POGLAVLJE 7

UZORAČKA RASPODJELA

7.1 RASPODJELA OSNOVNOG SKUPA I UZORAČKA RASPODJELA

- Raspodjela osnovnog skupa
- Uzoračka raspodjela

Raspodjela osnovnog skupa

Definicija

Raspodjela osnovnog skupa je raspodjela vjerovatnoća slučajne promjenljive X u osnovnom skupu.

Raspodjela osnovnog skupa

- Pretpostavimo da na kursu iz napredne statistike ima samo pet studenata i da su dati njihovi rezultati na kraju semestra

  70 78 80 80 95

- Neka je x slučajna promjenljiva koja se odnosi na broj poena studenata

Tabela 7.1 Raspodjela frekvencija i relativnih frekvencija osnovnog skupa

x	f	Relative Frequency
70	1	1/5 = .20
78	1	1/5 = .20
80	2	2/5 = .40
95	1	1/5 = .20
	$N = 5$	Sum = 1.00

Tabela 7.2 Raspodjela vjerovatnoća osnovnog skupa

x	$P(x)$
70	.20
78	.20
80	.40
95	.20
	$\Sigma P(x) = 1.00$

Uzoračka raspodjela

Definicija

Raspodjela vjerovatnoća statistike $\bar{x}$ se naziva uzoračkom raspodjelom. Ona predstavlja skup parova različitih vrijednosti koje može uzeti statistika $\bar{x}$ i odgovarajućih vjerovatnoća.

Uopšteno govoreći, raspodjela vjerovatnoća bilo koje statistike uzorka se naziva ***uzoračkom raspodjelom***.

Uzoračka raspodjela

- Vratimo se na podatke iz Tabele 7.1 o rezultatima koje je pet studenata ostvarilo na kraju semestra iz napredne statistike
- Posmatrajmo sve uzorke od po tri studenta koje je moguće izabrati bez ponavljanja iz tog osnovnog skupa.
- Ukupan broj mogućih uzoraka je

$$ {}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10 $$

Uzoračka raspodjela

- Obilježimo rezultate studenata slovima A, B, C, D i E tako da je
  - A = 70,   B = 78,   C = 80,   D = 80,   E = 95
- Prema tome, 10 mogućih uzoraka od po tri rezultata su
  - ABC,   ABD,   ABE,   ACD,   ACE,
ADE,   BCD,   BCE,   BDE,   CDE

Tabela 7.3 Svi mogući uzorci od po tri elemenata i njihove aritmetičke sredine

Uzorak	Rezultati iz uzorka	$\bar{x}$
ABC	70, 78, 80	76.00
ABD	70, 78, 80	76.00
ABE	70, 78, 95	81.00
ACD	70, 80, 80	76.67
ACE	70, 80, 95	81.67
ADE	70, 80, 95	81.67
BCD	78, 80, 80	79.33
BCE	78, 80, 95	84.33
BDE	78, 80, 95	84.33
CDE	80, 80, 95	85.00

Tabela 7.4 Raspodjela frekvencija i relativnih frekvencija statistike $\bar{x}$ za uzorke od po 3 el.

$\bar{x}$	f	Relative Frequency
76.00	2	2/10 = .20
76.67	1	1/10 = .10
79.33	1	1/10 = .10
81.00	1	1/10 = .10
81.67	2	2/10 = .20
84.33	2	2/10 = .20
85.00	1	1/10 = .10
	$\Sigma f = 10$	Sum = 1.00

Tabela 7.5 Uzoračka raspodjela statistike $\bar{x}$ za uzorke od po tri elementa

$\bar{x}$	$P(\bar{x})$
76.00	.20
76.67	.10
79.33	.10
81.00	.10
81.67	.20
84.33	.20
85.00	.10
	$\Sigma P(\bar{x}) = 1.00$

7.2 SLUČAJNE (UZORAČKE) I NESLUČAJNE (SISTEMATSKE) GREŠKE

Definicija

Slučajna (uzoračka) greška je razlika između vrijednosti statistike uzorka i vrijednosti parametra posmatranog osnovnog skupa. Npr. za aritmetičku sredinu je

$$\text{Slučajna greška} = \bar{x} - \mu$$

pod pretpostavkom da je riječ o slučajnom uzorku i da nije napravljena nijedna od neslučajnih grešaka.

SLUČAJNE (UZORAČKE) I NESLUČAJNE (SISTEMATSKE) GREŠKE

Definicija

Greške koje nastaju prilikom prikupljanja, bilježenja podataka i njihovog unošenja u tabele se nazivaju ***neslučajnim (sistematskim) greškama***.

Razlozi nastanka neslučajnih grešaka

1. Ako uzorak nije slučajan (i samim tim je nereprezentativan), rezultati na osnovu uzorka mogu se značajno razlikovati od rezultata popisa.
2. Pitanja mogu biti tako formulisana da nisu razumljiva svim ispitanicima iz uzorka ili iz osnovnog skupa.
3. Ispitanici mogu namjerno da daju netačne informacije kao odgovore na neka osjetljiva pitanja.
4. Anketar može jednostavno napraviti grešku i prilikom evidentiranja podataka ili njihovog unosa u bazu podataka.

Primjer 7-1

Vratimo se ponovo na podatke iz Tabele 7.1. Pretpostavimo da smo iz osnovnog skupa izabrali samo jedan uzorak koji sadrži ostvareni broj poena tri studenata 70, 80 i 95. Odrediti slučajnu grešku.

Primjer 7-1: Rješenje

$$\mu = \frac{70+78+80+80+95}{5} = 80.60$$

$$\bar{x} = \frac{70+80+95}{3} = 81.67$$

$$Slučajna\ greška = \bar{x} - \mu = 81.67 - 80.60 = 1{,}07$$

Odnosno, prosječan broj poena u uzorku studenata je za 1,07 veći od prosjeka u osnovnom skupu.

SLUČAJNE (UZORAČKE) I NESLUČAJNE (SISTEMATSKE) GREŠKE

- Sada pretpostavimo da je broj poena drugog studenta u uzorku unijet greškom, odnosno da je umjesto 80 unijet broj 82.
- Tada bi aritmetička sredina uzorka bila

$$\bar{x} = \frac{70 + 82 + 95}{3} = 82.33$$

SLUČAJNE (UZORAČKE) I NESLUČAJNE (SISTEMATSKE) GREŠKE

- Razlika između aritmetičke sredine uzorka i osnovnog skupa bi bila tada

$$\bar{\boldsymbol{x}} - \mu = \mathbf{82.33} - \mathbf{80.60} = \mathbf{1.73}$$

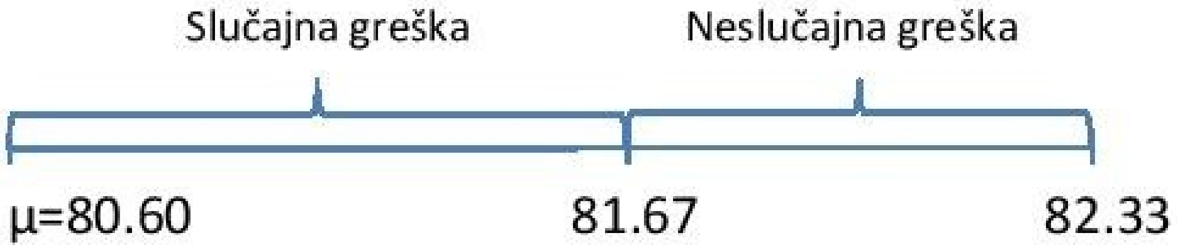
- Ova razlika ne predstavlja samo slučajnu grešku.
  - Samo 1.07 od ove razlike se odnosi na slučajnu grešku.

SLUČAJNE (UZORAČKE) I NESLUČAJNE (SISTEMATSKE) GREŠKE

- Ostatak predstavlja neslučajnu grešku.
  - Jednaka je 1.73 – 1.07 = 0.66
  - Nastala je prilikom pogrešnog unošenja drugog podatka uzorka
- Takođe,

$Neslučajna\ greška = Netačna\ \bar{x} - Tačna\bar{x}$=82.33-81.67=0.66

Slika 7.1 Slučajna i neslučajna greška.



7.3 ARITMETIČKA SREDINA I STANDARDNA DEVIJACIJA STATISTIKE $\bar{x}$

Definicija

Aritmetička sredina i standardna greška od uzoračke raspodjele statistike $\bar{x}$ se nazivaju ***aritmetička sredina i standardna greška*** statistike $\bar{x}$ i označavaju se sa $\mu_{\bar{x}}$ i $\sigma_{\bar{x}}$, respektivno.

ARITMETIČKA SREDINA I STANDARDNA GREŠKA STATISTIKE $\bar{x}$

Aritmetička sredina statistike $\bar{x}$

Aritmetička sredina statistike $\bar{x}$ je uvijek jednaka aritmetičkoj sredini osnovnog skupa. Prema tome,

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

ARITMETIČKA SREDINA I STANDARDNA GREŠKA STATISTIKE $\bar{x}$

Standardna greška statistike $\bar{x}$

Standardna greška statistike $\bar{x}$ je

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

gdje σ je standardna devijacija osnovnog skupa, a n veličina uzorka. Ova formula se primjenjuje pod uslovom da je $n/N \leq 0.05$, gdje je N veličina osnovnog skupa.

ARITMETIČKA SREDINA I STANDARDNA GREŠKA STATISTIKE $\bar{x}$

Ako uslov $n/N \leq 0.05$ nije zadovoljen, koristimo sledeću formulu pri računanju $\sigma_{\bar{x}}$:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

gdje se faktor $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ naziva popravnim faktorom za konačne skupove.

Dva važna zapažanja

1. Disperzija statistike uzorka $\bar{x}$ je manja od disperzije odgovarajuće promjenljive X u osnovnom skupu, odnosno

$$\sigma_{\bar{x}} < \sigma_x$$

2. Standardna greška $\sigma_{\bar{x}}$ se smanjuje sa povećavanjem uzorka.

Primjer 7-2

Prosječna zarada po satu u preduzeću sa 5000 zaposlenih iznosi \$27.50 sa standardnom devijacijom od \$3.70. Neka je $\bar{x}$ prosječna zarada po satu slučajnog uzorka zaposlenih izabranih iz tog preduzeća. Naći aritmetičku sredinu i standardnu grešku statistike $\bar{x}$ za uzorak veličine 200.

Primjer 7-2: Rješenje

U ovom slučaju, n = 200 i n/N = 200/5000 = 0.04, što je manje od 0.05.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = \$27.50$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3.70}{\sqrt{200}} = \$.262$$

7.4 OBLIK UZORAČKE RASPODJELE $\overline{x}$

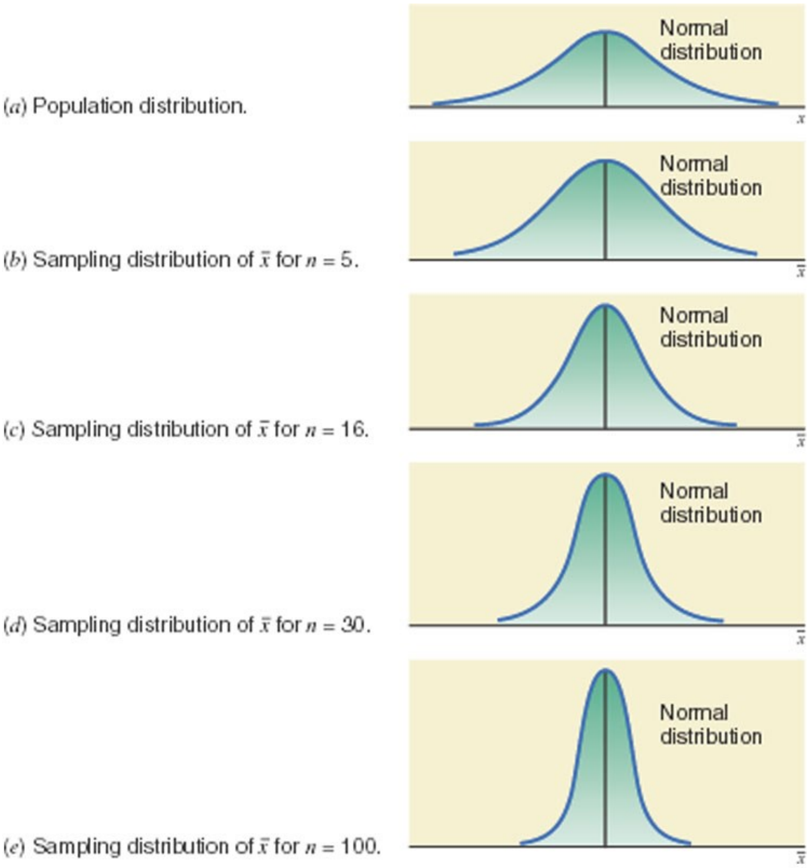
- Osnovni skup iz kojeg su izabrani uzorci ima normalnu raspodjelu.
- Osnovni skup iz kojeg su izabrani uzorci nema normalnu raspodjelu.

Uzorci iz osnovnog skupa sa normalnom raspodjelom

Kada osnovni skup iz kojeg su izabrani uzorci ima normalnu raspodjelu sa aritmetičkom sredinom μ i standardnom devijacijom σ, tada će uzoračka raspodjela statistike $\bar{x}$, takođe imati normalnu raspodjelu sa sledećom aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom, bez obzira na veličinu uzorka:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \quad i \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Slika 7.2 Raspodjela osnovnog skupa i uzoračka raspodjela statistike $\bar{x}$.



Primjer 7-3

Na nedavno održanom završnom ispitu u jednoj školi, prosječni rezultat svih kandidata je bio 1020. Pretpostavimo da rezultati svih kandidata imaju normalnu raspodjelu sa aritmetičkom sredinom 1020 i standardnom devijacijom 153. Neka je $\bar{x}$ prosječan rezultat ovih rezultata u izabranom slučajnom uzorku. Izračunati aritmetičku sredinu i standardnu grešku statistike $\bar{x}$ i opisati oblik uzoračke raspodjele za veličinu uzorka 16.

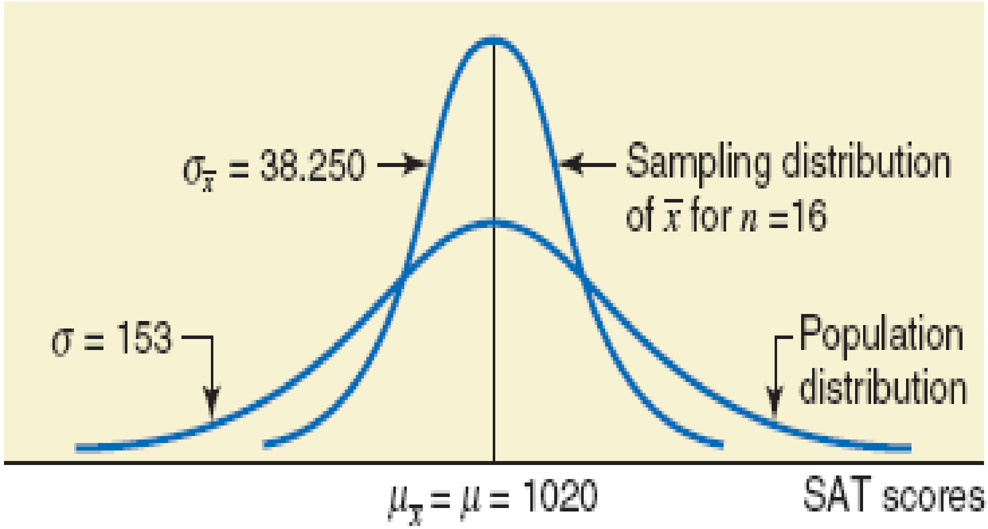
Primjer 7-3: Rješenje

μ = 1020 i σ = 153.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = \mathbf{1020}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\mathbf{153}}{\sqrt{\mathbf{16}}} = \mathbf{38.250}$$

Slika 7.3


$\sigma_{\bar{x}} = 38.250$
Sampling distribution of $\bar{x}$ for $n = 16$
$\sigma = 153$
Population distribution
$\mu_{\bar{x}} = \mu = 1020$
SAT scores

Uzorci iz osnovnog skupa koji nemaju normalnu raspodjelu

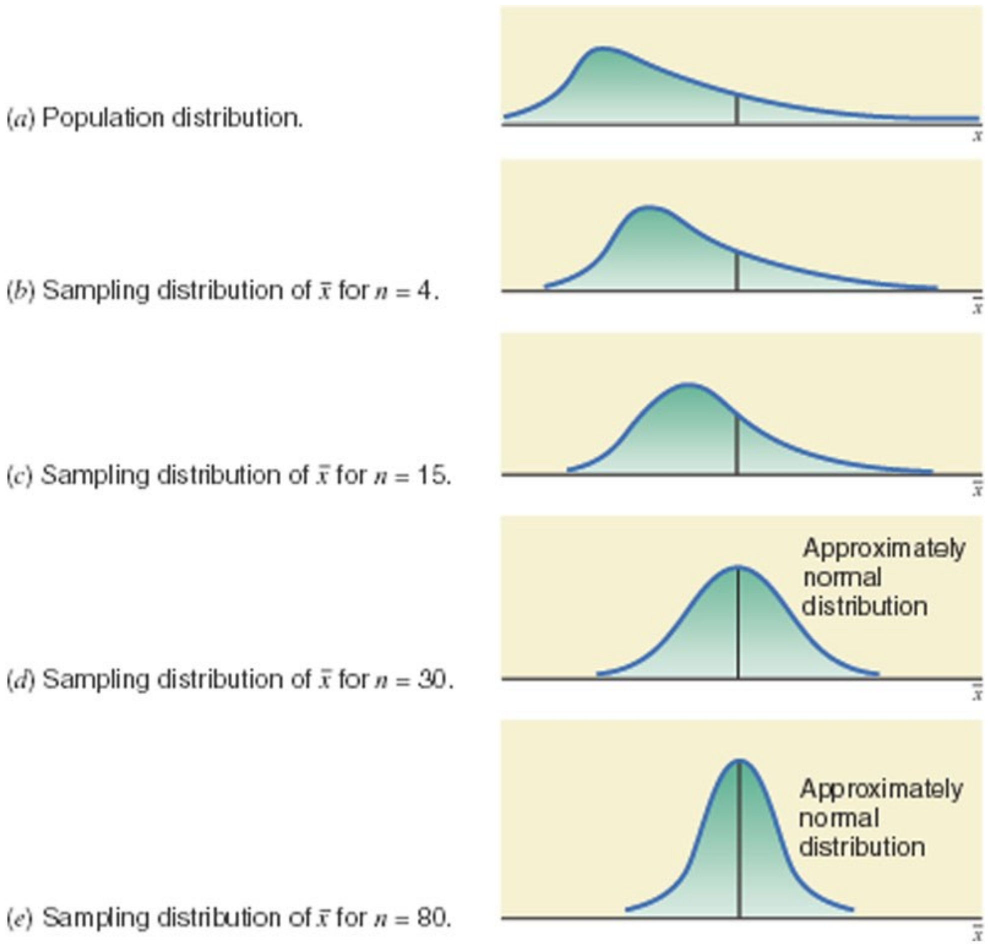
Centralna granična teorema

Prema ***centralnoj graničnoj teoremi***, za veliki uzorak, uzoračka raspodjela statistike $\bar{x}$ je približno normalna , bez obzira na oblik raspodjele osnovnog skupa. Aritmetička sredina i standardna devijacija uzoračke raspodjele statistike $\bar{x}$ su

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \quad i \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Uzorci se najčešće smatraju velikim kada je $n \geq 30$.

Slika 7.6 Raspodjela osnovnog skupa i uzoračka raspodjela statistike $\bar{x}$.



Primjer 7-4

Prosječna stanarina koju izdvajaju svi podstanari u jednom gradu iznosi $1550 sa standardnom devijacijom $225. Raspodjela svih stanarina nije normalna, već je asimetrična udesno. Naći aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju od $\bar{x}$ i opisati oblik uzoračke raspodjele kada je veličina uzorka 30.

Primjer 7-4: Rješenje

Neka je $\bar{x}$ prosjek stanarina koje izdvaja 30 podstanara izabranog slučajnog uzorka.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = \$1550$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{225}{\sqrt{30}} = \$41.079$$

Slika 7.7

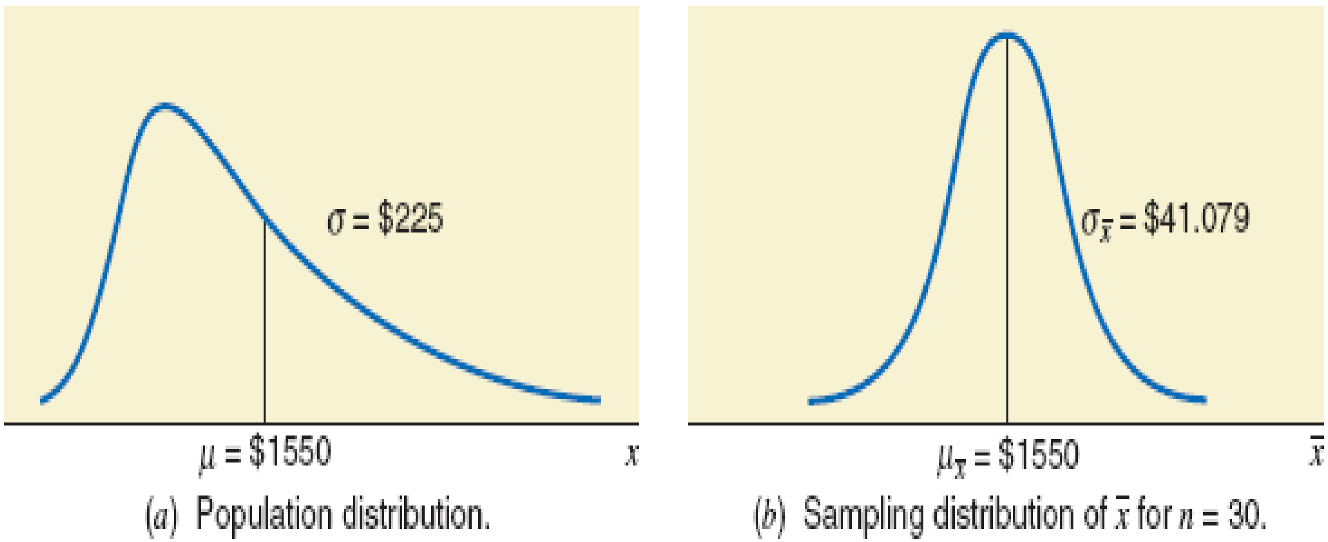
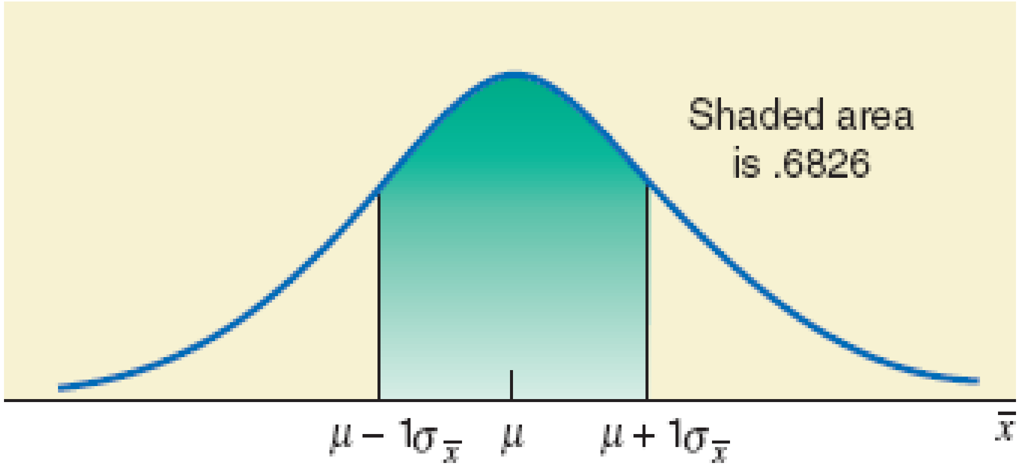


Figure 7.7

7.5 PRIMJENA UZORAČKE RASPODJELE $\overline{x}$

1. Ako izaberemo sve velike uzorke iste veličine iz jednog osnovnog skupa i izračunamo aritmetičke sredine svakog od njih, tada se približno 68.26% aritmetičkih sredina ovih uzoraka nalazi u razmaku od jedne standardne devijacije od aritmetičke sredine osnovnog skupa.

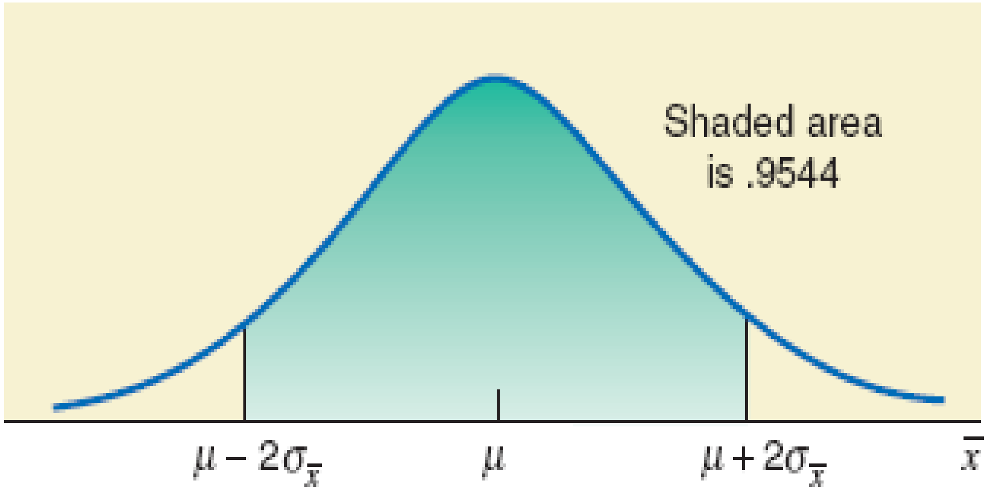
Slika 7.9 $P(\mu - 1\sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + 1\sigma_{\bar{x}})$



PRIMJENA UZORAČKE RASPODJELE $\overline{x}$

2. Ako izaberemo sve velike uzorke iste veličine iz jednog osnovnog skupa i izračunamo aritmetičke sredine svakog od njih, tada se približno 95.44% aritmetičkih sredina ovih uzoraka nalazi u razmaku od dvije standardne devijacije od aritmetičke sredine osnovnog skupa.

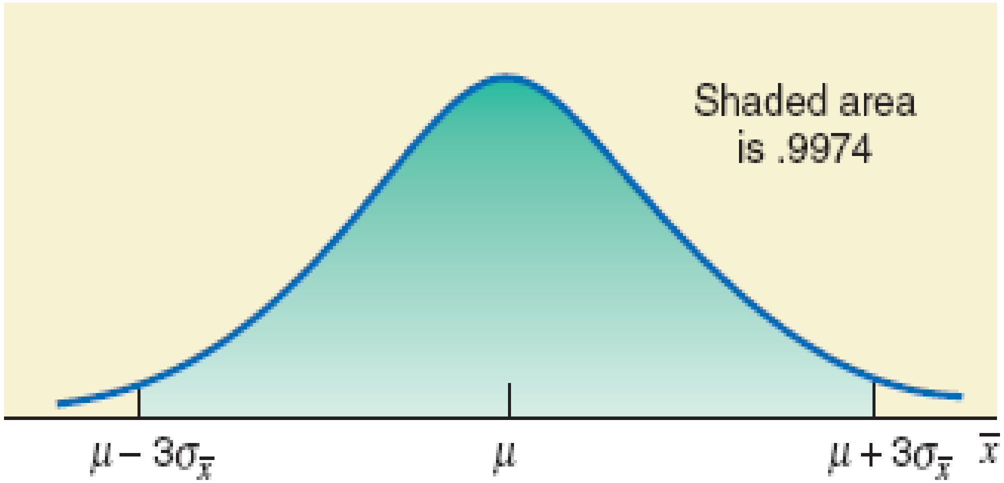
Slika 7.10 $P(\mu - 2\sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + 2\sigma_{\bar{x}})$



PRIMJENA UZORAČKE RASPODJELE $\overline{x}$

3. Ako izaberemo sve velike uzorke iste veličine iz jednog osnovnog skupa i izračunamo aritmetičke sredine svakog od njih, tada se približno 99.74% aritmetičkih sredina ovih uzoraka nalazi u razmaku od tri standardne devijacije od aritmetičke sredine osnovnog skupa.

Slika 7.11 $P(\mu - 3\sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + 3\sigma_{\bar{x}})$



Primjer 7-5

Pretpostavka je da težina svih pakovanja jedne vrste ima normalnu raspodjelu sa aritmetičkom sredinom 32 unce i standardnom devijacijom 0.3 unce. Naći vjerovatnoću da prosječna težina, $\bar{x}$, u slučajnom uzorku od 20 pakovanja bude u intervalu između 31.8 i 31.9 unci.

Primjer 7-5: Rješenje

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 32\ unce$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.3}{\sqrt{20}} = 0.06708204\ unci$$

Standardizovana promjenljiva z za $\overline{x}$

<u>Standardizovana normalna promjenljiva z za promjenljivu</u> $\overline{x}$ računa se kao

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma_{\overline{x}}}$$

Primjer 7-5: Rješenje

- Za $\bar{x} = 31.8$: $$z = \frac{31.8 - 32}{.06708204} = -2.98$$
- Za $\bar{x} = 31.9$: $$z = \frac{31.9 - 32}{.06708204} = -1.49$$
- $P(31.8 < \bar{x} < 31.9) = P(-2.98 < z < -1.49)$
  $= P(z < -1.49) - P(z < -2.98)$
  $= 0.0681 - 0.0014 =$ **0.0667**

Slika 7.12

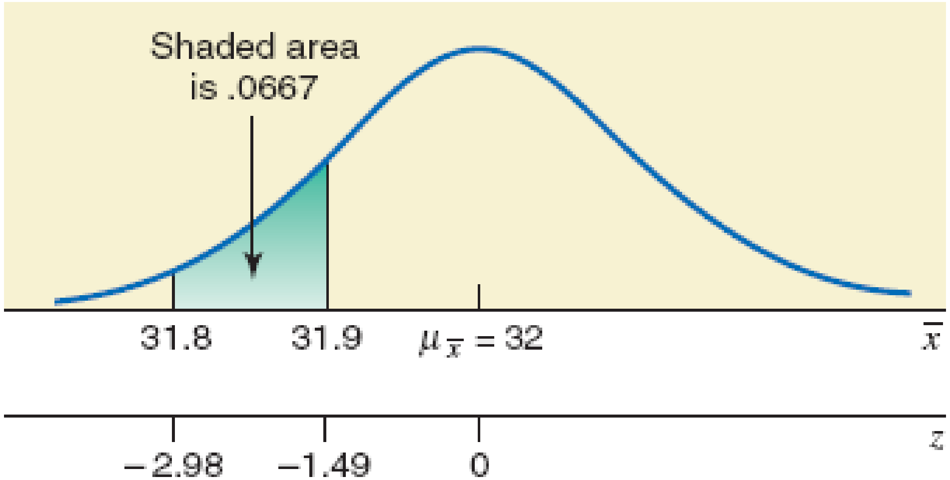


Figure 7.12 $P(31.8 < \bar{x} < 31.9)$

7.6 PROPORCIJA OSNOVNOG SKUPA I UZORKA

Proporcija osnovnog skupa i proporcija uzorka, označavaju se sa p i $\hat{p}$, respektivno, i računaju se

$$p = \frac{X}{N} \quad i \quad \hat{p} = \frac{x}{n}$$

PROPORCIJA OSNOVNOG SKUPA I UZORKA

gdje je

- N = ukupan broj elemenata u osnovnom skupu
- n = ukupan broj elemenata u uzorku
- X = broj elemenata u osnovnom skupu sa određenom karakteristikom
- x = broj elemenata u uzorku sa određenom karakteristikom

Primjer 7-7

Pretpostavimo da u jednom gradu živi 789654 porodica, od kojih 563282 ima kuću u svom vlasništvu. Izabran je slučajan uzorak od 240 porodica, od kojih 158 posjeduje kuću. Odrediti proporciju porodica koje posjeduju kuću osnovnom skupu i u uzorku.

Primjer 7-7: Rješenje

$$p = \frac{X}{N} = \frac{563,282}{789,654} = .71$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{158}{240} = .66$$

7.7 ARITMETIČKA SREDINA, STANDARDNA DEVIJACIJA I OBLIK UZORAČKE RASPODJELE STATISTIKE $\hat{p}$

- Uzoračka raspodjela statistike $\hat{p}$
- Aritmetička sredina i standardna devijacija statistike $\hat{p}$
- Oblik uzoračke raspodjele $\hat{p}$

Uzoračka raspodjela uzoračke proporcije $\hat{p}$

Definicija

Raspodjela vjerovatnoća proporcije uzorka, $\hat{p}$, naziva se ***uzoračkom raspodjelom proporcije*** i predstavlja parove vrijednosti koje može uzeti statistika $\hat{p}$ i odgovarajućih vjerovatnoća.

Primjer 7-8

Preduzeće Boe Consultant Associates ima pet zaposlenih. Tabela 7.6 pokazuje njihova imena i podatke koji se odnose na njihovo znanje iz statistike.

Tabela 7.6 Podaci o zaposlenima u kompaniji Boe Consultant Associates

Ime	Da li zna statistiku?
Ally	da
John	ne
Susan	ne
Lee	da
Tom	da

Primjer 7-8

- Ako proporciju osnovnog skupa, p, definišemo kao proporciju onih zaposlenih koji znaju statistiku, tada je
- $p = 3 / 5 = 0.60$

Primjer 7-8

- Dalje, pretpostavimo da ćemo da izdvojimo sve moguće uzorke od po tri zaposlena i za svaki uzorak izračunamo proporciju zaposlenih koji znaju statistiku.

$$
{}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10
$$

Tabela 7.7 Svi mogući uzorci od po 3 zaposlena i vrijednost $\hat{p}$ za svaki od njih

Uzorak	Proporcija zaposlenih koji poznaju statistiku ($\hat{p}$)
Ally, John, Susan	1/3 = 0.33
Ally, John, Lee	2/3 = 0.67
Ally, John, Tom	2/3 = 0.67
Ally, Susan, Lee	2/3 = 0.67
Ally, Susan, Tom	2/3 = 0.67
Ally, Lee, Tom	3/3 = 1.00
John, Susan, Lee	1/3 = 0.33
John, Susan, Tom	1/3 = 0.33
John, Lee, Tom	2/3 = 0.67
Susan, Lee, Tom	2/3 = 0.67

Tabela 7.8 Raspodjela frekvencija i relativnih frekvencija statistike $\hat{p}$ za uzorke od 3 elementa

$\hat{p}$	f	Relative Frequency
.33	3	3/10 = .30
.67	6	6/10 = .60
1.00	1	1/10 = .10
	$\Sigma f = 10$	Sum = 1.00

Tabela 7.9 Uzoračka raspodjela $\hat{p}$ za uzorke od 3 elementa

$\hat{p}$	f	Relative Frequency
.33	3	3/10 = .30
.67	6	6/10 = .60
1.00	1	1/10 = .10
	$\Sigma f = 10$	Sum = 1.00

Aritmetička sredina i standardna devijacija statistike $\hat{p}$

Aritmetička sredina proporcija uzoraka

Aritmetička sredina proporcija uzoraka, $\hat{p}$, označava se sa $\mu_{\hat{p}}$ i jednaka je proporciji osnovnog skupa, p. Dakle,

$$\mu_{\hat{p}} = p$$

Aritmetička sredina i standardna devijacija statistike $\hat{p}$

Standardna devijacija proporcija uzoraka

Standardna devijacija proporcija uzoraka, $\hat{p}$, označava se sa $\sigma_{\hat{p}}$ i dobija na osnovu formule

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

gdje je p proporcija osnovnog skupa, $q = 1 - p$, a n je veličina uzorka. Ova formula se koristi kada je $n/N \leq 0.05$, gdje je N veličina osnovnog skupa.

Aritmetička sredina i standardna devijacija statistike $\hat{p}$

Ako je $n/N > 0.05$, tada $\sigma_{\hat{p}}$ se računa kao:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

gdje se faktor $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ naziva popravnim faktorom za konačne skupove.

Oblik uzoračke raspodjele statistike $\hat{p}$

Centralna granična teorema za proporciju uzorka

Prema centralnoj graničnoj teoremi, uzoračka raspodjela statistike $\hat{p}$ je približno normalna ako se radi o velikim uzorcima. Kada je riječ o proporciji, u praksi se smatra da su uzorci dovoljno veliki ako je np i nq veće od 5 – odnosno, ako važi

$$np > 5 \quad \text{i} \quad nq > 5$$

Primjer 7-9

Prema istraživanju Harris Interactive sprovedenom u februaru 2009. za dobrotvornu agenciju World Vision, 56% američkih tinejdžera volontira u dobrotvorne svrhe. Pretpostavimo da je ovaj rezultat tačan za trenutnu populaciju svih američkih tinejdžera. Neka je $\hat{p}$ proporcija američkih tinejdžera u slučajnom uzorku od 1500 koji volontiraju u dobrotvorne svrhe. Odrediti aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju od $\hat{p}$ i opisati oblik uzoračke raspodjele.

Primjer 7-9: Rješenje

$$p = .56 \quad \text{and} \quad q = 1 - p = 1 - .56 = .44$$

$$\mu_{\hat{p}} = p = .56$$

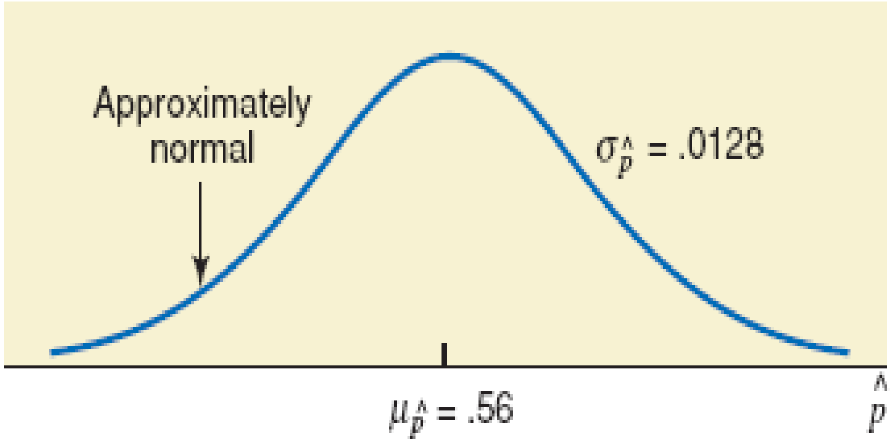
$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{(.56)(.44)}{1500}} = .0128$$

$$np = 1500(.56) = 840 \quad \text{i} \quad nq = 1500(.44) = 660$$

Primjer 7-9: Rješenje

- np i nq su veći od 5.
- Prema tome, uzoračka raspodjela stat. $\hat{p}$ je približno normalna (po *centralnoj graničnoj teoremi*) sa prosjekom 0.56 i standardnom devijacijom 0.0128, kao što je prikazano na slici 7.15.

Slika 7.15



7.8 PRIMJENA UZORAČKE RASPODJELE STATISTIKE $\hat{p}$

Primjer 7-10

Prema izvještaju *BBMG Conscious Consumer*, 51% ispitanih odraslih osoba je reklo da je spremno da plati više za proizvode koji imaju društvene i ekološke koristi uprkos trenutnim teškim ekonomskim vremenima (*USA TODAY*, 8. jun, 2009.). Pretpostavimo da ovaj rezultat važi za trenutnu populaciju odraslih Amerikanaca. Neka je $\hat{p}$ proporcija u slučajnom uzorku od 1050 odraslih Amerikanaca koji imaju navedeno mišljenje. Naći vjerovatnoću da je vrijednost $\hat{p}$ između 0.53 i 0.55.

Primjer 7-10: Rješenje

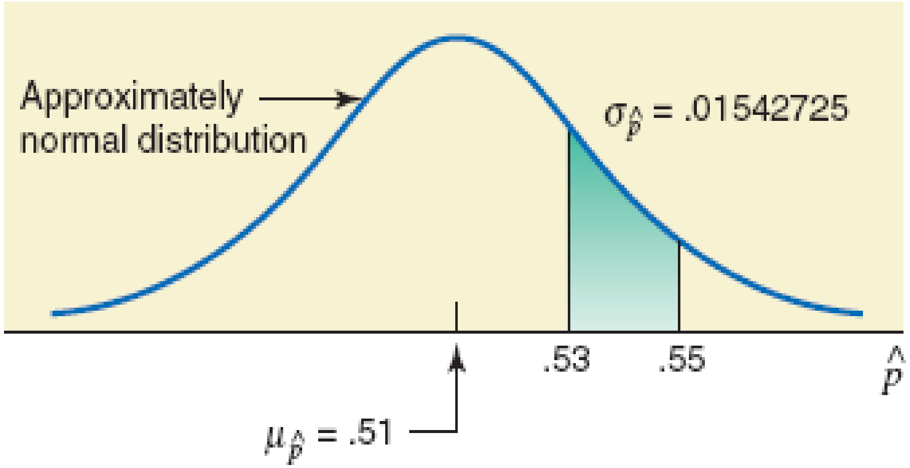
n =1050, p = 0.51, i q = 1 – p = 1 - 0.51 = 0.49

$$\mu_{\hat{p}} \quad . = .51 \text{ and } \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{(.51)(.49)}{1050}} = .0154725$$

$$np = 1050(.51) = 535.5 > 5 \quad \text{i} \quad nq = 1050(.49) = 514.5 > 5$$

Na osnovu centralne granične teoreme možemo zaključiti da je uzoračka raspodjela od $\hat{p}$ približno normalna.

Slika 7.16 $P(.53 < \hat{p} < .55)$



Standardizovana normalna promjenljiva z za promjenljivu $\hat{p}$

Standardizovana normalna promjenljiva z za promjenljivu $\hat{p}$ računa se

$$z = \frac{\widehat{p} - p}{\sigma_{\widehat{p}}}$$

Primjer 7-10: Rješenje

- Za $\hat{p} = 0.53$: $$z = \frac{.53 - .51}{.01542725} = \mathbf{1.30}$$
- Za $\hat{p} = 0.55$: $$z = \frac{.55 - .51}{.01542725} = \mathbf{2.59}$$
- $P(0.53 < \hat{p} < 0.55) = P(1.30 < z < 2.59)$
  $= 0.9952 - 0.9032$
  $= \mathbf{0.0920}$

Primjer 7-10: Rješenje

- Dakle, vjerovatnoća da proporcija odraslih Amerikanaca u slučajnom uzorku od 1050 koji su spremni da plate više za proizvode koji imaju društvene i ekološke koristi uprkos trenutnim teškim ekonomskim vremenima bude između 0.53 i 0.55 iznosi 0.0920.

Slika 7.17 $P(.53 < \hat{p} < .55)$