frac{11a^4}{6}$$

$$\sigma_{smrx} = \frac{6 \cdot 2 \cdot Fe}{11a^4} \cdot \frac{7}{6} a = \frac{14Fe}{11a^3} \leq \sigma_{doz}$$

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{14Fe}{11\sigma_{doz}}}$$

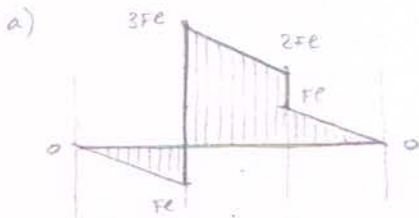
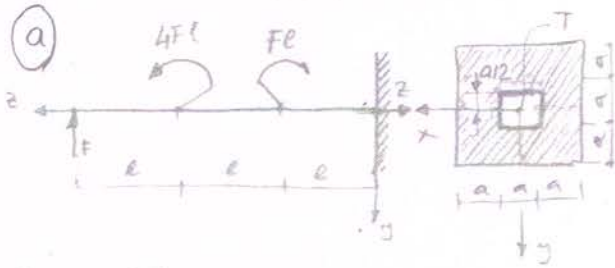
$$y_{max} = 7a$$

ZA NOSAČE PRIKAZAN NA SLICI I ODPREDE
CENI KRAJ NA SLICI

a) NACRTATI DIJAGRAM MOMENTA SA
VIJANJA

b) DIMENZIONISATI POPREČNI PRESEK
GREDNICE NOSAČA, DAT NA SLICI, $a = ?$

POZNATO JE: F, l, G_{doz}



b) $M_{max} = 3Fe$

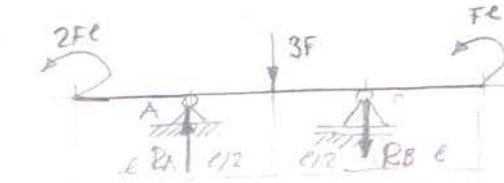
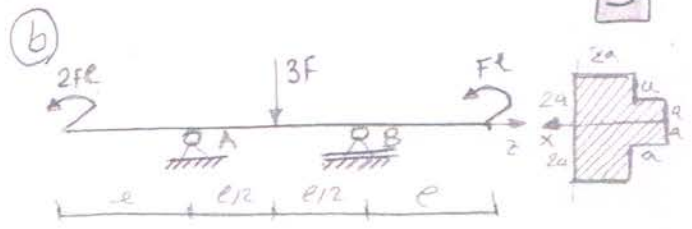
$y_{max} = \frac{3a}{2}$

$I_x = \frac{(3a)^4}{12} - \frac{a^4}{12} = \frac{81a^4}{12} - \frac{a^4}{12} = \frac{80a^4}{12} = \frac{20a^4}{3}$

$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_{max}}{I_x} = \frac{3Fe \cdot \frac{3a}{2}}{\frac{20a^4}{3}}$

$\sigma_{max} = \frac{27Fe}{40a^3} \leq G_{doz}$

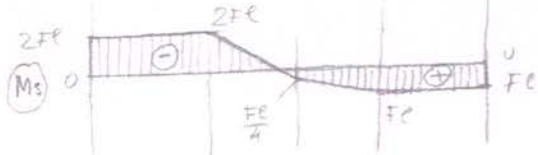
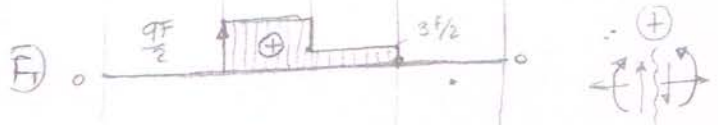
$a \geq \sqrt[3]{\frac{27Fe}{40 G_{doz}}}$



a) $\sum F_v = 0 \Rightarrow R_A - R_B - 3F = 0$
 $\sum M_A = 0 \Rightarrow 2Fl + Fl - 3F \cdot \frac{e}{2} - R_B \cdot e = 0$

$R_B = 3F - \frac{3F}{2} = \frac{3F}{2} = R_B$

$R_A = 3F + \frac{3F}{2} = \frac{9F}{2}$

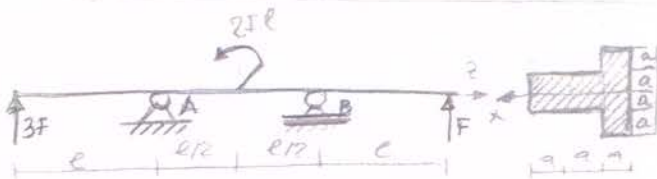


b) $\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_{max}}{I_x}$ $M_{max} = 2Fl$
 $y_{max} = 2a$

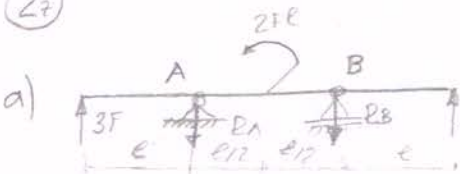
$I_x = \frac{2a(4a)^3}{12} + \frac{a(2a)^3}{12} = \frac{64a^4}{3} + \frac{2a^4}{3} = \frac{34a^4}{3}$

$\sigma_{max} = \frac{2Fl \cdot 2a \cdot 3}{34a^4} = \frac{6Fl}{17a^3} \leq G_{doz}$

$a \geq \sqrt[3]{\frac{6Fl}{17 G_{doz}}}$



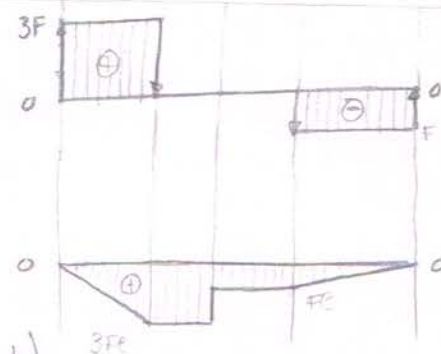
(27)



$\sum F_v = 0 \Rightarrow 3F - R_A - R_B + F = 0$

$R_B + R_A = 4F \Rightarrow R_A = 3F$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2Fl + F \cdot 2e - 3Fe - R_B e = 0 \Rightarrow R_B = F$



$I_x = \frac{2a(2a)^2}{12} + \frac{a(4a)^3}{12} = a^4 \left(\frac{4}{3} + \frac{64}{3} \right) = \frac{68}{3} a^4$

$y_{max} = 2a$ $\sigma_{max} = \frac{3Fe \cdot 2a \cdot 3}{68a^4} \leq G_{doz} \Rightarrow a \geq \sqrt[3]{\frac{9Fe}{24 G_{doz}}}$
 $M_{max} = 3Fl$