Transport zagađivača u rekama

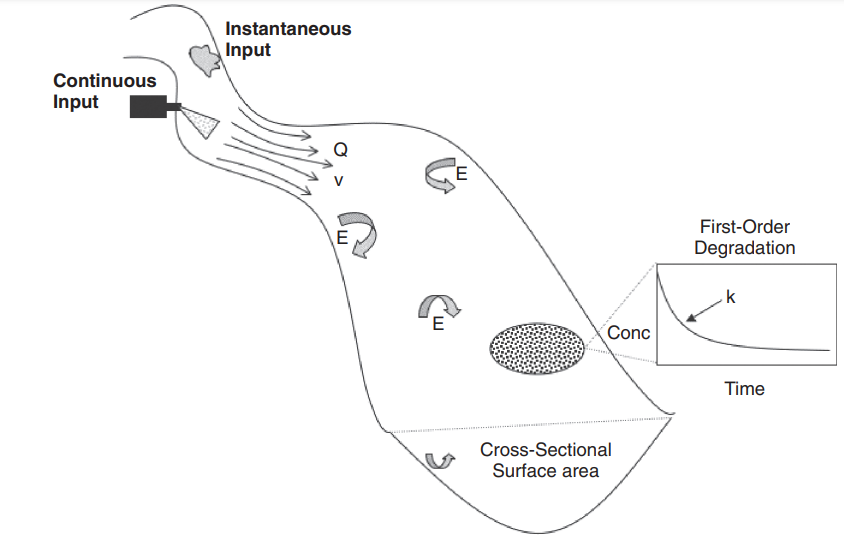
Važni faktori u modeliranju reka: Konceptualan model

Da bi matematički opisali reku, napravićemo listu promenljivh koja je karakteriše:

* površina poprečnog preseka reke (širina pomnožena sa srednjom dubinom reke ) ;
* ulazni protok na početku sekcije reke koju modelujemo ;
* izlazni protok na kraju sekcije reke koju modelujemo (obično se pretpostavlja da je jednak i obeležavamo ih prosto sa ;
* koncentracija polutanta u funkciji rastojanja nizvodno od izvora za fiksirani moment vremena ili slična jedinica;
* koncentracija polutanta u funkciji vremena na fiksnom rastojanja nizvodno od izvora ili slična jedinica;
* je konstanta reakcije prvog reda za odstranjivanje polutanta iz reke (ili u FATE software ;
* je vreme u (u FATE software u ;
* ukupna masa polutanta u reci ;
* brzina kontinualnog ispuštanja otpadi u reku ;

Jedinice se moraju eksplicitno izraziti i moraju biti kompatibilne međusobno. Gornje veličine nam služe da opet koristimo balans masa i da dobijemo jednačinu koja opisuje prilive, odlive, izvore i ponore.

Na slici niže su pokazani kontinualni i impulsni izvori zagađivača sa zapreminskim protokom vode , brzinom , koeficijentom raspada prvog reda i longitudinalnim koeficijentom disperzije Fizičke karakteristike rečnog korita određuju vrednosti gore navedenih veličina. Te fizičke karakteristike određuju i stepen mešanja polutanta.



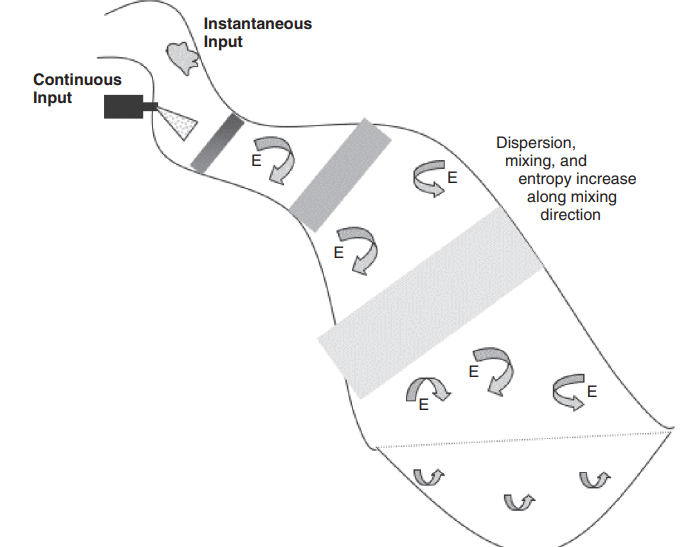
***Ilustracija rečnog toka sa polutantom***

Sve transpotne jednačine koje se koriste u pokretnom medijumu (voda ili vazduh) se nazivaju *advektivno-disperzivne.* U jedno-dimenzionom modelu reke, razmatra se samo advekcija i longitudinalna disperzija u pravcu toka .

Disperzija se karakteriše sa longitudinalnim disperzionim koeficijentom i može se oceniti kao:

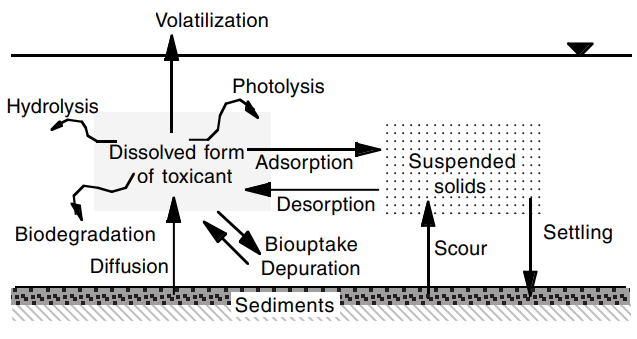
gde je brzina vodenog toka srednja širina reke , srednja dubina reke , gravitaciono ubrzanje , i je nagib ili gradijent rečnog dna (bezdimenziona veličina).

Efekat od na koncentraciju polutanta se vidi na slici niže. Mrlja zagađivača je prikazana u funkciji vremena u vidu tamnih pravouganih traka. Treba primetiti, kako se polutant transportuje nizvodno, da je disperzija sve veća i trake polutanta su sve veće i svetlije, čime se prikazuje razblaživanje zagađivača.



***Rečno korito koje prikazuje longitudinalnu disperziju***

Procesi sa učestvovanjem polutanta u sistemu mogu biti različiti i prikazani su na slici niže.



Uprošćavanje se sastoji u tome da se ovi procesi u većini slučajeva mogu predstaviti reakcijama I reda. Dalje možemo predstaviti u modelu:

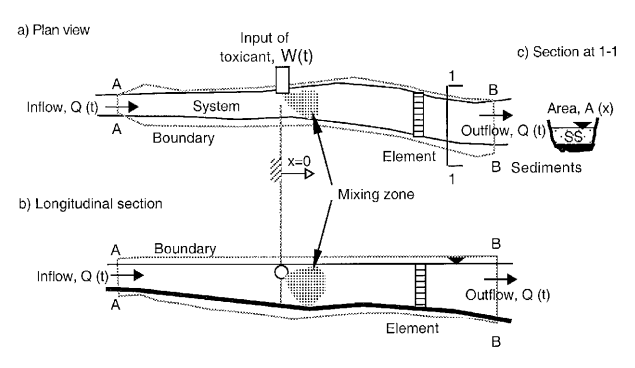
* trenutno mešanje u i z pravcu, čime se model redukuje na jedno-dimenzioni;
* površina toka je vremenski i prostorno invarijantna u granicama sistema;
* Protok u srednjem ima konstantnu vrednost ali se može menjati kao parametar.

# Primena koraka u matematičkom modeliranju

##### Karakterizacija sistema

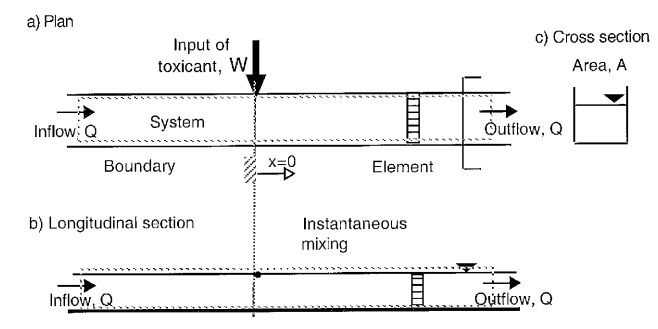
Sistem čini vodena masa ograničena uzvodno imagiarnim presekom A-A i nizvodno presekom B-B (slika niže). Rastojanje se računa od tačke ispuštanja polutanta.

Metodologija je ista tj, pisaćemo jednačinu balansa mase:

****

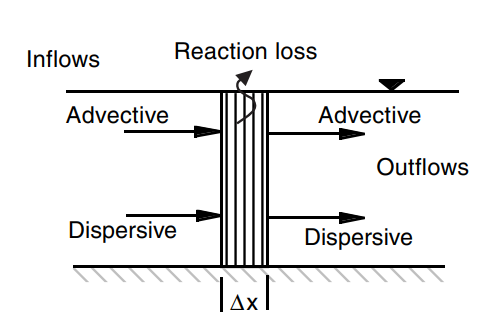
***Šema realnog sistema***

Šema simplifikovanog (uprošćenog) sistema je data niže.



***Šema uprošćenog sistema***

Da bismo dobili diferencijalnu jednačinu posmatraćemo šta se događa u malom elementu sistema dužine , u intervalu vremena čiji detalji su dati na slici niže.



Sada ćemo napisati izraze za pojedinačne članove u jednačini balansa mase polutanta:

Brzina promene mase polutanta u elementu zapremine ;

Advektivna brzina priliva u element ;

Advektivna brzina odliva iz elementa ;

Neto advektivni priliv ;

Difuziona brzina priliva u element;

Difuziona brzina odliva iz elementa;

Neto difuzioni priliv

Neto brzina gubitaka zagađivača zbog reakcija u elementu.

Kombinujući gornje izraze dobijamo jednačinu balansa mase:

Rešenje gornje parcijalne diferencijalne jednačine nam daje zavisnost koncentracije zagađivača od vremena i pozicije .

Rešenje gornje jednačine ćemo izvesti postepeno.

***Primer jednokratnog-impulsnog zagađenja:*** Poći ćemo od jednačine za čisti advektivno-disperzivni model tj, nećemo uračunavati reakcije u sistemu:

.

Rešavanje ove jednačine zavisi od početnih i graničnih uslova.

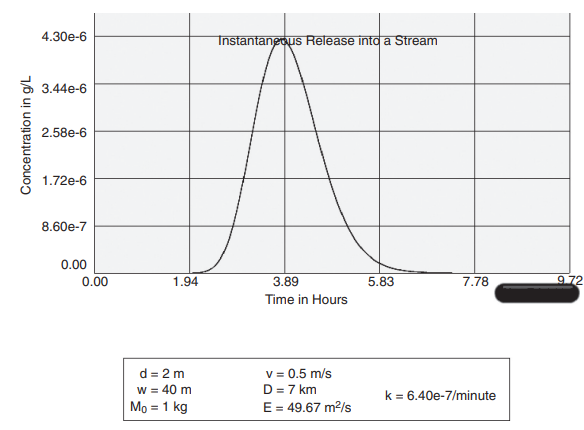
Na primer, posmatrajmo homogenu sredinu koja miruje. Dalje uzmimo da je samo funkcija od i i da ne zavisi od i Tada se gornja jednačina uprošćava na

***Gausova funkcija je rešenje gornje jednačine, što se možemo lako uveriti zamenom u gornju jednačinu.***

Ovde je Q količina zagađivača , koja se u trenutku , ispušta u sistem u ravni . Treba imati u vidu da smo gornju diferencijalnu jednačinu primenili i za medijum koji se kreće konstantnom brzinom ali u referentnom sistemu koji smo vezali za pokretni medijum u ovom slučaju tok vode koji se kreće brzinom . Da bi dobili rešenje gornje jednačine u odnosu na nepokretni sistem vezan za obalu reke, koristićemo prostu smenu tj, umesto ćemo staviti prosto (Galilejeva transformacija). Dakle, imamo rešenje jedno-dimenzionog modela reke kada ne uračunavamo reakcije raspada polutanta u reci:

Uračunavanjem reakcije raspada polutanta u sistemu, prosto koncentraciju množimo sa članom , i dobijamo konačan izraz kao i u FATE software:

gde smo zamenili sa i gde je - masa polutanta ispuštena u sistem.



***Primer rezultata računanja u FATE programu za impulsno ispuštanje polutanta u reku***

***Primer kontinualnog zagađenja:***

U ovom slučaju koristimo istu jednačinu balansa mase, stim što umesto jednokratnog ispuštanja polutanta imamo konstantnu brzinu priliva zagađivača u . Uzećemo slučaj kada se formira stabilno stanje tj, . Tada imamo da je koncentracija samo funkcija koordinate x i iznosi:

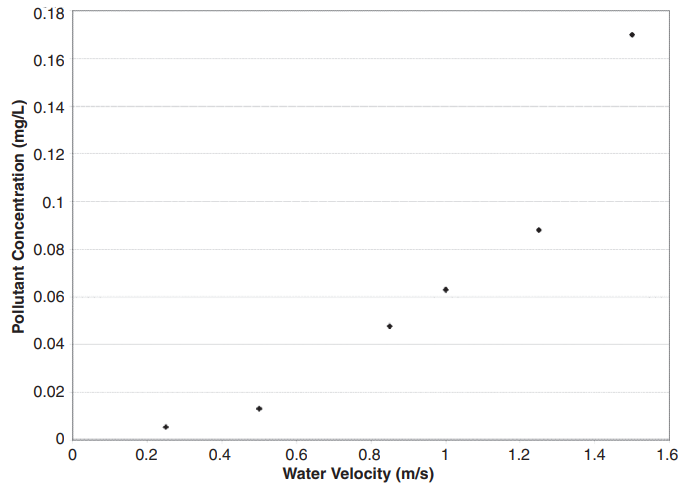
Pozitivni znak ispred korena se uzima u slučaju kada posmatramo koncentraciju uzvodno od ispuštanja tj, u pravcu , a negativni znak ogovara koncentraciji nizvodno tj, u pravcu . Primer grafika zavisnosti koncentracije zagađivača od rastojanja od mesta ispuštanja zagađivača je data na slici niže.



***Primer kontinualnog zagađenja reke, korištenjem FATE software***

### Analiza senzitivnosti modela

Ovde ćemo demonstrirati osetljivost metode, menjajući brzinu reke. U primeru čiji su rezultati dati na gornjoj slici, brzina reke je bila Dakle, postavljamo sebi pitanje: Šta, ako je ocena brzine reke pogrešna? Kako se to odražava na računatu koncentraciju zagađivača? Rezultati računanja koncentracije na za seriju brzina reke od 0.25, 0.5, 0.85, 1, 1.25, 1.5m/s su dati na slici niže.



***Rezultati analize senzitivnost koncentracije polutanta u odnosu na brzinu reke***

Vidimo jasno da je ta osetljivost velika, što smo i mogli pretpostaviti, jer se brzina u izrazu za koncentraciju polutanta nalazi u eksponentu. Veća brzina reke dovodi do toga da se polutant transportuje nizvodno pre nego se raspadne, čime je u svakoj tački nizvodno koncentracija polutanta uvećana. Slična analiza senzitivnost se može izvršiti i ya bilo koji drugi parametar.

### Ograničenost našeg modela

*Jedno*-*dimenzioni nasuprot dvo-dimenzionom modelu i ispuštanje polutanta u malom prostoru kod reka velike širine.*

Niti jednokratno, niti kontinualno ispuštanje je ravnomerno raspodeljeno po poprečnom preseku rečnog toka, kako je to u modelu pretpostavljeno. Kod većine reka i potoka to nije problem, jer uglavnom imamo dobro mešanje nizvodno od 2-3km, dok se razmatra profil koncentracije od desitine do stotine kilometara. Premda, kod širokih reka se moraju uzimati u obzir i disperzija u pravcu *y* ose. Tada se već moraju koristiti dvo-dimenzioni model sa sličnom procedurom.

*Isparavanje polutanta:* Ako se radi o organskom polutantu onda se mora računati i isparavanje jer imamo širok kontakt vode sa atmosferom.