D smjer (Računarstvo i informacione tehnologije). Programiranje I (treći semestar). Ogledni primjeri pitanja za Kolokvijum (20 poena). Dolaze tri pitanja. Od naslova 1.1. Intuitivni pojam algoritma do naslova 5.5. Razni primjeri nerješivih skupova.

$\bowtie$ Tjuringove mašine i izračunljive funkcije,
dolaze dva pitanja

$\to$ 1 Nabrojati i ukratko objasniti svojstva intuitivnog pojma algoritma $\mathcal{A} = (\mathcal{P}, E, A, B, n)$.

$\to$ 2 Kako glasi Čerčova teza (Church). Njen smisao i njen značaj.

3 Na koji način se algoritmu $\mathcal{A}$ pridružuje djelimična funkcija $f_{\mathcal{A}}$ ili $f$, gdje je $f\colon \mathrm{Dom}\, f \to \Omega(B)$ i $\mathrm{Dom}\, f \subset \Omega^n(E)$.

4 Kada se za skup $\mathcal{M}_1$ kaže da je rješiv u odnosu na skup $\mathcal{M}_2$, gdje je $\mathcal{M}_1 \subset \mathcal{M}_2$.

$\to$ 5 Kako glasi opšta diofantska jednačina i kako glasi zadatak za koji je Matijasevič dokazao da ne postoji algoritam.

6 Pravilo na kome se temelji algoritam koji ispituje da li jednačina $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ $(a_n \neq 0)$ ima cjelobrojno rješenje $x$.

7 Pravilo na kome se temelji algoritam koji ispituje da li jednačina $a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k = b$ ima cjelobrojno rješenje $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$.

$\to$ 8 Pregledan opis Tjuringove mašine: prebrojiva traka, radno polje, početno stanje, moguće radnje u jednom taktu, lampe MZ i PT.

$\to$ 9 Definicija Tjuringove mašine, tj. definicija tablice.

10 Računar naspram Tjuringove mašine.

$\to$ 11 Pojmovi konfiguracija mašine i pozicija mašine. Kakav smisao ima oznaka $b_0\ b_1\ b_2\ \ldots\ b_{m-1}\ \underset{\uparrow}{b_m}\ b_{m+1}\ \ldots$.

12 Funkcija koja je izračunljiva po Tjuringu – kako glasi definicija.

$\to$ 13 Funkcija koja je normalno izračunljiva po Tjuringu – kako glasi definicija.

$\to$ 14 Elementarne Tjuringove mašine: $a_i$, $r$ i $l$.

$\to$ 15 Primjer Tjuringove mašine: $T_1 = r^3 a_0$. Napisati tablicu i objasniti.

$\to$ 16 Primjer Tjuringove mašine: $T_2$ (mašina za kopiranje u azbuci $A_1$). Definicija mašine i objasniti kako radi.

$\to$ 17 Određivanje redosljeda rada mašine zadate dijagramom (iz naslova Definicija Tjuringovog dijagrama).

$\to$ 18 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: $R$ i $L$. Nacrtati njihove dijagrame. Koju radnju vrše $(\Rightarrow)$.

$\to$ 19 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: $\mathcal{R}$ i $\mathcal{L}$. Dijagrami i radnje $(\Rightarrow)$.

$\to$ 20 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: mašina za kopiranje $K$. Nacrtati dijagram. Koju obradu (radnju) ona vrši.

21 Mašine $W_r$ i $W_l$, dijagram i radnja.

22 Mašina $V$, dijagram i radnja.

23 Mašine $I$ i $K_n$ $(n \geq 1)$, dijagram i radnja.

$\to$ 24 Mašine $T_r$ i $T_l$, dijagram i radnja. Ulazna i radna azbuka je $A_1$.

25 Ukratko o konverzionoj funkciji $\gamma_{t,s}$.

26 Ukratko o konverzionoj funkciji $\sigma_n^t$.

$\to$ 27 Mašina $T^{\S}$. Samo definisati radnju koju vrši i objasniti u glavnim crtama.

28 Modeliranje nad azbukom $A_1$ (prve tri etape) [naslov 4.3].

29 Modeliranje nad azbukom $A_1$ (nastavak), četvrta etapa, umjesto simbola $a_i$ pišemo [naslov 4.4].

$\to$ 30 Superpozicija funkcija koje su izračunljive po Tjuringu.

$\to$ 31 Mašinske riječi. Tablica $\to w'' \to w' \to w_T$.

32 Jedan nerješiv skup ($M$): definicija skupa $M$ i dokaz u glavnim crtama.

33 Drugi nerješiv skup ($M_1$): definicija skupa $M_1$ i dokaz u glavnim crtama. Upotreba univerzalnog programa $U$ u dokazu.

$\to$ 34 Zadatak o zaustavljanju ili engl. halting problem.

$\to$ 35 Definisati igru domina (zadatak o popločavanju, tiling problem) i navesti primjere.

36 Definisati asocijativni račun u polugrupi, tj. da li su dvije riječi ekvivalentne. Navesti slučaj koji računar ne može da riješi.

$\bowtie$ Zadaci,
dolazi jedno pitanje

1. Napisati tablicu Tjuringove mašine čija je radna azbuka $A_1 = \{a_1\}$ i koja ima tri stanja ($q_0$, $q_1$ i $q_2$), a vrši sljedeću obradu: bez obzira kakva je početna pozicija na traci, dolazi do prelaska preko kraja trake (PT).

2. bez obzira kakva je početna pozicija na traci, mašina vječno radi.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu sa sljedećim svojstvom. Neka je njena početna pozicija $]a_0 w \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$, gdje $w \in \Omega(A_1)$, $w = \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n}$. Ako je $n = 3k$ $(k \geq 1)$ onda dolazi do mašinskog zaustavljanja, a ako je $n = 3k + 1$ ili $n = 3k + 2$ onda mašina radi vječno.

$\to$ 4. Konstruisati Tjuringovu mašinu sa sljedećim svojstvom. Neka je njena početna pozicija $]a_0 w_1 a_0 w_2 \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$, gdje je $w_1 = \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{m}$ i $w_2 = \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n}$ $(m, n \geq 1)$. Ako je $m = n$ onda dolazi do mašinskog zaustavljanja, a ako je $m \neq n$ onda mašina radi vječno.

5. Neka se Tjuringova mašina $K_2 L l^2$ primjenjuje na početnu poziciju
$]a_0 a_1 a_1 a_0 a_1 a_1 a_1 a_1 \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$. Koja završna pozicija se dobija?

6. Neka se Tjuringova mašina $L a_0 R \mathcal{L}$ primjenjuje

7. Konstruisati mašinu koja ima svojstvo $]a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n} a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n} \underset{\uparrow}{a_0} \ldots \Rightarrow$ $]a_0 \underbrace{a_0 a_1 a_0 a_1 \ldots a_0 a_1}_{n \text{ parova } a_0 a_1} \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$ $(n \geq 1)$. Treba sastaviti dijagram mašine (u dijagramu učestvuju znaci elementarnih mašina $r$, $l$, $a_i$). Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R$ i $L$. Na primjer $]a_0 a_1 a_1 a_1 a_0 a_1 a_1 a_1 \underset{\uparrow}{a_0} \ldots \Rightarrow ]a_0 a_0 a_1 a_0 a_1 a_0 a_1 \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$ (ovo je slučaj $n = 3$).

8. Konstruisati mašinu koja ima svojstvo $]a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{m} a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n} \underset{\uparrow}{a_0} \ldots \Rightarrow$ $]a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{n} a_0 \underbrace{a_1 \ldots a_1}_{m} \underset{\uparrow}{a_0} \ldots$ $(m, n \geq 1)$. Treba sastaviti dijagram mašine (u dijagramu učestvuju znaci elementarnih mašina $r$, $l$, $a_i$). Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R$ i $L$.

$\to$ 9. Konstruisati mašinu koja računa funkciju $y = f(x)$, gdje je $f(x) = \operatorname{sign} x = \{$ 0 ako je $x = 0$, 1 ako je $x > 0$. Dakle, $]a_0 x \underset{\uparrow}{a_0} \ldots \Rightarrow ]{\sim} a_0 y \underset{\uparrow}{a_0}$. Broj $x$ prikazuje se u unarnom obliku tj. u minimalnoj azbuci $A_1 = \{a_1\}$. To znači da se recimo $x = 3$ prikazuje kao $a_1 a_1 a_1$. Na isti način prikazuje se i broj $y$. Na primjer $]a_0 \underset{\uparrow}{a_0} \ldots \Rightarrow ]{\sim} a_0 \underset{\uparrow}{a_0}$ (ovo je slučaj $x = 0$, $y = 0$).

Na primjer $]a_0a_1a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]{\sim}a_0a_1\underset{\uparrow}{a_0}$ (ovo je slučaj $x = 3$, $y = 1$). Treba sastaviti dijagram mašine. Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R$, $L$, $\mathcal{R}$, $\mathcal{L}$, $K$, $K_n$ $(n \geq 1)$.

10. $f(x) = [1/x] = \{$ 1 ako je $x = 1$, 0 ako je $x > 1$, mašina vječno radi ako je $x = 0$

11. $f(x) = [x/2] = m$ ako je $x = 2m$ ili $x = 2m + 1$ $(m \geq 1)$. Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]{\sim}a_0a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}$ (ovo je slučaj $x = 5$, $y = 2$). Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_1a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]{\sim}a_0a_1a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}$ (ovo je slučaj $x = 6$, $y = 3$)

12. $z = f(x, y) = x \dot{-} y = \{$ 0 ako je $x < y$, $x - y$ ako je $x \geq y$ (funkcija od dvije promjenljive). Dakle, $]a_0xa_0y\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]{\sim}a_0z\underset{\uparrow}{a_0}$

13. Konstruisati mašinu koja normalno računa funkciju $f$, gdje je $f(x) = x \dot{-} 1 = \{$ 0 ako je $x = 0$, $x - 1$ ako je $x > 0$. Dakle, $]a_0x\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]a_0xa_0f\underset{\uparrow}{a_0}\ldots$. Na primjer $]a_0a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]a_0a_1a_0\underset{\uparrow}{a_0}\ldots$ (ovo je slučaj $x = 1$, $y = 0$). Na primjer $]a_0a_1a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots \Rightarrow\ ]a_0a_1a_1a_1a_0a_1a_1\underset{\uparrow}{a_0}\ldots$ (ovo je slučaj $x = 3$, $y = 2$). Treba sastaviti dijagram mašine. Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R$, $L$, $\mathcal{R}$, $\mathcal{L}$, $K$, $K_n$ $(n \geq 1)$.

14. $f(x) = \overline{\operatorname{sign}}\, x = 1 - \operatorname{sign} x$

Pomoću $\rightarrow$ označena su najvažnija pitanja.