

### UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Mitar Otašević

# PREDLOG DISTRIBUIRANOG ALGORITMA ZA UPRAVLJANJE FORMACIJAMA AUTONOMNIH PLOVILA

-MASTER RAD-

Podgorica, 2024.

#### PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime:	Mitar Otašević
Datum i mjesto rođenja:	10.11.2000. Plav, Crna Gora.
Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija:	Energetika i automatika, 2022.

### INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija:	Automatika i industrijska elektrotehnika
Naslov rada:	Predlog distribuiranog algoritma za upra- vljanje formacijama autonomnih plovila
Fakultet/Akademija na kojem je rad	Elektrotehnički fakultet, Univerzitet Crne
odbranjen:	Gore

### UDK, OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada:	16.04.2024.
Datum sjednice Vijeća na kojoj je pri- hvaćena tema:	16.05.2024.
Mentor:	Prof. dr Žarko Zečević
Komisija za ocjenu/odbranu rada:	Prof. dr Božo Krstajić Prof. dr Žarko Zečević Prof. dr Milovan Radulović
Datum odbrane:	

Datum promocije:

Ime i prezime autora: Mitar Otašević, BSc

## ETIČKA IZJAVA

U skladu sa članom 22 Zakona o akademskom integritetu i članom 18 Pravila studiranja na master studijama, pod krivičnom i materijalnom odgovornošću, izjavljujem da je master rad pod naslovom

# "Predlog distribuiranog algoritma za upravljanje formacijama autonomnih plovila"

moje originalno djelo.

Podnosilac izjave,

Mitar Otašević, BSc

Muniap Quamelint

U Podgorici, dana 07.10.2024. godine

# Sažetak

Predmet istraživanja ovog rada su algoritmi za kooperativno upravljanje formacijama umreženih potpogonjenih površinskih vozila. Konkretno, u radu je dat predlog distribuiranog algoritma za pravolinijsko vođenje formacije plovila koja su izložena dejstvu spoljašnjih sila, a koje nastaju kao rezultat djelovanja morskih struja. Predloženo rješenje zasniva se na lider-pratilac strategiji upravljanja i uključuje distribuirani opserver, kao i standardni konsenzus protokol, koji pratiocima obezbjeđuju da na osnovu lokalno dostupnih informacija estimiraju trenutne vrijednosti pozicije i referentne brzine lidera. Na osnovu procijenjenih vrijednosti, pratioci generišu upravljačke akcije koje im omogućavaju da zauzmu odgovarajuću relativnu poziciju u odnosu na lidera. U predloženom rješenju, željeni ugao zakretanja određuje se primjenom zakona vođenja zasnovanog na Line-of-Sight (LOS) principu i Kalmanovom filtru, kako bi se minimizovale transverzalne greške u praćenju odgovarajućih putanja i kompenzovao ugao bočnog klizanja. Sa druge strane, trenutne referentne brzine plovila se određuju tako da se minimizuju longitudinalne greške u praćenju formacije željenog geometrijskog oblika. Efektivnost predloženog rješenja potvrđena je kroz brojne primjere numeričkih simulacija, koji, između ostalog, uključuju scenarije s vremenski promjenljivim morskim strujama i promjenljivim komunikacionim vezama između plovila.

**Ključne riječi**: Praćenje putanje – Distribuirani opserver – Zakon promjene brzine – Kompenzacija ugla bočnog klizanja – Line-of-sight(LOS) – Kalmanov filtar

# Abstract

In this thesis, algorithms for the formation control of networked underactuated surface vehicles are investigated. In particular, the thesis presents a novel distributed algorithm for straight-line formation path-following of multiple vessels in the presence of ocean currents. The proposed solution is based on a leader-follower control strategy. It includes a distributed observer, as well as a standard consensus protocol, which allow the followers to estimate the current position and reference speed of the leader based on locally available information. Based on the estimated values, the followers generate control actions that enable them to achieve the appropriate relative positions with respect to the leader. In the proposed solution, the desired yaw angle is determined using a guidance law based on the Line-of-Sight (LOS) principle and a Kalman filter to minimize cross-track errors in path following and to compensate for the sideslip effect. On the other hand, the reference velocity values of the vessels are determined in order to minimize along-track errors in achieving the desired geometric shape of the formation. The effectiveness of the proposed solution has been confirmed through numerous numerical simulation examples, including scenarios with time-varying ocean currents and time-varying communication links between the vessels.

**Keywords**: Path Following – Distributed observer – Reference velocity law – Sideslip Compensation – Line-of-Sight (LOS) – Kalman Filter

# Sadržaj

R	ezim	e		ii
$\mathbf{A}$	bstra	$\operatorname{ct}$		ii
$\mathbf{S}_{\mathbf{I}}$	oisak	slika		1
U	vod			3
1	Mat	tematičk	xo modelovanje USV-a	4
	1.1	Uvod .		4
	1.2	Struktur	rne komponente USV-a	5
	1.3	Podsiste	emi za vođenje, navigaciju i upravljanje USV-om	7
	1.4	Referent	mi sistemi	8
		1.4.1 (	Geodetski referentni sistemi	10
		1.4.2 (	Geografski referentni sistemi	10
	1.5	Zakoni l	cretanja površinskog vozila	11
		1.5.1 ł	Kinematika površinskog vozila	11
		1.5.2 I	Dinamika površinskog vozila	14
	1.6	Hidrodii	namičke sile i momenti	18
		1.6.1 H	Hidrodinamičke sile i momenti inercijalne prirode	20
		1.6.2 H	Hidrodinamičke sile i momenti neinercijalne prirode	21
	1.7	Dinamič	ko pozicioniranje USV-a	22
<b>2</b>	Pro	blem au	itomatskog vođenja potpogonjenog USV-a po zadatoj	
	$\mathbf{put}$	anji		<b>24</b>
	2.1	Potpogo	onjeni mehanički sistem	25
	2.2	Matema	tičko modelovanje poremećaja uzrokovanih morskim strujama	25
		2.2.1 I	Ovodimenzionalni model morskih struja	26
		2.2.2 I	Definicije kursa, ugla zakretanja i ugla bočnog klizanja	27
	2.3	Kretanje	e potpogonjenog USV-a u prisustvu morskih struja	28
		2.3.1 N	Matematički model 3DOF potpogonjenog plovila	29
		2.3.2 I	Relativna brzina i kompenzacija morske struje	31

	2.4	Autor	natsko vođenje 3DOF potpogonjenog plovila	34
		2.4.1	Line-of-Sight zakon vođenja	34
	2.5	Metoo	le kompenzacije ugla bočnog klizanja	37
		2.5.1	Integralni LOS zakon	37
		2.5.2	Adaptivni integralni LOS zakon	38
	2.6	Uprav	djačka strategija	39
		2.6.1	Autopilot za dinamičko pozicioniranje	39
		2.6.2	Podsistem za upravljanje longitudinalnom brzinom	40
		2.6.3	Podsistem za upravljanje uglom zakretanja	41
3	Koo	operati	ivno upravljanje formacijama plovila	42
	3.1	Koope	erativno upravljanje umreženim multiagentnim sistemima	43
		3.1.1	Centralizovano i distribuirano upravljanje	43
		3.1.2	Osnovni problemi kooperativnog upravljanja	44
	3.2	Uprav	ljanje formacijama	45
		3.2.1	Upravljačke strategije	47
	3.3	Osnov	ve teorije grafova	49
		3.3.1	Definicija grafa i osnovni pojmovi	50
		3.3.2	Povezanost grafa	51
		3.3.3	Matrica susjedstva	52
		3.3.4	Laplasijan matrica	52
		3.3.5	Vremenski promjenljivi grafovi	54
	3.4	Proble	em uspostavljanja konsenzusa u MAS-u	54
		3.4.1	Konsenzus bez lidera	54
		3.4.2	Konsenzus sa liderom	55
4	Pra	volinij	sko vođenje formacije umreženih USV-ova i predlog no	_
	vog	rješen	ıja	57
	4.1	Model	l plovila	58
	4.2	Posta	vka problema i upravljački ciljevi	59
	4.3	Predle	og novog distribuiranog kontrolera	61
		4.3.1	Estimacija ugla bočnog klizanja	62
		4.3.2	Interna koordinacija kretanja umreženih USV-ova	63
		4.3.3	Kooperativni zakon vođenja USV-ova	64
		4.3.4	Upravljački sistem za autonomno kretanje formacije plovila . $% \left( {{{\bf{x}}_{i}}} \right)$ .	67
<b>5</b>	Rez	ultati		69
	5.1	Analiz	za performansi predloženog algoritma	70
	5.2	Analiz	za brzine konvergencije algoritma	75
	5.3	Uticaj	j različitih komunikacionih topologija na brzinu uspostavljanja	
		forma	$\operatorname{cije}$	83

5.4	Uticaj	estimatora ugla bočnog klizanja na performanse kretanja for-	
	macije		86
	5.4.1	Komparativna analiza performansi različitih estimatora ugla	
		bočnog klizanja	87
Zaključ	ak		90
Bibliog	rafija		91

# Spisak slika

1.1	Osnovni elementi ASV [1]	7
1.2	GNC sistem [2]	7
1.3	Vektor položaja i koordinatni sistem [3]	9
1.4	Geocentrični i geografski koordinatni sistemi	9
1.5	Standardna notacija i oznake pri opisivanju kretanja plovila [4]. $\ldots$	11
1.6	Ravansko kretanje USV-a	14
1.7	Slobodno kretanje krutog tijela [5]	14
2.1	Planarno kretanje 3DOF potpogonjenog plovila u prisustvu morskih	
	struja	26
2.2	Geometrijska interpretacija uglova $\chi, \psi$ i $\beta$	28
2.3	Kretanje 3DOF potpogonjenog USV-a u horizontalnoj ravni - vektor-	
	ski dijagram brzina	29
2.4	Kretanje plovila duž zadate putanje ${\mathcal P}$ u stacionarnom stanju	32
2.5	Grafičko rješenje problema kompenzacije uticaja morskih struja. $\ .\ .$	33
2.6	Geometrijska ilustracija LOS zakona vođenja u horizontalnoj ravni. $% \mathcal{A}$ .	34
2.7	Autopilot za dinamičko pozicioniranje USV-a	40
3.1	Centralizovana i distribuirana mrežna arhitektura u MAS-u	44
3.2	Upravljanje formacijama: (a) obrazovanje formacije, (b) praćenje pu-	
	tanje [6]	46
3.3	Lider-pratilac upravljačka strategija [7]	47
3.4	Bihevioralne metode	48
3.5	Izbjegavanje kolizija.	48
3.6	Metoda virtuelnih struktura [8]	49
3.7	Primjer grafa	50
3.8	Primjeri grafova: (a) Usmjereni, (b) Neusmjereni [8]	51
4.1	LOS vođenje formacije plovila duž zadate putanje	59
4.2	GNC sistem lider USV-a	65
4.3	GNC sistem plovila pratioca	67
5.1	Mrežna topologija na kojoj je testiran predloženi algoritam	70

5.2	Proces uspostavljanja zadate formacije	71
5.3	Vremenska promjena transverzalnih grešaka USV-ova	71
5.4	Vremenska promjena longitudinalnih grešaka USV-ova . $\ldots$ . $\ldots$ .	72
5.5	Tačna $(\beta_i)$ i estimirana $(\hat{\beta}_i)$ vrijednost ugla bočnog klizanja	72
5.6	Razlike parametara putanja patilaca i lidera	73
5.7	Promjena rezultantnih brzina USV-ova u vremenu	74
5.8	Prikaz referentne $(\psi_{di})$ i trenutne $(\psi_i)$ vrijednosti ugla pravca	74
5.9	Prikaz referentne $(u_{edi})$ i trenutne $(u_{ei})$ vrijednosti longitudinalne brzine.	75
5.10	S1: Vremenska promjena brzine plovila $U_i$	76
5.11	S1: Vremenska promjena longitudinalne greške $x_{ei}$	77
5.12	S1: Vremenska promjena transverzalne greške $y_{ei}$	77
5.13	S2: Kvadratna formacija: a) t=15s, b) t=715s	78
5.14	S2: V - oblik formacija: a) t=720s, b) t=1250s	78
5.15	S2: Lančana formacija: a) t=1260s, b) t=2000s. $\dots \dots \dots \dots \dots \dots$	79
5.16	S2: Odziv distriburianog opservera na promjenu oblika formacije	80
5.17	S2: Promjena brzine $i\text{-}\mathrm{tog}$ USV-a u procesu promjene oblika formacije.	80
5.18	S3: Komunikacione topologije	81
5.19	S3: Prekidački signal	81
5.20	S3: Prostorni raspored formacije plovila i virtuelne strukture u raz-	
	ličitim trenucima.	82
5.21	S3: Rezultantna brzina <i>i</i> -tog USV-a. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	83
5.22	S3: Odziv distribuiranog opservera.	83
5.23	Mrežne topologije za testiranje predloženog algoritma	84
5.24	Vrijeme potrebno da plovila zauzmu trenutnu virtuelnu strukturu, sa	
	tačnošću $\Delta e_1$ , za različite mrežne topologije	85
5.25	Vrijeme potrebno da distribuirani opserver obrazuje željenu virtuelnu	
	strukturu sa tačnošću $\Delta e_2$ za različite mrežne topologije	85
5.26	Uspostavljanje formacije USV-ova u slučaju različitih zakona vođenja.	86
5.27	$\operatorname{Gre}\check{\operatorname{ske}}$ u praćenju referentne putanje u slučaju različitih zakona vođenja.	87
5.28	Vremenska promjena tačne ( $\beta)$ i procijenjene ( $\hat{\beta})$ vrijednosti ugla	
	bočnog klizanja ( $V_c = \text{const}$ )	87
5.29	Vremenska promjena tačne vrijednosti $(\beta)$ i procijen jene vrijednosti	
	$(\hat{\beta})$ ugla bočnog klizanja $(V_c \neq \text{const})$	88

# Uvod

Tokom posljednjih godina postignut je značajan napredak u oblasti kooperativnog upravljanja potpogonjenim površinskim vozilima (USV). Istraživanja na ovom polju podstaknuta su, prije svega, rastućom potražnjom za efikasnim i autonomnim plovilima za primjene u aplikacijama poput monitoringa stanja životne sredine, pretrage i spasavanja, kao i u okeanografskim ispitivanjima [9]. U literaturi su istraživani različiti problemi kooperativnog upravljanja, uključujući kooperativno praćenje trajektorije [10], kooperativno praćenje ciljeva [11], [12] i kooperativno praćenje putanje [13]. Kod problema kooperativnog praćenja putanje, cilj je obezbijediti vođenje formacije plovila duž jedne ili više parametrizovanih putanja, uz dostizanje zadatih međusobnih rastojanja.

Koordinisano vođenje formacije plovila je usko povezano sa problemom praćenja putanje jednog USV-a, gdje je glavni cilj obezbijediti kretanje plovila duž unaprijed definisane parametrizovane putanje, bez zadavanja vremenskih ograničenja. LOS metod vođenja je najčešće korišćeni zakon vođenja koji omogućava kretanje USV-a duž zadate putanje. Obično se koristi u kombinaciji sa kontrolerom ugla zakretanja (eng. *heading controller*). LOS metod je jednostavan i efikasan. Međutim, njegov nedostatak leži u njegovoj osjetljivosti na spoljašnje poremećaje uzrokovane djelovanjem vjetra, talasa i morskih struja. Naime, eksterne sile dovode do odstupanja pravca kretanja plovila od njegovog kursa, što je u literaturi poznato pod nazivom bočno klizanje (eng. *sideslip effect*). U cilju prevazilaženja tog problema, predložene su brojne modifikacije LOS metoda u cilju kompenzacije uticaja eksternih sila okoline. Neke od ovih metoda uključuju Integralni LOS (ILOS) [14], Adaptivni LOS (ALOS) [15] i skorije predloženi LOS baziran na Kalmanovom filtru (KFLOS) [16].

Problem kooperativnog vođenja grupe plovila duž zadate putanje može se posmatrati kao prirodno proširenje problema praćenja putanje u slučaju jednog plovila. U [17], autori su predložili zakon vođenja koji obezbjeđuje da svako plovilo prati različitu krivolinijsku putanju koja je sinhronizovana sa putanjom virtuelnog lidera. Sa druge strane, metod vođenja razvijen u [18] obezbjeđuje da se sva plovila kreću duž jedne krive uz održavanje bezbjedne međusobne udaljenosti. Problem vođenja formacija autonomnih plovila duž željene pravolinijske putanje, konceptualno se može razdvojiti na rješavanje dva podproblema: individualno praćenje putanje i sinhronizaciju kretanja plovila pomoću distribuiranog opservera [19]. Vođenje formacije USV-ova duž pravolinijskih putanja u odsustvu okeanskih struja, proučavano je u [20] i [21]. U ovim pristupima, za praćenje putanje koristi se LOS zakon vođenja, dok se željeno rastojanje između plovila duž putanje postiže primjenom nelinearnog zakona promjene brzine. Sa druge strane, u [22], je korišćen integralni LOS (ILOS) kontroler u cilju kompenzacije dejstva stalnih, nerotacionih, okeanskih struja. U [23] je predložena upravljačka strategija lider-pratilac za vođenje dva USV-a duž paralelnih pravolinijsih putanja, uz obezbjeđivanje konstantnog bočnog rastojanja između plovila. U publikacijama [24], [25] predloženo je nekoliko sličnih pristupa, gdje pratioci prilagođavaju svoju brzinu i položaj u odnosu na lidera da bi se dobila željena formacija. Metod za upravljanje formacijom dva USV-a koja prate različite krivolinijske putanje, u prisustvu okeanskih struja, predložen je u [26]. U ovom pristupu se objedinjavanjem LOS zakona i NSB (eng. *Null-Space-Based behavioral control*) metode, postiže održavanje željene formacije plovila.

U ovom radu je predložen novi distribuirani algoritam za kooperativno upravljanje umreženim sistemom USV-ova. Predloženi distribuirani kontroler sastoji se od kontrolera za praćenje putanje zasnovanog na KFLOS zakonu vođenja, distribuiranog opservera za sinhronizaciju relativnih rastojanja plovila (koja se kreću duž paralelnih putanja) i nelinearnog zakona promjene longitudinalne brzine. Upravljačka strategija zasniva se na lider-pratilac metodi vođenja. Predloženi distribuirani opserver omogućava pratiocima da na osnovu lokalno dostupnih informacija estimiraju trenutnu vrijednost pozicije lidera. Koristeći estimirane vrijednosti, plovila pratioci generišu upravljačke akcije u cilju zauzimanja odgovarajuće relativne pozicije u odnosu na lidera. Trenutnu referentnu vrijednost ugla zakretanja određuje usvojeni KFLOS zakon vođenja, gdje se ugao bočnog klizanja tretira kao nepoznato stanje sistema. Estimacija ugla bočnog klizanja sprovodi se paralelno sa minimizacijom transverzalne greške, što omogućava brzu konvergenciju plovila ka odgovarajućim putanjama. Sa druge strane, predloženi nelinearni zakon promjene longitudinalne brzine omogućava praćenje virtuelne strukture, minimizacijom longitudinalne greške. Pokazuje se da predstavljeni kooperativni zakon vođenja pruža robusne performanse u različitim realnim uslovima, osiguravajući stabilnost formacije uprkos djelovanju spoljašnjih sila i promjenama komunikacione topologije.

Master rad se sastoji od uvoda, pet glava, zaključka i liste referenci. U prvoj glavi opisani su sastavni elementi jednog USV-a i izloženo detaljno izvođenje opšteg matematičkog modela njegove dinamike. U drugoj glavi je razmotren problem pravolinijskog vođenja USV-a u prisustvu poremećaja uzrokovanih morskim strujama. Predstavljen je klasični LOS zakon vođenja kao i različiti načini za kompenzaciju uticaja morskih struja. Osnovne strategije upravljanja, koje se primjenjuju kod multiagnetnih sistema, opisane su u trećoj glavi. Uvedeni su osnovni pojmovi iz algebarske teorije grafova i opisano modelovanje komunikacione mreže ovim apstraktnim matematičkim objektima. Postavka razmatranog problema i uslovi koje rješenje treba da ispunjava izloženi su u četvrtoj glavi. U istoj glavi predstavljeni su novi distribuirani algoritam i odgovarajući GNC sistem, kako za lider plovilo, tako i za plovila pratioce. Peta glava sadrži rezultate simulacija. U prva dva potpoglavlja evaluirane su performanse predloženog kooperativnog sistema vođenja kroz nekoliko različitih scenarija kretanja formacije plovila. U trećem potpoglavlju ispitan je uticaj različitih komunikacionih topologija na brzinu uspostavljanja željene formacije. Uticaj različitih estimatora ugla bočnog klizanja na brzinu i tačnost uspostavljanja zadate formacije analiziran je u četvrtom potpoglavlju. U zaključku rada diskutovani su dobijeni rezultati. Pored toga, predložene su smjernice za dalja istraživanja.

# Glava 1

# Matematičko modelovanje USV-a

U ovoj glavi biće dat uvod u autonomna površinska vozila, značaj njihove primjene za izvršavanje pomorskih misija kao i metode na kojima se zasnivaju upravljački algoritmi. Nakon toga, biće izvedeni opšti kinematički i dinamički modeli USV-a sa šest stepeni slobode (6DOF) koji predstavljaju osnovu za razvoj modela za dinamičko pozicioniranje.

### 1.1 Uvod

Sa postepenim povećanjem želje za istraživanjem nepoznatih oblasti okeana i složenog vodenog okruženja, zahtjevi ljudi za boljim performansama površinskih vozila postaju sve veći. Ovo ima za posljedicu razvoj novih metoda za autonomno kretanje plovila i inteligentno upravljanje, što privlači veliku pažnju istraživača [1]. Autonomija plovila postiže se adaptivnim podešavanjem upravljačkih signala koji djeluju na njegove izvršne organe. Tradicionalno se koristi upravljanje u zatvorenoj sprezi kako bi se postiglo željeno kretanje plovila. Inteligentno kretanje se ogleda u sposobnosti USV-a da opaža i identifikuje okruženje i odgovara optimalnim odlukama kako bi se prilagodio potrebama u toj situaciji. Trenutno, zbog svojih prednosti i funkcija, površinska vozila polako poprimaju nezamjenljivu ulogu u scenarijima kao što su uzorkovanje i monitoring vode, protivpodmorničko ratovanje, praćenje ciljeva, misije pomorskog istraživanja i spasavanja [27–29]. Problem praćenja putanje je osnovna funkcija USV-a koja najviše odražava njegovu autonomiju. Precizno praćenje putanje je neophodno za nekoliko vrsta morskih operacija, kao što su istraživanje morskog dna, nadzor podvodnih cjevovoda i podmorska fotografija.

Razvoj upravljačkih sistema započeo je još u 19. vijeku, a oni su sada važan dio mnogih sistema kao što su automobili, avioni i površinska vozila. Modelovanje je prvi korak u projektovanju upravljačkog sistema USV-a, pri čemu je potrebno uzeti u obzir tačnost i složenost modela. Mu D. i saradnici [30] su predložili Maneuvering Modeling Group model (MMG) za opisivanje karakteristika kretanja USV-a. Sa druge strane, u [31] je opisan Nomoto model koji se koristi za definisanje funkcije prenosa koja povezuje ugao kormila i kurs USV-a.

Autonomno kretanje USV-a, koje je usmjereno na praćenje unaprijed definisane putanje, uglavnom se zasniva na zakonima vođenja i upravljačkim algoritama. Na osnovu kinematičkog modela USV-a, razvilo se nekoliko strategija vođenja kao što su Pure Pursuit [32], Line-Of-Sight (LOS) [33] i Vector Field (VF) [34]. Među njima, LOS zakon vođenja je najčešće korišćena navigaciona metoda, a mnogi istraživači su je unaprijedili. Su Y. i saradnici [35] su uzeli u obzir promjenljiv ugao bočnog klizanja i djelovanje promjenljivih okeanskih struja i predložili Poboljšani Adaptivni Integralni LOS (IAILOS) alogritam. Za površinska vozila najvažnija upravljačka tehnika je dinamičko pozicioniranje. Uobičajene upravljačke strategije uključuju PID kontrolu [36] i Model Predictive Control (MPC) [37], koje su primjenljive u praksi.

### 1.2 Strukturne komponente USV-a

U zavisnosti od praktične primjene, površinska vozila mogu imati različit izgled i funkcionalnosti. Međutim, svaki USV sadrži sljedeće elemente (vidjeti sliku 1.1):

- 1. **Trup i pomoćni konstruktivni elementi**: Postoje četiri najčešća oblika trupa USV-a: trupovi na naduvavanje, kajaci (sa jednim trupom), katamarani (posjeduju dva trupa) i trimarani (sa tri trupa). Varijacije u dizajnu trupa odgovaraju različitim primjenama USV-ova. Čvrsto-naduvani trupovi su pogodni za vojne primjene, prije svega zbog veće izdržljivosti i nosivosti. Dizajn kajaka i katamarana je popularan zbog praktičnog montiranja i utovara. Katamarani i trimarani se više preferiraju zbog veće stabilnosti sistema, smanjujući rizik od prevrtanja u nemirnoj vodi.
- 2. Sistem propulzije: Upravljanje pravcem i brzinom kretanja većine USVova obezbjeđuje sistem za upravljanje uglom zakretanja i brzinom obrtanja propelera, respektivno. Ostali USV-ovi (poput katamarana) upravljaju se na principu razlike potisaka koju stvaraju dva nezavisna motora pričvršćena za svaki trup. Ovi USV-ovi obično nijesu opremljeni dodatnim bočnim aktuatorima i stoga se mogu smatrati potpogonjenim (eng. underactuated) USV-ovima. Drugim riječima, broj dostupnih aktuatora je tada manji od broja stepeni slobode (eng. degrees of freedom - DOF) USV-a. Ovo predstavlja značajan izazov za bezbjedno i precizno upravljanje USV-om. Drugi potpuno pogonjeni (eng. fully actuated) i nadpogonjeni (eng. overactuated) USV-ovi su relativno lakši za upotrebu od potpogonjenih USV-ova, ali su obično i većih cijena.
- 3. GNC sistemi: Među navedenim elementima, GNC sistem (eng. guidence, navigation and control) ima ključnu ulogu u koordinaciji rada cjelokupnog

površinskog vozila. Ovaj sistem se može dekomponovati na tri nezavisna podsistema: sistem za vođenje, navigacioni sistem i upravljački sistem. GNC obično čini računarski sistem i softver koji omogućavaju generisanje upravljačkih signala za željeno kretanje USV-a.

- 4. **Komunikacioni sistemi**: Komunikacioni sistemi uključuju ne samo bežičnu komunikaciju sa zemaljskim kontrolnim stanicama i drugim vozilima za vršenje kooperativnog upravljanja, već i žičanu/bežičnu komunikaciju na plovilu, sa raznim senzorima, aktuatorima i drugom opremom. Pouzdanost komunikacionih sistema je stoga od najveće važnosti.
- 5. Oprema za prikupljanje podataka: Zajedno sa prethodno opisanim podsistemima koriste se odgovarajući senzori za prikupljanje podataka o stanju USV-a i okoline. Da bi se osiguralo pouzdano i prezicno izvršavanje misija, kod USV-a se implementiraju dva tipa senzora: Globalni pozicioni sistem (GPS) i Inercijalni mjerni uređaj (IMU). GPS omogućava određivanje pozicije USV-a u odnosu na globalni referentni sistem (ECEF). Podaci prikupljeni sa IMU-a koriste se za precizno određivanje orijentacije USV-a u odnosu na sopstveni referentni sistem (eng. *body-fixed frame of reference*). Sa druge strane, kamere, radar, sonar, kao i drugi tipovi senzora se opciono koriste, u zavisnosti od konkretnog zadatka poput monitoringa i upravljanja USV-om pod različitim uslovima (npr. temperatura i vlažnost u kabini, stanje elektronske opreme, potrošnja goriva, itd.).
- 6. Zemaljska satelitska stanica: Zemaljska stanica takođe igra važnu ulogu u GNC sistemu površinskog vozila i može se nalaziti u objektu na kopnu, mobilnom vozilu ili brodu na moru. Generalno, misije se plovilu dodjeljuju putem bežičnih komunikacionih sistema. Stanje USV-a i njegove opreme u realnom vremenu se nadgledaju putem zemaljske stanice, dok se za daljinski upravljana površinska vozila, upravljačke komande takođe šalju sa zemaljske stanice [1].



Slika 1.1: Osnovni elementi ASV [1].

## 1.3 Podsistemi za vođenje, navigaciju i upravljanje USV-om

Kao što je naznačeno na slici 1.2, autonomija kretanja USV-a zasniva se na podsistemima vođenja, navigacije i upravljanja. Ovi podsistemi međusobno rade u interakciji, do te mjere da nedostaci u jednom podsistemu mogu smanjiti performanse cijelog sistema.



Slika 1.2: GNC sistem [2].

Sistem vođenja kontinuirano izračunava referentnu poziciju, brzinu i ubrzanje plovila. Osnovne komponente ovog sistema su računar, senzori položaja i podaci iz spoljne sredine (brzina i pravac duvanja vjetra, visina i nagib talasa, brzina i smjer morske struje). Računar prikuplja i obrađuje informacije sa ulaza, a zatim dobijene rezultate prosljeđuje sistemu za upravljanje kretanjem.

Navigacioni sistem služi za određivanje kursa, pređenog puta, pozicije i orijentacije USV-a. U nekim slučajevima omogućava određivanje brzine i ubrzanja plovila. Princip rada se obično bazira na korišćenju globalnog navigacionog satelitskog sistema (eng. global navigation satellite systems, GNSS) u kombinaciji sa senzorima pokreta poput akcelerometara i žiroskopa. Najnapredniji navigacioni sistem, za primjene u pomorskoj industriji, je inercijalni navigacioni sistem (INS) [2,5,38].

**Upravljački sistem** generiše upravljačke sile i momente koji djeluju na plovilo tako da se postigne određeni upravljački cilj. Željeno kretanje se definiše u podsistemu vođenja. Primjeri upravljačkih ciljeva su: minimalna potrošnja energije, manevrisanje, praćenje trajektorije i praćenje putanje. Upravljački algoritam se zasniva na negativnoj povratnoj sprezi i prenosnoj kompenzaciji (eng. *feedforward*). Feedforward upravljanje uvijek se koristi zajedno sa povratnom spregom. Neophodno je da sistem povratne sprege prati promjene referentnih vrijednosti i suzbija nepoznate smetnje koje su uvijek prisutne u bilo kojem stvarnom procesu. Izlazi iz navigacionog sistema (pozicija, brzina i ubrzanje) koriste se za upravljanje u povratnoj sprezi. Prenosna kompenzacija sprovodi se na osnovu mjerenja spoljnih poremećaja dostupnih u sistemu vođenja. Ovako kombinovana upravljačka metoda može značajno poboljšati performanse upravljačkog sistema (kada su spoljni poremećaji mjerljivi), u odnosu na jednostavnu povratnu spregu. U idealnom slučaju, feedforward upravljanje može potpuno kompenzovati uticaj izmjerene smetnje na izlaz procesa [2,39].

### 1.4 Referentni sistemi

Mehanika se bavi opisivanjem kretanja tijela u prostoru i vremenu, kao i osnovnim zakonima kretanja tijela. Kretanje je bilo kakva promjena koja se dešava sa tijelom tokom vremena (kretanje u širem smislu) ili promjena položaja tijela tokom vremena (kretanje u užem smislu - mehaničko kretanje). Položaj tijela je uvijek relativan pošto zavisi od toga u odnosu na šta se utvrđuje. Zbog toga je i kretanje tijela relativno.

Tijelo u odnosu na koje se posmatra položaj tijela koje se kreće naziva se referentno tijelo. Za referentno tijelo može da se veže koordinatni sistem. U fiksiranom koordinatnom sistemu položaj tačke je određen vektorom položaja,  $\mathbf{r}$  (slika 1.3). Vektor položaja je vektor koji počinje u koordinatnom početku, a vrh mu je u datoj tački (M na slici). Potpuno poznavanje kretanja podrazumijeva da se u svakom trenutku zna vektor položaja tijela. Proučavanje kretanja tijela podrazumijeva i mjerenje vremena. Za mjerenje vremena na različitim mjestima su potrebni sinhronizovani časovnici. Sistem koji obuhvata koordinatni sistem i sistem sinhronizovanih časovnika se naziva referentni sistem.



Slika 1.3: Vektor položaja i koordinatni sistem [3].

Referentni sistemi u kojima važi zakon inercije (Prvi Njutnov zakon) se zovu inercijalni referentni sistemi. Svaki referentni sistem koji se kreće ravnomjerno pravolinijski u odnosu na neki inercijalni sistem je takođe inercijalan. Sistemi koji se kreću ubrzano u odnosu neki inercijalni sistem su neinercijalni sistemi. U neinercijalnim referentnim sistemima pored "pravih" sila djeluju i fiktivne sile inercije (inercijalne sile) koje su posljedica ubrzanog kretanja sistema. Definisanje referentnih sistema je neophodan prvi korak u opisivanju kretanja nekog tijela [3,40]. Prilikom analize kretanja površinskih vozila sa 6 stepeni slobode, korisno je definisati različite geodetske i geografske referentne sisteme prikazane na slici 1.4.



Slika 1.4: Geocentrični i geografski koordinatni sistemi.

#### 1.4.1 Geodetski referentni sistemi

- 1. The Earth-centered inertial (ECI) sistem, u oznaci  $\{i\} = (x_i, y_i, z_i)$ , je inercijalni referentni sistem vezan za zvijezde na nebeskom svodu. Koristi se za terestričku navigaciju koja obuhvata metode grafičkog i analitičkog rješavanja zadataka vođenja plovila, posmatranjem prirodnih i izgrađenih objekata na obali, moru i na dnu mora. Pored toga, terestrička navigacija izučava sredstva za vođenje plovila, načine određivanja pravaca i udaljenosti, plovljenje u ograničenom prostoru, u području visokih geografskih širina, po rijekama i jezerima, određivanje manevarskih svojstava broda i drugo. Ovo uključuje upotrebu inercijalnih navigacionih sistema [2,41,42].
- 2. The Earth-centered Earth-fixed (ECEF) sistem, u oznaci  $\{e\} = (x_e, y_e, z_e)$ , ima koordinatni početak u centru Zemlje i rotira u odnosu na ECI inercijalni sistem. Ugaona brzina rotacije je  $\omega_e = 7.2921 \times 10^{-5}$ rad/s. Za brodove koji se kreću relativno malom brzinom, uticaj inercijalnih sila (koje se javljaju kao posljedica rotacije Zemlje) se mogu zanemariti i stoga se  $\{e\}$  može smatrati inercijalnim. Koordinatni sistem  $\{e\}$  se obično koristi za globalno vođenje, navigaciju i upravljanje (na primjer, za opisivanje kretanja i položaja brodova u tranzitu između različitih kontinenata) [2].

#### 1.4.2 Geografski referentni sistemi

- 1. North-East-Down (NED) referentni sistem, u oznaci  $\{n\} = (x_n, y_n, z_n)$ , definiše se kao tangentna ravan na površinu Zemlje [43]. Prilikom razvijanja dinamičkog modela plovila uobičajeno je da se njegova pozicija definiše u odnosu na NED referentni sistem. Strogo posmatrano, NED referentni sistem nije inercijalan jer je vezan za Zemlju i rotira zajedno sa njom. Zbog toga na tijela koja miruju u njemu djeluje centrifugalna sila, dok na ona koja se kreću djeluje još jedna inercijalna sila (zove se Koriolisova). Međutim, pri brzinama koje su tipične za morska vozila i malom ugaonom brzinom rotacije Zemlje, ove sile su obično mnogo manjih intenziteta od gravitacione sile, akutuatorskih i hidrodinamičkih sila i obično se zanemaruju u jednačinama kretanja.
- 2. Sopstveni referentni sistem (eng. *body-fixed*), u oznaci  $\{b\} = (x_b, y_b, z_b)$ , je referentni sistem vezan za plovilo. Položaj i orijentacija plovila opisuju se u odnosu na inercijalni referentni sistem (koji se za plovila aproksimira sa  $\{e\}$  ili  $\{n\}$ ) dok se linijska i ugaona brzina plovila izražavaju u sopstvenom koordinatnom sistemu.

**Primjedba 1.4.1** Pri matematičkom modelovanju kretanja plovila uporedo se koriste termini inercijalni referentni sistem i nepokretni referentni sistem (eng. *earthfixed*). Potrebno je napomenuti da se oba naziva odnose na jedinstveni NED referentni sistem  $\{n\}$ .

### 1.5 Zakoni kretanja površinskog vozila

Mehaničko kretanje USV-a može se analizirati sa stanovišta kinematike i dinamike. Prilikom analize kretanja površinskog vozila uobičajeno je da se ono predstavi krutim tijelom. Model krutog tijela podrazumijeva da nema deformacija tijela tokom kretanja. Broj nezavisnih parametara, pomoću kojih se može jednoznačno odrediti položaj krutog tijela u prostoru u odnosu na proizvoljno izabrani referentni sistem, naziva se broj stepeni slobode. Slobodno kruto tijelo (eng. 6DOF rigid body) je tijelo bez neposrednih veza sa drugim tijelima, koje se u prostoru iz jednog položaja, može slobodno premjestiti u drugi položaj. Slobodno kruto tijelo u prostoru određeno je sa šest nezavisnih parametara, pa prema tome, ima šest stepeni slobode, tj. može da izvodi šest nezavisnih "kretanja" [44].

#### 1.5.1 Kinematika površinskog vozila

Posmatrajmo slobodno autonomno plovilo koje vrši opšte kretanje u odnosu na nepokretni Dekartov pravougli koordinatni sistem Oxzy (slika 1.5). Opšte kretanje slobodnog plovila jeste takvo kretanje pri kome se plovilo može bilo kako pomjerati u prostoru. Usvojićemo tačku  $O_0$  za koordinatni početak sopstvenog referentnog sistema  $Ox_0y_0z_0$ . Ovaj koordinatni sistem je čvrsto vezan za plovilo i kreće se na isti način kao ono. Određivanje položaja plovila pri kretanju svodi se na određivanje položaja koordinatnog sistema  $Ox_0y_0z_0$  u odnosu na inercijalni (nepokretni) referentni sistem  $Oxyz \{n\}$ . Orijentacija plovila određuje se u odnosu na ovaj referentni sistem i to pomoću tri Ojlerova ugla:  $\psi, \theta, \varphi$ . S obzirom da se i sam koordinatni početak  $O_0$  kreće, njegov položaj u odnosu na nepokretni referentni sistem određen je sa tri koordinate: x, y i z.



Slika 1.5: Standardna notacija i oznake pri opisivanju kretanja plovila [4].

Na taj način je položaj pokretnog referentnog sistema (ujedno i plovila) u odnosu na nepokretni sistem referencije  $Oxyz \{n\}$  određen sa šest generalisanih koordinata:  $x, y, z, \psi, \theta, \varphi$ , pa plovilo koje vrši opšte kretanje ima šest stepeni slobode, tj. može da vrši šest nezavisnih kretanja - tri translacije duž osa nepokretnog sistema referencije i tri nezavisne rotacije oko ovih osa. Pri kretanju tijela generalisane koordinate se mijenjaju i one su neke funkcije vremena:

$$\begin{cases} x = f_1(t), \ y = f_2(t), \ z = f_3(t) \\ \varphi = f_4(t), \ \theta = f_5(t), \ \psi = f_6(t) \end{cases}$$
(1.1)

Veličine u (1.1), kojima se opisuje kretanje morskih plovila, obično se definišu prema SNAME (1950) notaciji kako je naznačeno u tabeli 1.1.

DOF		Linijske i	Pozicija i	Momenti i	
		ugaone brzine	orijentacija	sile	
	Kretanje u				
1	pravcu x-ose	u	x	Х	
	(surge)				
	Kretanje u				
2	pravcu y-ose v		y	Y	
	(sway)				
	Kretanje u				
3	pravcu z-ose	w	z	Z	
	(heave)				
4	Rotacija oko		4	V	
	x-ose (roll)	p	$\phi$	Γ	
5	Rotacija oko	~	0	м	
	y-ose (pitch)	q	Ø	IVI	
6	Rotacija oko		$\psi$	N	
	z-ose (yaw)	T			

Tabela 1.1: Označavanje veličina kojima se opisuje kretanje plovila.

Opšte kretanje plovila sa 6DOF može se opisati vektorom položaja i orijentacije  $\boldsymbol{\eta}$  i vektorom linijskih i ugaonih brzina  $\boldsymbol{v}$ . Vektor položaja i orijentacije  $\boldsymbol{\eta}$  definiše se u odnosu na inercijalni (nepokretni) referentni sistem  $\{n\}$ :  $\boldsymbol{\eta} \stackrel{\Delta}{=} [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ , dok se vektor linijskih i ugaonih brzina  $\boldsymbol{v}$  izražava u sopstvenom (pokretnom) referentnom sistemu plovila  $\{b\}$ :  $\boldsymbol{v} \stackrel{\Delta}{=} [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$ .

Brzina promjene vektora <br/>  $\boldsymbol{\eta}$ može se predstaviti na sljedeći način:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v},\tag{1.2}$$

gdje je  $J(\eta)$  matrica transformacije koja zavisi od Ojlerovih uglova  $(\phi, \theta, \psi)$  i ima sljedeći oblik:

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_1(\phi, \theta, \psi) & \boldsymbol{0}_{3\times 3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 3} & \boldsymbol{J}_2(\phi, \theta, \psi) \end{bmatrix},$$
(1.3)

gdje su:

$$\boldsymbol{J}_{1}(\phi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & -s(\psi)c(\phi) + c(\psi)s(\theta)s(\phi) & s(\psi)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) + s(\phi)s(\theta)s(\phi) & -c(\psi)s(\phi) + s(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) & c(\theta)c(\phi) \end{bmatrix},$$
(1.4)

$$\boldsymbol{J}_{2}(\phi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi)/c(\theta) & c(\phi)/c(\theta) \end{bmatrix}.$$
 (1.5)

Radi bolje preglednosti, u datim matricama koriste se sljedeći skraćeni zapisi trigonometrijskih funkcija:  $s(\cdot) = \sin(\cdot), c(\cdot) = \cos(\cdot), t(\cdot) = \tan(\cdot).$ 

Jednačina (1.2) predstavlja kinematički model plovila sa šest stepeni slobode. U slučaju ravanskog kretanja plovila, u xy ravni (slika 1.6), model (1.2) se pojednostavljuje i svodi na oblik:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{R}(\psi)\boldsymbol{\upsilon},\tag{1.6}$$

gdje su 
$$\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^{\top}, \, \boldsymbol{\upsilon} = [u, v, r]^{\top}, \, \mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0\\ \sin \psi & \cos \psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sada se matrična jednačina (1.6) može zapisati u razvijenom obliku:

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi, \\ \dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi, \\ \dot{\psi} = r. \end{cases}$$
(1.7)

Tačka (x, y) i ugao  $\psi$  određuju poziciju i orijentaciju USV-a u inercijalnom referentnom sistemu  $\{n\}$ . Promjenljive u, v i r predstavljaju longitudinalnu brzinu, transverzalnu brzinu i ugaonu brzinu obrtanja oko  $z_b$  ose u sopstvenom referentnom sistemu plovila  $\{b\}$ , respektivno [4].



Slika 1.6: Ravansko kretanje USV-a.

#### 1.5.2 Dinamika površinskog vozila

Razmotrimo pokretni (sopstveni) referentni sistem tijela  $O_0 x_0 y_0 z_0$  koji rotira ugaonom brzinom  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$  oko nepokretnog referentnog sistema Oxyz, prikazanog na slici 1.7.



Slika 1.7: Slobodno kretanje krutog tijela [5].

Tenzor inercije tijela  $I_0$  definiše se u odnosu na pokretni referentni sistem  $O_0 x_0 y_0 z_0$ sa koordinatnim početkom  $O_0$  kao:

$$\boldsymbol{I}_{0} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} I_{x} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{y} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{z} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{I}_{0} = \boldsymbol{I}_{0}^{\mathrm{T}} > \boldsymbol{0},$$

gdje su  $I_x$ ,  $I_y$  i  $I_z$  momenti inercije u odnosu na ose  $x_0$ ,  $y_0$  i  $z_0$  respektivno i  $I_{xy} = I_{yx}$ ,  $I_{xz} = I_{zx}$ ,  $I_{yz} = I_{zy}$  proizvodi inercije. Definicije ovih veličina date su u [5].

Masa tijela se može izraziti kao:

$$m = \int_{V} \rho_A \, dV,\tag{1.8}$$

gdje je  $\rho_A$  gustina krutog tijela. Pretpostaviće se da je masa tijela konstantna u vremenu ( $\dot{m}(t) = 0$ ). Za kruto tijelo koje zadovoljava ovaj uslov radijus vektor njegovog centra mase u odnosu na sopstveni referentni sistem može se izraziti kao:

$$\boldsymbol{r}_G = \frac{1}{m} \int\limits_V \boldsymbol{r} \rho_A \, dV, \tag{1.9}$$

gdje je  $\boldsymbol{r}$  radijus vektor elementa mase tijela  $(dm = \rho_A dV)$  u odnosu na sopstveni referentni sistem.

Uobičajeno je da se jednačine kretanja po II Njutnovom zakonu formulišu u odnosu na nepokretni referentni sistem. Translatorno kretanje površinskog vozila opisano je osnovnom jednačinom dinamike:

$$\frac{d}{dt}\left(m\boldsymbol{v}_{c}\right) = \boldsymbol{F}_{c},\tag{1.10}$$

gdje su: m - masa plovnog objekta,  $v_c$  - brzina centra mase u odnosu na inercijalni koordinatni sistem,  $F_c$  - rezultantna sila koja djeluje na plovilo. Prilikom izvođenja jednačina kretanja plovila obično se uvode sljedeće pretpostavke:

- 1. Plovilo je kruto.
- 2. Referentni sistem vezan za Zemlju je inercijalan.

Prva pretpostavka eliminiše razmatranje sila koje djeluju između pojedinačnih elemenata mase, dok druga eliminiše djelovanje inercijalnih sila koje su posljedica kretanja Zemlje u odnosu na referentni sistem vezan za zvijezde  $\{e\}$ . U primjenama vođenja i upravljanja u svemiru obično se koriste ECEF ili ECI referentni sistemi, dok se kod površinskih vozila obično koristi NED referentni sistem. Da bismo izveli jednačine kretanja korisno je definisati i sljedeći izraz:

$$\dot{\boldsymbol{c}}|_{S} = \dot{\boldsymbol{c}}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{c}, \qquad (1.11)$$

koji povezuje vremenske izvode proizvoljne vektorske veličine  $\mathbf{c}$  u dva različita referentna sistema:  $\{S\} = xyz$  i  $\{S'\} = x_0y_0z_0$ . Ovdje  $\dot{\mathbf{c}}|_S$  označava izvod po vremenu u nepokretnom referetnom sistemu S, dok je sa  $\dot{\mathbf{c}}|_{S'}$  predstavljen vremenski izvod posmatrane veličine u pokretnom referentnom sistemu S'.

Sa slike 1.7 vidi se da je:

$$r_C = r_0 + r_G.$$
 (1.12)

Brzina centra mase u nepokretnom referentnom sistemu je sada:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{C}} = \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{c}} |_{\boldsymbol{S}} = \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{0}} |_{\boldsymbol{S}} + \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{G}} |_{\boldsymbol{S}} . \tag{1.13}$$

Koristeći činjenicu da je  $\dot{r}_0 \mid_S = v_0$  <br/>i $\dot{r}_G \mid_S = \dot{r}_G \mid_{S'} + \omega \times r_G$  dobija se

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{0}} + \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{G}} |_{\boldsymbol{S}'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}}. \tag{1.14}$$

Vektor  $\mathbf{r}_{\mathbf{G}}$  miruje u referentnom sistemu vezanom za kruto tijelo, stoga je izvod njegovih koordinata po vremenu jednak nuli u tom referentnom sistemu, odnosno  $\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{G}}|_{S'} = \mathbf{0}$ . Prema tome, brzina centra mase tijela je:

$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{C}} = \boldsymbol{v}_{\mathbf{0}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\mathbf{G}}.$$
 (1.15)

Ubrzanje tijela u odnosu na nepokretni sistem je sada:

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{C}} = \dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{0}} |_{S} + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{\boldsymbol{G}}) |_{S} , \qquad (1.16)$$

odnosno

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{C}} = \dot{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{0}}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\mathbf{0}} + \dot{\boldsymbol{\omega}}|_{S} \times \mathbf{r}_{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{G}}|_{S}, \qquad (1.17)$$

pa je:

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{C}} = \dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{0}} |_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{0}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} |_{S'} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}}).$$
(1.18)

Zamjenjujći ovo u izraz (1.10) konačno se dobija

$$m\left[\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{0}}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\mathbf{0}} + \dot{\boldsymbol{\omega}}|_{S'} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{G}})\right] = \boldsymbol{F}_{\mathbf{0}}.$$
 (1.19)

Ako se koordinatni početak pokretnog referentnog sistema  $x_0y_0z_0$  izabere tako da se poklapa sa centrom mase tijela, tada vektor  $\mathbf{r}_{\mathbf{G}}$  ima kooridnate  $\mathbf{r}_{\mathbf{G}} = [0, 0, 0]^T$ . Pa

se posljednja jednačina svodi na:

$$m(\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{C}}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{C}}) = \mathbf{F}_{\boldsymbol{C}}.$$
(1.20)

Sličan pristup se može koristiti za dobijanje jednačina za kružno kretanje plovila oko koordinatnog početka  $O_0$  na slici 1.7. Polazeći od definicije momenta impulsa tijela u odnosu na tačku  $O_0$ :

$$\boldsymbol{L_0} \stackrel{\Delta}{=} \int\limits_{V} \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v} \rho_A dV \tag{1.21}$$

i osnovne jednačine kružnog kretanja:

$$\frac{d\boldsymbol{L}_0}{dt} = \boldsymbol{m_c},\tag{1.22}$$

gdje su  $L_0$  moment impulsa plovila i  $m_c$  rezultantni moment koji djeluje na plovilo, dolazi se do jednačine rotacionog kretanja plovila [5]:

$$I_0\boldsymbol{\omega}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times (I_0\boldsymbol{\omega}) + m\mathbf{r}_{\mathbf{G}} \times (\boldsymbol{v}_0|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_0) = \mathbf{m}_{\mathbf{o}}.$$
 (1.23)

U slučaju da je koordinatni početak  $x_0y_0z_0$  izabran tako da se poklapa sa centrom mase plovila jednačina (1.23) se svodi na:

$$\mathbf{I_c}\boldsymbol{\omega}|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I_c}\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{m_C}.$$
 (1.24)

Vektorske jednačine (1.19) i (1.23) se obično zapisuju u obliku koji odgovara SNAME (1950) notaciji na sljedeći način:  $\mathbf{F}_0 = \boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T$  - eksterne sile koje djeluju na plovilo;  $\mathbf{m}_0 = \boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T$  - momenati eksternih sila u odnosu na tačku  $O_0$ ;  $\boldsymbol{\upsilon}_0 = \boldsymbol{\nu}_1 = [u, v, w]^T$  - linijske brzine u sopstvenom referentnom sistemu;  $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T$  - ugaone brzine u sopstvenom referentnom sistemu;  $\mathbf{r}_{\mathbf{G}} = [x_G, y_G, z_G]^T$  - centar mase plovila.

Nakon razvoja vektorskih jednačina (1.19) i (1.23) dobija se šest skalarnih diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje površinskog vozila. U slučaju izbora koordinatnih osa tako da se poklapaju sa osama inertnosti (što je kod površinskih vozila uobičajeno) odgovarajući sistem jednačina može se predstaviti u obliku:

$$m [\dot{u} - vr + wq - x_G (q^2 + r^2) + y_G (pg - \dot{r}) + z_G (pr + \dot{q})] = X,$$
  

$$m [\dot{v} - wp + ur - y_G (r^2 + p^2) + z_G (qr - \dot{p}) + x_G (qp + \dot{r})] = Y,$$
  

$$m [\dot{w} - uq + vp - z_G (p^2 + q^2) + x_G (rp - \dot{q}) + y_G (rq + \dot{p})] = Z,$$
  

$$I_x \dot{p} + (I_z - I_y) qr + m [y_G (\dot{w} - uq + vp) - z_G (\dot{v} - wp + ur)] = K,$$
  

$$I_y \dot{q} + (I_x - I_z) rp + m [z_G (\dot{u} - vr + wq) - x_G (\dot{w} - uq + vp)] = M,$$
  

$$I_z \dot{r} + (I_y - I_x) pq + m [x_G (\dot{v} - wp + ur) - y_G (\dot{u} - vr + wq)] = N.$$
  
(1.25)

gdje su: X, Y, Z – spoljašnje sile; K, M, N – momenti nastali djelovanjem spoljašnjih sila;  $I_x, I_y, I_z$  - momenti inercije plovila;  $x_G, y_G, z_G$  – koordinate centra mase plovila.

Sistem diferencijalnih jednačina (1.25) može se zapisati u kompaktnijem obliku:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RB}}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{\mathbf{RB}}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{RB}},\tag{1.26}$$

gdje su:  $\boldsymbol{\nu} = [u, v, w, p, q, r]^T$  - vektor linijskih i ugaonih brzina plovila u sopstvenom referentnom sistemu;  $\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  - vektor spoljašnjih sila i momenata;  $\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}}$  - matrica inertnosti plovila;  $\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{\nu})$  - matrica Koriolisovih i centrifugalnih sila i momenata koje djeluju na plovilo.

Matrica inertnosti USV-a je simetrična matrica u obliku:

$$\mathbf{M_{RB}} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & 0 & 0 \\ mz_G & 0 & -mx_G & 0 & I_y & 0 \\ -my_G & mx_G & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

Matrica kojom se uzima u obzir djelovanje Koriolisovih i centrifugalnih sila data je u obliku:

$$\mathbf{C_{RB}}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m(y_Gq+z_Gr) & -m(x_Gq-w) & -m(x_Gr+v) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_Gp+w) & m(z_Gr+x_Gp) & -m(y_Gr-u) \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_Gp-v) & -m(z_Gq+u) & m(x_Gp+y_Gq) \\ -m(y_Gq+z_Gr) & m(y_Gp+w) & m(z_Gp-v) & 0 & (I_z-I_y)r & 0 \\ m(x_Gq-w) & -m(z_Gr+x_Gp) & m(z_Gq+u) & 0 & 0 & (I_x-I_z)p \\ m(x_Gr+v) & m(y_Gr-u) & -m(x_Gp+y_Gq) & (I_y-I_x)q & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

U slučaju da se koordinatni početak pokretnog referentnog sistema i težište plovila poklapaju, gornje matrice se značajno pojednostavljuju.

### 1.6 Hidrodinamičke sile i momenti

Hidrodinamičke sile i momenti koji djeluju na trup plovila mogu se podijeliti na više načina. Osnovna podjela je izvršena prema prirodi sila kojom voda djeluje na plovilo. Prema toj podjeli razlikuju se:

- 1. Sile i momenti inercijalne prirode, uzrokovane ubrzanim kretanjem plovila.
- 2. Sile i momenti neinercijalne prirode, uzrokovane viskoznošću vode.

Osim nabrojanih postoji još čitav niz hidrodinamičkih sila i momenata raznog

porijekla, koji djeluju na kretanje plovila (Coanda efekat i sl.). Osnovna pretpostavka, kada se razmatraju pojedinačne hidrodinamičke sile i momenti, je da važi princip superpozicije. Ovo znači da se dejstva pojedinačnih hidrodinamičkih sila i momenata, različitog porijekla, mogu vektorski sabirati.

Vektorska jednačina (1.26) se može predstaviti u razvijenom obliku primjenom sljedeće relacije:

$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{H}} + \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{\tau}. \tag{1.27}$$

Vektorom  $\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{H}}$  izražava se uticaj hidrodinamičkih sila i momenata:

$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{H}} = -\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{A}} \dot{\boldsymbol{\nu}} - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta}). \tag{1.28}$$

Vektor  $\tau_{\mathbf{E}}$  se koristi za opisivanje eksternih sila i momenata, dok vektor  $\tau$  sadrži pogonske sile i momente.

Zamjenom (1.28) u (1.27) i primjenjujući (1.26) dobija se sljedeći oblik jednačine kretanja 6DOF plovila:

$$M\dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{\tau}, \qquad (1.29)$$

gdje važi da je  $\boldsymbol{M} \stackrel{\Delta}{=} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{A}} \ \mathrm{i} \ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\nu}) \stackrel{\Delta}{=} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{\nu}) + \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{\nu}).$ 

Ovaj oblik jednačine kretanja sadrži matrice kojima se izražava djelovanje sila različite prirode. Fizička značenja ostalih matrica navedena su u tabeli 1.2.

Matrica	Opis
M	Matrica intertnosti sistema (uključujući virtuelnu masu)
$oldsymbol{M}_A$	Matrica pridruženih masa
$oldsymbol{C}(oldsymbol{ u})$	Matrica hidrodinamičkih sila i momenata (uključujući uti-
	caj virtuelne mase)
$oldsymbol{C}_{\mathrm{A}}(oldsymbol{ u})$	Matrica hidrodinamičkih Koriolisovih i centrifugalnih sila
$oldsymbol{D}(oldsymbol{ u})$	Matrica hidrodinamičkog prigušenja
$oldsymbol{g}(oldsymbol{\eta})$	Vektor restitucionih (povratnih) sila koje su rezultat uti-
	caja gravitacione sile i sile potiska

Tabela 1.2: Matrice i vektori za opisivanje dinamike kretanja plovila.

Specijalno, kretanje plovila u horizontalnoj ravni može se opisati sa tri stepena slobode, dvije translacije i jednom rotacijom (u oznakama u, v, r, respektivno) [45]. Ostala kretanja se mogu zanemariti, odnosno usvaja se važi da je w = p = q = 0. Prema tome, 6DOF matrice sistema (1.29) se pojednostavljuju i svode na odgovarajuće 3DOF oblike.

#### 1.6.1 Hidrodinamičke sile i momenti inercijalne prirode

Površinsko vozilo i okolna voda predstavljaju jedinstveni mehanički sistem. Kretanje plovila u vodenoj sredini ima za posljedicu prividno povećanje mase plovila. Ova pojava je posljedica djelovanja sila i momenata okolne vode na trup plovila koje se kreće promjenljivom brzinom, [5], [46]. Razlika između stvarne mase plovila i ukupne mase ovakvog sistema naziva se pridružena masa okolne vode (eng. *added mass*) [47].

Djelovanje inercijalnih hidrodinamičkih sila i momenata može se odrediti pomoću kinetičke energije okolne vode. Naime, sa usvojenim oznakama koje opisuju kretanje USV-a, kinetička energija okolne vode može se predstaviti u obliku kvadratne forme:

$$T_A = \frac{1}{2} \boldsymbol{\nu}^T \boldsymbol{M}_{\mathbf{A}} \boldsymbol{\nu}, \qquad (1.30)$$

gdje je  $M_{\mathbf{A}}$  matrica pridruženih masa, koja se definiše u obliku:

$$\boldsymbol{M}_{\mathbf{A}} \triangleq \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

Elementi Matrice  $M_{\mathbf{A}}$  se označavaju prema SNAME notaciji. Na primjer, hidrodinamička sila  $Y_A$  koja djeluje u pravcu *y*-ose, kao rezultat ubrzanja u smjeru *x*-ose, određuje se kao:  $Y_A = Y_{\dot{u}}\dot{u}$ , gdje je  $Y_{\dot{u}} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}}$ .

Za površinsko vozilo matrica pridruženih masa je striktno pozitivno definitna i u većini slučajeva simetrična, odnosno važi da je  $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^{\top} > 0$ . Sa druge strane, matrica hidrodinamičkih Koriolisovih i centrifugalnih sila  $C_A(\boldsymbol{\nu})$  definiše se kao:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}$$

gdje se koeficijenti  $a_1, a_2, a_3$  i  $b_1, b_2, b_3$  određuju kao u [5]. Za gore pomenuti slučaj,

kinetička energija okolne vode može se prikazati u obliku:

$$T_{A} = -\frac{1}{2} \left( X_{\dot{u}} u^{2} + Y_{\dot{v}} v^{2} + Z_{\dot{w}} w^{2} + K_{\dot{p}} p^{2} + M_{\dot{q}} q^{2} + N_{\dot{r}} r^{2} \right) + + Y_{\dot{w}} v w + X_{\dot{w}} w u + X_{\dot{v}} u v + M_{\dot{r}} q r + K_{\dot{r}} r p + K_{\dot{q}} p q + + p \left( X_{\dot{p}} u + Y_{\dot{p}} v + Z_{\dot{p}} w \right) + + q \left( X_{\dot{q}} u + Y_{\dot{q}} v + Z_{\dot{q}} w \right) + + r \left( X_{\dot{r}} u + Y_{\dot{r}} v + Z_{\dot{r}} w \right).$$
(1.31)

Za određivanje hidrodinamičkih inercijalnih sila i momenata koriste se Kirhofove jednačine (Kirchhoff 1869.). Ove jednačine povezuju kinetičku energiju fluida sa silama i momentima koji deluju na plovilo. Razmatra se sljedeći sistem vektorskih jednačina:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\nu}_1} \right) + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\nu}_1} = \boldsymbol{\tau}_1, 
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\nu}_2} \right) + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\nu}_2} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\nu}_1) \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\nu}_1} = \boldsymbol{\tau}_2,$$
(1.32)

gdje su:  $\boldsymbol{\nu}_1 := [u, v, w]^T$  - vektor linearnih brzina,  $\boldsymbol{\nu}_2 := [p, q, r]^T$  - vektor ugaonih brzina izraženih u  $\{b\}, \boldsymbol{\tau}_1 := [X, Y, Z]^T$  - vektor sila,  $\boldsymbol{\tau}_2 := [K, M, N]^T$  - vektor momenta i  $\boldsymbol{S} = -\boldsymbol{S}^T$  koso simetrična matrica [2].

Zbog uobičajene simetrije plovila, vandijagonalni elementi matrice inertnosti pridruženih masa jednaki su nuli. U tom slučaju, matrica inertnosti i matrica Koriolisovih i centrifugalnih sila mogu se predstaviti u obliku:

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{A}} = -\operatorname{diag}\left\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\right\},\,$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix}$$

#### 1.6.2 Hidrodinamičke sile i momenti neinercijalne prirode

Hidrodinamičke sile i momenti neinercijalne prirode mogu se podijeliti na:

- 1. Prigušne sile i momente uzrokovane translatornim kretnjem USV-a.
- 2. Prigušne sile i momente uzrokovane rotacionim kretanjem plovila.

Pri većim brzinama plovila, dejstva hidrodinamičkih prigušenja su izrazito nelinearna i međusobno spregnuta. Sa stanovišta realnih potreba, kao dobra aproksimacija može se razmatrati potpuno raspregnuti model hidrodinamičkog prigušenja. Ovo povlači dijagonalnu strukturu matrice prigušenja sa samo linearnim i kvadratnim članovima duž dijagonale:

$$D(\nu) = -\text{diag}\{X_u + X_{u|u|}|u|, Y_\nu + Y_{\nu|\nu|}|v|, Z_w + Z_{w|w|}|w|, K_p + K_{p|p|}|p|, M_q + M_{q|q|}|q|, N_r + N_{r|r|}|r|\}.$$

Koeficijenti srazmjernosti u izrazima linearnih članova  $(X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r)$ i u izrazima kvadratnih članova  $(X_{u|u}, Y_{v|v}, Z_{w|w}, K_{p|p}, M_{q|q}, N_{r|r})$  hidrodinamičkih sila i momenta opisani su u [2,5,38,48].

### 1.7 Dinamičko pozicioniranje USV-a

Jedan od tipičnih problema koji se razmatra kod ravanskog (planarnog) kretanja plovila je dinamičko pozicioniranje. Dinamičko pozicioniranje (DP) se može definisati kao zadatak održavanja pozicije ili kursa plovila pomoću njegovih izvršnih organa. Eksterne sile, koje bi mogle promijeniti poziciju ili kurs plovila, kompenzuju se djelovanjem sila istog intenziteta i suprotnog smjera. Na ovaj način DP omogućava da plovilo ostaje nepomično ili se kreće duž zadate putanje određenom brzinom čak i u prisustvu stalnih poremećaja kao što su vjetar, morske struje, talasi itd. [49].

Modeli za dinamičko pozicioniranje (DP) se izvode pod pretpostavkom malih brzina kretanja plovila (do 2m/s [2]). Sistem (1.29) koji opisuje dinamiku kretanja 6DOF plovila se u slučaju dinamičkog pozicioniranja značajno pojednostavljuje. S obzirom da se razmatra ravansko kretanje to se vektori brzine i položaja definišu kao  $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]^T$  i  $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$ , respektivno. Ostale komponente kretanja iz opšteg modela mogu se zanemariti.

Uobičajeno je pretpostaviti da je masa plovila homogeno distribuirana i da je plovilo simetrično u odnosu na xz ravan, pa važi  $I_{xy} = I_{yz} = 0$ . Nadalje, koordinatni početak sopstvenog referentnog sistema postavlja se na središnju liniju plovila, tako da je  $y_G = 0$ . Pod prethodno navedenim pretpostavkama, matrice  $\mathbf{M}_{\mathbf{RB}}$  i  $\mathbf{C}_{\mathbf{RB}}$ vezane za dinamiku krutog tijela, svode se na:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & mx_g \\ 0 & mx_g & I_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m(x_gr + v) \\ 0 & 0 & mu \\ m(x_gr + v) & -mu & 0 \end{bmatrix}.$$

Radi jednostavnosti, pretpostavlja se da se koordinate težišta pridružene mase podudaraju sa koordinatama težišta plovila. Ovo omogućava sljedeće pojednostavljenje matrica  $\boldsymbol{M}_A$  i  $\boldsymbol{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ :

$$\boldsymbol{M}_{A} = \begin{bmatrix} -X_{\dot{u}} & 0 & 0\\ 0 & -Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}}\\ 0 & -Y_{\dot{r}} & -N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_{A}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r \\ 0 & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{r}}r & X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix}.$$

Prema tome, važi da je  $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}^{\top}$  i  $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\nu}) = -\boldsymbol{C}^{\top}(\boldsymbol{\nu})$ , odnosno:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & m x_g - Y_{\dot{r}} \\ 0 & m x_g - Y_{\dot{r}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(m - Y_{\dot{v}})v - (mx_g - Y_{\dot{r}})r \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u \\ (m - Y_{\dot{v}})v + (mx_g - Y_{\dot{r}})r & -(m - X_{\dot{u}})u & 0 \end{bmatrix}.$$

Pošto se plovilo kreće relativno malim brzinama to se hidrodinamičko prigušenje može smatrati linearnim,  $D(\nu) = [D + D_n(\nu)] \approx D$ , gdje je:

$$\boldsymbol{D} = \left[ \begin{array}{ccc} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & -N_r \end{array} \right].$$

Kvadratni članovi hidrodinamičkih sila i momenta, u izrazu  $C(\nu)\nu$ , pri dinamičkom pozicioniranju mogu se zanemariti tako da važi  $C(\nu) \approx 0$ .

Sada se sistem (1.29) svodi na:

$$M\dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau},\tag{1.33}$$

gdje je  $\tau = Bu$ . Ovdje B predstavlja kontrolnu matricu koja opisuje dejstvo aktuatora, dok je u odgovarajući upravljački ulaz [5], [46].

### Glava 2

# Problem automatskog vođenja potpogonjenog USV-a po zadatoj putanji

Morsko okruženje predstavlja jedan složeni dinamički sistem. Neprestano i nepredvidivo kretanje vodene mase može značajno uticati na pravac kretanja USV-a. Da bi se osiguralo uspješno obavljanje misija u ovakvim uslovima, neophodno je obezbijediti efikasnu i pouzdanu upravljačku strategiju.

Bilo da se sprovode na površini ili ispod površine vode, mnoge pomorske misije, koje se dodjeluju USV-ovima, zahtijevaju kretanje po unaprijed definisanoj putanji. Među nekoliko značajnih upravljačkih problema, posebnu pažnju zavrjeđuju sljedeća dva zadatka:

Praćenje referentne trajektorije (eng. trajectory tracking problem): Zadatak je dizajnirati kontroler koji će usmjeravati plovilo ka vremenski parametrizovanoj putanji  $\mathbf{r}_d(t)$ . Drugim riječima, od plovila se zahtijeva da kroz određenu tačku sa geometrijske putanje prođe u tačno definisanom trenutku. Matematički, to se može izraziti na sljedeći način:  $\lim_{t\to\infty} [\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_d(t)] = \mathbf{0}$ , gdje je  $\mathbf{r}_d(t)$  vremenska parametrizacija putanje, dok je  $\mathbf{r}(t)$  vektor trenutnog položaja plovila.

Vođenje po referentnoj putanji (eng. path-following problem): Zadatak je dizajnirati kontroler koji će omogućiti plovilu da prođe kroz svaku tačku sa zadate geometrijske putanje  $\mathbf{r}_d(\omega(t))$ , bez vremenskih ograničenja. Parametar  $\omega(t)$  naziva se virtuelno vrijeme i upravljan je ulazom  $s = \dot{\omega}(t)$ . Formalno, to se može izraziti kao:  $\lim_{t\to\infty} [\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_d(\omega(t))] = \mathbf{0}$ , gdje  $\dot{\omega}(t) > 0$  na posmatranom vremenskom intervalu [2, 50-52].

U ovoj glavi, pažnja će biti posvećena problemu vođenja 3DOF potpogonjenog USV-a po pravolinijskoj putanji. Najprije će matematički biti opisan uticaj nepo-

znatih poremećaja (uzrokovanih morskim strujama) na dinamiku kretanja USV-a. Zatim, biće predstavljeni neki od postojećih zakona vođenja sa svojstvom kompenzacije nepoznatog ugla bočnog klizanja. Na kraju, biće izložena upravljačka strategija zasnovana na LOS zakonu vođenja.

### 2.1 Potpogonjeni mehanički sistem

Neka se razmatra afini mehanički sistem opisan sa:

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u}, \qquad (2.1)$$

gdje su:  $\boldsymbol{q}$  - vektor nezavisnih generalisanih koordinata;  $\boldsymbol{F}$  - vektorsko polje koje opisuje dinamiku sistema;  $\boldsymbol{G}$  - matrica ulaza;  $\boldsymbol{u}$  - vektor generalisanih ulaza. Sistem (2.1) je:

- Potpuno pogonjen: ako je rang matrice G jednak dužini vektora q.
- Potpogonjen: ako je rang matrice G manji od dužine vektora q.
- Nadpogonjen: ako je rang matrice G veći od dužine vektora q.

Prema tome, potpogonjeno plovilo je plovilo koje ima više stepeni slobode nego nezavisnih upravljačkih ulaza. Drugim riječima, ne može se istovremeno, nezavisno, upravljati svim stepenima slobode kretanja. Ovdje je važno istaći da u praksi većina plovila postaje potpogonjena kada se kreću velikom brzinom, jer propeleri koji omogućavaju punu aktuaciju postaju neefikasni pri brzinama većim od 1-2 [m/s] (3-4 čvora) [53].

## 2.2 Matematičko modelovanje poremećaja uzrokovanih morskim strujama

Morska struja predstavlja progresivno kretanje vodene mase u morima i okeanima, uslovljeno različitim silama. Struje nastaju usljed gravitacije, trenja vjetra o površinu mora i promjene gustine vode u različitim djelovima mora i okeana. Pored struja koje stvaraju vjetrovi, razmjenom toplote na površini mora zajedno sa promjenama saliniteta vode razvija se dodatna komponenta morske struje, koja se obično naziva termohalinska struja. Na smjer kretanja glavnih okeanskih struja veliki uticaj vrši Koriolisova sila (javlja se usljed Zemljine rotacije), koja ih skreće ka istoku na sjevernoj hemisferi i ka zapadu na južnoj hemisferi. Glavne okeanske struje imaju i komponentu plime i osjeke, koja se javlja usljed gravitacionih interakcija Zemlje sa Suncem i Mjesecom. U obalnim regionima i fjordovima, komponenta plime i osjeke može dostići veoma velike brzine (izmjerene su brzine veće od 3m/s) [5,38,54]. Uticaj pokretne vodene mase na kinematiku plovila može se uzeti u obzir na dva načina: modelovanjem na dinamičkom nivou [55, 56]; modelovanjem na kinematičkom nivou [22, 57]. Čest pristup u literaturi je da se uticaj morskih struja inkorporira u kinematički model plovila (1.7), posredstvom vektora brzine morske struje  $\mathbf{V}_c$  [5]. Isti metod će biti primijenjen i u ovom radu.

#### 2.2.1 Dvodimenzionalni model morskih struja

Neka se posmatra planarno kretanje potpogonjenog USV-a u odnosu na nepokretni referentni sistem  $\{n\}$  (slika 2.1). Trenutni pravac kretanja plovila opisan je uglom  $\psi$ .



Slika 2.1: Planarno kretanje 3DOF potpogonjenog plovila u prisustvu morskih struja.

U nepokretnom referentnom sistemu, brzina morske struje  $\mathbf{V}_c$  može se predstaviti pomoću dvije komponente:

$$u_c^n = V_c \cos(\theta_c), \tag{2.2}$$

$$v_c^n = V_c \sin(\theta_c), \tag{2.3}$$

gdje su:  $V_c$  - intenzitet vektora brzine morske struje;  $\theta_c$ - ugao koji određuje pravac i smjer kretanja morske struje;  $u_c^n$  - brzina struje u pravcu  $x_n$  ose;  $v_c^n$  - brzina struje u pravcu  $y_n$  ose [5].

Odgovarajuće komponente u sopstvenom referentnom sistemu  $x_b O y_b$  mogu se dobiti množenjem sistema (2.2) - (2.3) matricom rotacije  $\mathbf{R}_c(\psi)$ , čiji oblik određuje
geometrija problema predstavljena na slici 2.1.

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c^n \\ v_c^n \end{bmatrix}$$
(2.4)

Zamjenjujući izraze za  $u_c^n$  i  $v_c^n$  u (2.4) konačno se dobija:

$$u_c = V_c \cos(\theta_c - \psi), \qquad (2.5)$$

$$v_c = V_c \sin(\theta_c - \psi), \qquad (2.6)$$

gdje su:  $u_c$  - brzina struje u pravcu  $x_b$  ose;  $v_c$  - brzina struje u pravcu  $y_b$  ose.

#### 2.2.2 Definicije kursa, ugla zakretanja i ugla bočnog klizanja

Poznavanje odnosa između ugla kursa, ugla zakretanja i ugla bočnog klizanja je važno za manevrisanje morskog plovila u horizontalnoj ravni (3 DOF). Pojmovi kurs i pravac kretanja često se koriste uporedo u literaturi o vođenju, navigaciji i upravljanju morskim plovilima, što dovodi do zabune. Zbog toga će ovdje biti izložene precizne definicije datih veličina.

Na osnovu zakona slaganja brzina, brzina plovila u odnosu na obalu (nepokretni referentni sistem  $\{n\}$ ) može se izraziti kao:

$$\mathbf{U} = \mathbf{u}_r + \mathbf{V}_c, \tag{2.7}$$

gdje su:  $\mathbf{u}_r$  - relativna longitudinalna brzina plovila (brzina sopstvenog referentnog sistema  $\{b\}$ ) u odnosu na morsku struju,  $\mathbf{V}_c$  - brzina morske struje (u odnosu na nepokretni referentni sistem  $\{n\}$ ) [58]. Geometrijski odnos između uglovnih promjenljvih prikazan je na slici 2.2.



Slika 2.2: Geometrijska interpretacija uglova  $\chi$ ,  $\psi$  i  $\beta$ .

Sljedeće definicije za kretanje u horizontalnoj ravni preuzete su iz [2].

**Definicija 2.2.1 (Ugao kursa)** Ugao između  $x_n$  ose sistema  $\{n\}$  i vektora brzine plovila **U**, sa pozitivnom rotacijom oko  $z_n$  ose sistema  $\{n\}$ , prema pravilu desno orijentisane trojke vektora.

**Definicija 2.2.2 (Ugao pravca (zakretanja)**  $\psi$ ) Ugao između  $x_n$  ose sistema  $\{n\}$ i  $x_b$  ose sistema  $\{b\}$ , sa pozitivnom rotacijom oko  $z_n$  ose sistema  $\{n\}$ , prema pravilu desno orijentisane trojke vektora.

Definicija 2.2.3 (Ugao bočnog klizanja (drifta)  $\beta$ ) Ugao između  $x_b$  ose sistema {b} i vektora brzine plovila U, sa pozitivnom rotacijom oko  $z_b$  ose sistema {b}, prema pravilu desno orijentisane trojke vektora.

Prema ovim definicijama, jasno je da ugao kursa zadovoljava jednakost:

$$\chi = \psi + \beta. \tag{2.8}$$

# 2.3 Kretanje potpogonjenog USV-a u prisustvu morskih struja

Većina površinskih vozila je potpogonjena, jer su troškovi, jednostavnost dizajna, niska potrošnja energije, robusnost i teretni kapacitet često ključni faktori koji se uzimaju u obzir prilikom njihovog dizajniranja. Konkretno, plovila su najčešće opre-

# GLAVA 2. PROBLEM AUTOMATSKOG VOĐENJA POTPOGONJENOG USV-A PO ZADATOJ PUTANJI

mljena fiksnim krmenim propelerima i kormilima, ili alternativno samo azimutnim potisnicima. Čak i kada su tunelski potisnici ugrađeni, takvi aktuatori su efikasni isključivo pri niskim brzinama manevrisanja. Kao rezultat toga, odsustvo aktuacije u bočnom pravcu predstavlja značajne izazove za dizajn upravljačkog sistema u scenarijima praćenja trajektorije i vođenja duž zadate putanje. Dodatni problem predstavlja slučaj kada je ovakvo plovilo izloženo poremećajima koji deluju u poprečnom pravcu u kojem ne postoje aktuatori [53].

U prvom dijelu ovog potpoglavlja će biti izveden model za dinamičko pozicioniranje 3DOF potpogonjenog USV-a u prisustvu morskih struja (na osnovu [59]). U sekciji 2.3.2 će biti definisan problem vođenja tako modelovanog USV-a duž pravolinijske putanje. Jednostavnim matematičkim razmatranjem, biće pokazano da postoji samo jedan mogući ugao pravca  $\psi_s$  za koji je potrebno zaokrenuti plovilo da bi se ostvarila kompenzacija uticaja morske struje.

#### 2.3.1 Matematički model 3DOF potpogonjenog plovila

Model plovila koji implementira dejstvo morske struje, nepoznate brzine  $\mathbf{V}_c$ , može se izvesti na osnovu slike 2.3.



Slika 2.3: Kretanje 3DOF potpogonjenog USV-a u horizontalnoj ravni - vektorski dijagram brzina.

S obzirom da posmatrano plovilo ne posjeduje aktuatore u transverzalnom pravcu  $(v_r = 0)$ , samo sile uzrokovane eksternim poremećajima mogu uticati na kretanje u tom pravcu.

Na slici 2.3 prikazano je ravansko kretanje plovila. Transverzalna brzina kretanja

plovila  $v_e$  određena je brzinom morske struje. Relativnu longitudinalnu brzinu plovila  $u_r$  definiše odgovarajući kontroler brzine. Trenutni ugao zakretanja  $\psi$  određuje kontroler momenta sile  $\tau_r$  koji djeluje u pravcu  $z_b$  ose. Na osnovu kinematičkog modela plovila (1.7) može se pisati:

$$\dot{x} = u_e \cos \psi - v_e \sin \psi, \qquad (2.9)$$

$$\dot{y} = u_e \sin \psi + v_e \cos \psi, \qquad (2.10)$$

gdje su  $u_e$  i  $v_e$  rezultujuće brzine kretanja plovila u longitudinalnom i transverzalnom pravcu, respektivno (u odnosu na  $\{n\}$ ). Odavde silijedi da je brzina plovila u odnosu na nepokretni referentni sistem  $\{n\}$  data izrazom:

$$U = \sqrt{u_e^2 + v_e^2}.$$
 (2.11)

Primjenom zakona slaganja brzina (2.7), imajući u vidu jednačine (2.5) - (2.6), mogu se izvesti izrazi za  $u_e$  i  $v_e$ :

$$u_e = u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi), \qquad (2.12)$$

$$v_e = v_r + V_c \sin(\theta_c - \psi). \tag{2.13}$$

Posmatrajući jednačine (2.11) i (2.12) može se zaključiti da kontroler brzine plovila, koji upravlja longitudinalnom brzinom  $u_r$  (u odnosu na vodu), neposredno upravlja i njegovom brzinom U u odnosu na obalu. S obzirom da je  $v_r = 0$ , to se prethodni sistem jednačina svodi na:

$$u_e = u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi), \qquad (2.14)$$

$$v_e = V_c \sin(\theta_c - \psi). \tag{2.15}$$

Na osnovu slike 2.3 i jednačina (2.14) - (2.15), slijedi da se ugao bočnog klizanja može izraziti kao:

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_e}{u_e}\right). \tag{2.16}$$

Kombinujući sisteme jednačina (2.9)-(2.10) i (2.14)-(2.15), sada se dobija:

$$\dot{x} = (u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi)) \cos \psi - V_c \sin(\theta_c - \psi) \sin \psi, \qquad (2.17)$$

$$\dot{y} = (u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi)) \sin \psi + V_c \sin(\theta_c - \psi) \cos \psi.$$
(2.18)

Konačno, simulacioni 3DOF model podpogonjenog plovila ima oblik:

$$\dot{x} = (u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi)) \cos \psi - V_c \sin(\theta_c - \psi) \sin \psi, \qquad (2.19)$$

$$\dot{y} = (u_r + V_c \cos(\theta_c - \psi)) \sin \psi + V_c \sin(\theta_c - \psi) \cos \psi, \qquad (2.20)$$

$$\dot{\psi} = r, \qquad (2.21)$$

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u}_r - X_u u_r = \tau_u,$$
 (2.22)

$$T\dot{r} + r = \tau_r, \qquad (2.23)$$

gdje jednačina (2.23) predstavlja Nomoto model I reda, koji će detaljnije biti opisan u potpoglavlju 2.6. Dostupni upravljački ulazi su sila  $\tau_u$  koja djeluje u longitudinalnom pravcu i moment sile  $\tau_r$  koji djeluje u pravcu  $z_b$  ose. Odavde slijedi da model (2.19)-(2.23) odgovara potpogonjenom plovilu jer ima manji broj upravljačkih signala od broja stepeni slobode.

#### 2.3.2 Relativna brzina i kompenzacija morske struje

U ovoj sekciji biće definisan problem vođenja 3DOF potpogonjenog plovila duž pravolinijske putanje. Zadatak upravljačkog sistema je da omogući plovilu praćenje zadate pravolinijske putanje  $\mathcal{P}$  i održavanje željene relativne longitudinalne brzine  $u_{rs} > 0$ . Ovaj zahtjev treba biti ispunjen i u prisustvu nepoznatih (sporopromjenljivih) morskih struja.

Neka je x-osa nepokretnog referentnog sistema  $\{n\}$  postavljena tako da se poklapa sa pravcem željene putanje  $\mathcal{P} \triangleq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0\}$  (slika 2.4). Koordinata y je tada jednaka transverzalnoj greški  $(y_e)$  u praćenju referentne putanje. Upravljački cilj, koji treba postići, može se formalno zapisati na sljedeći način:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0, \tag{2.24}$$

$$\lim_{t \to \infty} \psi(t) = \psi_s, \quad \psi_s \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \tag{2.25}$$

$$\lim_{t \to \infty} u_r(t) = u_{rs},\tag{2.26}$$

gde je  $u_r(t)$  relativna brzina USV-a u longitudinalnom pravcu, a  $\psi_s$  predstavlja ugao pravca koji plovilo održava u stacionarnom stanju. Potrebno je imati u vidu da  $\psi(t)$ ne treba obavezno konvergirati ka nuli, već ka tačno određenoj vrijednosti iz opsega  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ . Izaz na osnovu kojeg se određuje vrijednost  $\psi_s$  biće izveden u nastavku.



Slika 2.4: Kretanje plovila duž zadate putanje  ${\mathcal P}$ u stacionarnom stanju.

Pošto nema aktuacije u bočnom pravcu, to nije moguće istovremeno imati nultu transverzalnu komponentu greške  $y_e$  i nulti ugao pravca  $\psi_s$  (slika 2.4). Potrebno je obezbijediti nenulti ugao  $\psi_s$  da bi se dio potisne sile plovila koristio za kompenzaciju morske struje. Zadatak upravljačkog sistema je da pronađe ugao zakretanja koji je potreban za kompenzaciju i usmjeri plovilo u odgovarajućem pravcu. Da bi se pronašla vrijednost ugla  $\psi_s$ , razmatra se kretanje plovila u stacionarnom stanju (vidjeti slike 2.4 i 2.5). Potrebno je napomenuti da u stacionarnom stanju važi sljedeće:

$$\lim_{t \to \infty} \mathbf{u}_r(t) = \mathbf{u}_{rs}.\tag{2.27}$$

Na osnovu geometrije problema prikazane na slici 2.4, može se pisati:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{u}_{rs} + \mathbf{V}_c. \tag{2.28}$$

**Pretpostavka 2.3.1** Brzina morske struje  $\mathbf{V}_c$  definiše se u inercijalnom referentnom sistemu  $\{n\}$  i pretpostavlja se da je konstantna (ili sporopromjenljiva), nepoznata, bezvrtložna i ograničena. Dakle, postoji  $\mathbf{V}_c \triangleq \begin{bmatrix} V_x & V_y \end{bmatrix}^T$  i postoji  $V_{\max} > 0$ tako da je  $V_{\max} \ge \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ .

**Pretpostavka 2.3.2** Kako bi se spriječilo da plovilo bude odvučeno sa zadate putanje, u smjeru morske struje, relativna brzina kretanja  $u_{rs}$  mora biti strogo veća od intenziteta brzine  $V_c$  struje:  $u_{rs} > V_{max}$ .

**Primjedba 2.2.1** Referentni sistem  $\{n\}$  je tako izabran da se pravac  $x_n$  ose poklapa sa pravcem putanje  $\mathcal{P}$ . Ovo povlači da je ugao pravca jednak uglu bočnog klizanja u stacionarnom stanju ( $\psi_s = \beta$ ).

# GLAVA 2. PROBLEM AUTOMATSKOG VOĐENJA POTPOGONJENOG USV-A PO ZADATOJ PUTANJI

Neka je vektor morske struje  $\mathbf{V}_c$  potpuno poznat. Vektor  $\mathbf{u}_{rs}$  je definisan samo po intenzitetu jer je ugao zakretanja  $\psi_s$  potrebno odrediti, dok je vektor  $\mathbf{U}_s$  definisan samo po pravcu. U principu, ako je brzina struje  $\mathbf{V}_c$  poznata, moguće je riješiti vektorsku jednačinu (2.28) i izračunati pravac  $\psi_s$  vektora  $\mathbf{u}_{rs}$ , pretpostavljajući  $U_s > 0$ . Geometrijski, ovo odgovara pronalaženju presjeka između  $x_n$  ose i kruga sa poluprečnikom  $\mathbf{u}_{rs}$  i centrom u vrhu vektora  $\mathbf{V}_c$ . Bira se presjek gdje je vrijednost  $U_s$ pozitivna (slika 2.5). Stvarno, pozitivno rješenje postoji sve dok je  $u_{rs} > V_c$ , što je zagarantovano pretpostavkom 2.3.2.



Slika 2.5: Grafičko rješenje problema kompenzacije uticaja morskih struja.

Konačno, može se zaključiti da postoji samo jedan mogući pravac  $\psi_s$  koji garantuje kompenzaciju uticaja morske struje, sve dok je pretpostavka 2.3.1 validna. Posmatranjem slike 2.4. dolazi se do sljedeće veze između  $u_{rs}$  i  $U_s$ :

$$U_s = \sqrt{u_{rs}^2 - V_y^2} + V_x, \qquad (2.29)$$

odnosno

$$\psi_s = -\arctan\left(\frac{V_y}{\sqrt{u_{rs}^2 - V_y^2}}\right). \tag{2.30}$$

Vrijednost (2.30) definiše pravac kretanja koji plovilo mora održavati kako bi pratilo putanju  $\mathcal{P}$  u prisustvu morskih struja.

Primjedba 2.2.2 Potrebno je primijetiti da se u ovoj diskusiji brzina struje smatra poznatom. Stoga, dokle god je plovilo potpogonjeno, ugao pravca definisan jednačinom (2.30) predstavlja jedino moguće rješenje za kontroler kako bi se riješio problem kompenzacije struje, nezavisno od primijenjene tehnike (adaptivni zakoni, integralno dejstvo) [53].

# 2.4 Automatsko vođenje 3DOF potpogonjenog plovila

Vođenje je od presudnog značaja za koordinisano kretanje plovila u cilju izvršenja zadataka poput praćenja cilja, praćenja putanje ili manevrisanja putanjom. Za površinska vozila, najpopularnije metode vođenja koje se srijeću u literaturi su: *Pure Pursuit (PP), Line-of-Sight (LOS)* i *Constant Bearing (CB)*. Ove tehnike su detaljno opisane u [60]. U ovom potpoglavlju će biti opisana primjena LOS metode vođenja za rješavanje problema praćenja referentne putanje. Glavne prednosti upravljačkog zakona zasnovanog na ovom principu su jednostavnost i mala računarska složenost [45].

#### 2.4.1 Line-of-Sight zakon vođenja

Osnovna ideja klasičnog LOS zakona vođenja je oponašanje radnje kormilara (vidjeti sliku 2.6). Plovilo se usmjerava prema tački  $(x_{\Delta}, y_{\Delta})$  koja se nalazi na fiksnom tangencijalnom rastojanju  $\Delta$  (eng. *look-ahead distance*) u odnosu na tačku  $(x_k(\omega), y_k(\omega))$ . Ova tačka se fiktivno kreće po zadatoj putanji (virtuelna tačka). Velike vrijednosti *look-ahead* rastojanja rezultuju glatkom konvergencijom (bez oscilacija) željenoj putanji. Međutim, ovo povlači duže trajanje tranzijentog procesa. Sa druge strane, male vrijednosti ovog rastojanja će brže usmjeriti vozilo ka željenoj putanji, ali to obično dovodi do oscilatornog ponašanja u odzivu [61]. Slika 2.6 prikazuje problem praćenja proizvoljne putanje u slučaju planarnog kretanja potpogonjenog plovila.



Slika 2.6: Geometrijska ilustracija LOS zakona vođenja u horizontalnoj ravni.

Neka je parametrizacija referentne putanje zadata sa  $x_k = f_1(\omega)$  i  $y_k = f_2(\omega)$ , gdje su  $f_1$  i  $f_2$  neprekidno diferencijabilne funkcije, a  $\omega(t)$  promjenljiva parametrizacije.

Trenutni koeficijent pravca tangente na putanju određen je uglom  $\gamma_p$  koji tangenta zaklapa sa pozitivnim dijelom  $X_n$  ose:

$$\gamma_p = \operatorname{arctg} \left( y'_k(\omega) / x'_k(\omega) \right), \qquad (2.31)$$

gdje su  $x'_k(\omega) = \partial x_k / \partial \omega$  i  $y'_k(\omega) = \partial y_k / \partial \omega$ .

Za USV sa trenutnim koordinatama (x, y), sistem jednačina koji kvantnitativno opisuje grešku u praćenju referentne tačke  $(x_k(\omega), y_k(\omega))$  može se izraziti u matričnoj formi kao:

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_p & -\sin \gamma_p \\ \sin \gamma_p & \cos \gamma_p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x - x_k(\omega) \\ y - y_k(\omega) \end{bmatrix},$$
 (2.32)

gdje  $x_e$  predstavlja tangencijalnu komponentu greške, dok je  $y_e$  transverzalna komponenta greške.

#### Minimizacija transverzalne greške

Upravljački cilj, koji odgovara problemu vođenja plovila duž pravolinijske putanje (u horizontalnoj ravni), može se matematički predstaviti relacijom:

$$\lim_{t \to +\infty} y_e(t) = 0. \tag{2.33}$$

Potrebno je imati na umu da longitudinalnu grešku  $x_e$  nije potrebno minimizovati u scenarijima praćenja prave linije [61]. Kod klasičnog LOS zakona vođenja, referentna vrijednost ugla zakretanja data je relacijom:

$$\psi_d = \gamma_p + \arctan\left(\frac{-y_e}{\Delta}\right).$$
 (2.34)

U prisustvu spoljašnjih poremećaja ili tokom skretanja, ugao kursa  $\chi_d$  i ugao zakretanja  $\psi_d$  više nijesu jednaki, već su povezani relacijom (2.8), pa se jednačina (2.34) svodi na:

$$\psi_d = \gamma_p + \arctan\left(\frac{-y_e}{\Delta}\right) - \beta.$$
 (2.35)

U [62] je pokazano da zakon vođenja (2.35) obezbjeđuje  $\kappa$ -eksponencijalnu stabilnost ravnotežne tačke  $y_e = 0$ . Ovo implicira da je ravnotežna tačka  $y_e = 0$  uniformno globalno asimptotski stabilna (eng. UGAS) i uniformno lokalno eksponencijalno stabilna (eng. ULES) (vidjeti [63]).

Modifikacije klasičnog LOS zakona vođenja u slučaju kretanja plovila u okruženju

sa nepoznatim uglom bočnog klizanja <br/>  $\beta$  biće razmatrane u potpoglavlju 2.5.

#### Minimizacija longitudinalne greške

U scenarijima poput praćenja krivolinijske putanje, praćenja referentene trajektorije, uspostavljanja ili vođenja formacije plovila neophodno je izvršiti i minimizaciju longitudinalne greške, odnosno obezbijediti potpuno praćenje virtuelne tačke [64]. Da bi se to postiglo jedan od pristupa je da se brzina virtuelne (referentne) tačke prilagođava brzini plovila. Upravo, u stacionarnom stanju brzina plovila  $U(t \to \infty)$ treba biti jednaka brzini referentne tačke  $u_p(t \to \infty)$ .

Diferenciranjem  $x_e$  i  $y_e$ , na osnovu (1.7), dolazi se do sljedećih relacija:

$$\dot{x}_e = U\cos(\psi - \gamma_p)\cos\beta - U\sin(\psi - \gamma_p)\sin\beta + \dot{\gamma}_p y_e - u_p, \qquad (2.36)$$

$$\dot{y}_e = U\sin(\psi - \gamma_p)\cos\beta + U\cos(\psi - \gamma_p)\sin\beta - \dot{\gamma}_p x_e, \qquad (2.37)$$

gdje je  $u_p$  brzina virtuelne tačke, koja se definiše kao:

$$u_p = \dot{\omega} \sqrt{x_k^{\prime 2}(\omega) + y_k^{\prime 2}(\omega)}.$$
(2.38)

Potrebno je napomenuti da je ugao bočnog klizanja obično manji od 5°, te se iz tog razloga mogu koristiti aproksimacije  $\cos(\beta) \approx 1$  i  $\sin(\beta) \approx \beta$  [55]. Sada se jednačine (2.36) i (2.37) mogu zapisati u obliku:

$$\dot{x}_e = U\cos\left(\psi - \gamma_p\right) - U\sin\left(\psi - \gamma_p\right)\beta + \dot{\gamma}_p y_e - u_p, \qquad (2.39)$$

$$\dot{y}_e = U\sin\left(\psi - \gamma_p\right) + U\cos\left(\psi - \gamma_p\right)\beta - \dot{\gamma}_p x_e.$$
(2.40)

U cilju minimizacije longitudinalne greške, potrebno je da se brzina virtuelne tačke mijenja po zakonu:

$$u_p = U\cos\left(\psi - \gamma_p\right) - U\sin\left(\psi - \gamma_p\right)\hat{\beta} + \kappa x_e, \qquad (2.41)$$

gdje je  $\kappa > 0$  pojačanje koje utiče na brzinu virtuelne tačke.

Ovako izabran zakon brzine obezbjeđuje da  $x_e \to \infty$ , kada  $t \to \infty$  (dokaz izveden u [55]). Kombinujući relacije (2.38) i (2.41) dobija se vremenska promjena parametra  $\omega$  (jednačina (2.42)), koja garantuje potpuno praćenje virtuelne tačke. Tada važi da  $(x_e, y_e) \to (0, 0)$ , kada  $t \to \infty$ .

$$\dot{\omega} = \frac{U\cos\left(\psi - \gamma_p\right) - U\sin\left(\psi - \gamma_p\right)\hat{\beta} + \kappa x_e}{\sqrt{x_k'^2(\omega) + y_k'^2(\omega)}}.$$
(2.42)

**Pretpostavka 2.4.1** U ovom radu će biti razmatran problem vođenja plovila duž pravolinijske putanje. Ovo povlači da je  $\gamma_p = \text{const}$ , odnosno  $\dot{\gamma}_p = 0$ .

**Pretpostavka 2.4.2** Autopilot pravca idealno prati zadati ugao zakretanja. Drugim riječima, usvaja se da je  $\psi = \psi_d$ .

### 2.5 Metode kompenzacije ugla bočnog klizanja

Klasični LOS zakon vođenja je jednostavan, intuitivan i lak za primjenu. Međutim, njegov nedostatak leži u činjenici da je podložan dejstvu nepoznatih poremećaja iz okoline (vjetar, talasi i morske struje). U cilju prevazilaženja ovog problema, potrebno je izvršiti kompenzaciju ugla bočnog klizanja, odnosno odgovarajuće zakretanje potpogonjenog plovila oko vertikalne  $z_b$  ose. Na ovaj način odgovarajuća komponenta brzine plovila može neutralisati uticaj morske struje. Iako je ugao bočnog klizanja relativno mali, on može značajno povećati grešku u praćenju zadate putanje.

Problem kompenzacije ugla bočnog klizanja može se prevazići na nekoliko načina. Najjednostavnije rješenje predstavlja direktno mjerenje ovog ugla. U radu [65], ugao bočnog klizanja računa se na osnovu mjerenja trenutnih vrijednosti longitudinalne i transverzalne brzine kretanja plovila. Ovaj postupak se u praksi može sprovesti jedino korišćenjem optičkih korelacionih senzora, koji su skupi. Takođe, mjerenja senzora mogu biti i zašumljena [55]. U ovoj sekciji biće predstavljene dvije modifikacije klasičnog LOS zakona vođenja (2.35) koje omogućavaju kompenzaciju ugla bočnog klizanja bez potrebe za njegovim mjerenjem.

#### 2.5.1 Integralni LOS zakon

Alternativni pristup koji ima za cilj kompenzaciju efekta ugla bočnog klizanja je integralni LOS (ILOS) zakon vođenja. On se dobija dodavanjem integralnog člana u klasični LOS zakon. U slučaju praćenja pravolinijske putanje, ILOS zakon se može predstaviti sljedećim sistemom jednačina:

$$\psi_d \stackrel{\Delta}{=} \gamma_p - \tan^{-1} \left( \frac{y_e + \sigma y_{\text{int}}}{\Delta} \right), \quad \Delta > 0,$$
 (2.43)

$$\dot{y}_{\rm int} = \frac{\Delta \cdot y_e}{\left(y_e + \sigma y_{\rm int}\right)^2 + \Delta^2}.$$
(2.44)

Ovdje  $\sigma > 0$  predstavlja integralno pojačanje, dok  $\Delta$  ima isto značenje kao u slučaju klasičnog LOS vođenja. Ideja iza jednačine (2.43) je da će integralni sabirak  $\sigma y_{\text{int}}$ omogućiti da kurs  $\chi$  bude jednak  $\gamma_p$  kada je plovilo na željenoj putanji ( $y_e = 0$ ). Drugim riječima, integralno dejstvo će se akumulirati kako bi stvorilo ugao zakretanja  $\psi_d$  takav da vektor brzine **U** bude u pravcu putanje [14, 53]. Dokaz da je tačka ( $y, y_{\text{int}}$ ) = ( $0, y_{\text{int}}^{\text{eq}}$ ) uniformno globalno asimptotski stabilna (eng. *UGAS*) i uniformno lokalno eksponencijalno stabilna (eng. *ULES*) dat je u [53]. Vrijednost  $y_{\text{int}}^{\text{eq}}$  obezbjeđuje da plovilo održava željeni kurs na vrijednosti  $\gamma_p$ . **Primjedba 2.5.1** Potrebno je imati u vidu da jednačina (2.44) ima svojstvo da  $\dot{y}_{int} \rightarrow 0$  kada  $y_e \rightarrow \infty$ . To znači da će brzina integracije opadati sa velikim vrijednostima  $y_e$  greške. Konkretno, integralni član će biti manje dominantan kada je greška  $y_e$  velika, odnosno kada je plovilo daleko od željene putanje. Ovo svojstvo smanjuje rizik od pojave efekta navijanja integratora (eng. *wind-up*). Na taj način se izbjegavaju posljedice *wind-up* efekta koje negativno utiču na performanse kretanja plovila [66].

#### 2.5.2 Adaptivni integralni LOS zakon

Druga metoda za kompenzaciju uticaja morskih struja je adaptivni integralni LOS zakon vođenja (AILOS). U ovom pristupu, ugao bočnog klizanja tretira se kao nepoznati, konstantni parametar koji treba estimirati [45]. U cilju izvođenja referentne vrijednosti ugla zakretanja, polazi se od sljedećeg izraza:

$$\psi_d = \gamma_p + \tan^{-1} \left( -\frac{1}{\Delta} \left( y_e + \alpha \right) \right), \qquad (2.45)$$

gdje 0 <  $\Delta_{\min} \leq \Delta \leq \Delta_{\max}$  predstavlja *look-ahead* rastojanje i  $\alpha$  upravljački ulaz koji je potrebno dizajnirati. Uga<br/>o  $\gamma_p$  je poznat, dok se greška  $y_e$  mjeri.

Za analizu stabilnosti sistema (2.37), gdje je  $\psi$ određeno sa (2.45), korisno je definisati izraze:

$$\sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\Delta}\left(y_e+\alpha\right)\right)\right) = -\frac{y_e+\alpha}{\sqrt{\Delta^2 + \left(y_e+\alpha\right)^2}},\tag{2.46}$$

$$\cos\left(\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\Delta}\left(y_e + \alpha\right)\right)\right) = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \left(y_e + \alpha\right)^2}}.$$
(2.47)

Uvrštavajući izraze (2.46) i (2.47) u (2.40), pod pretpostavkama 2.4.1 i 2.4.2 dobija se:

$$\dot{y}_e = -\frac{U\left(y_e + \alpha\right)}{\sqrt{\Delta^2 + \left(y_e + \alpha\right)^2}} + \frac{U\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \left(y_e + \alpha\right)^2}}\beta$$
(2.48)

Ako je ugao  $\beta$  potpuno poznat, parametar  $\alpha$  se bira da bude  $\alpha = \Delta \cdot \beta$ . Ovakvim izborom parametra  $\alpha$ , jednačina (2.48) svodi se na:

$$\dot{y}_e = -\frac{U}{\sqrt{\Delta^2 + (y_e + \alpha)^2}} y_e.$$
(2.49)

Adaptivni kontroler se dizajnira tako da parametar  $\alpha = \Delta \hat{\beta}$  eliminiše ugao  $\hat{\beta}$  u jednačini (2.48), gdje se umjesto  $\beta$  posmatra  $\hat{\beta}$ . Jednačina (2.45) se sada svodi na

oblik:

$$\psi_d = \gamma_p + \tan^{-1} \left( -\frac{1}{\Delta} y_e - \hat{\beta} \right).$$
(2.50)

U [45] je predložen sljedeći estimator ugla bočnog klizanja:

$$\dot{\hat{\beta}} = \gamma \frac{U\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \left(y_e + \Delta\hat{\beta}\right)^2}} y_e, \quad \gamma > 0.$$
(2.51)

Štaviše, u [45] je pokazano da je kaskadni sistem koji se sastoji od zakona vođenja (2.50) i estimatora ugla bočnog klizanja (2.51) takođe USGES.

### 2.6 Upravljačka strategija

U ovom radu, upravljački sistem 3DOF potpogonjenog plovila zasniva se na strategiji raspregnutog upravljanja uglom zakretanja  $\psi$  i relativnom longitudinalnom brzinom  $u_r$ . U praktičnim situacijama, to je ostvarljivo pod uslovom da se USV kreće brzinama do 2m/s. Stoga, ovdje je usvojen upravljački model plovila koje vrši dinamičko pozicioniranje (2.19) - (2.23).

#### 2.6.1 Autopilot za dinamičko pozicioniranje

Uređaj za upravljanje avionom, plovilom ili drugim vozilima bez stalnog ljudskog posredovanja naziva se autopilot ili automatski pilot. Autopilot se može shvatiti kao vrsta GNC sistema tačno određene namjene [2]. Ovdje će se razmatrati autopilot za dinamičko pozicioniranje plovila. Principijelna blok shema takvog sistema, prilagođenog za praćenje zadate putanje, data je na slici 2.7.



Slika 2.7: Autopilot za dinamičko pozicioniranje USV-a.

Ulazi posmatranog GNC sistema su željena pozicija plovila  $(x_k(\omega), y_k(\omega))$  i njegova željena brzina  $U_d$  u odnosu na obalu (sistem  $\{n\}$ ). Trenutnu referentnu vrijednost ugla zakretanja  $\psi_d$  određuje sistem vođenja baziran na LOS principu. Referentna longitudinalna brzina  $u_{ed}$  mijenja se po nekom zakonu  $f_u(U_d, \beta, x_e)$  koji obezbjeđuje da  $U(t) \rightarrow U_d$ , kada  $t \rightarrow \infty$ . Autopilot upoređuje ove podatke sa izmjerenim vrijednostima  $(u_e, \psi)$ . Na osnovu signala greške  $(e_u, e_r)$  generišu se upravljačke akcije  $(\tau_u, \tau_r)$  koje djeluju na plovilo tako da se usmjeri ka zadatoj putanji  $(x_k(\omega), y_k(\omega))$ . S obzirom da je plovilo inertno tijelo to se njegova brzina i ugao zakretanja ne mogu trenutno promijeniti. Stoga je neophodno da regulatori longitudinalne sile i lateralnog obrtnog momenta obezbijede dovoljno brzu konvergenciju ovih veličina trenutno zadatim vrijednostima [67].

#### 2.6.2 Podsistem za upravljanje longitudinalnom brzinom

Kretanje plovila u longitudinalnom pravcu opisuje se jednačinom (2.22), koja se u Laplasovom domenu može predstaviti kao:

$$\frac{u_r}{\tau_u} = \frac{k_1}{T_1 s + 1},\tag{2.52}$$

gdje su  $k_1 = -1/X_u$  i  $T_1 = -(m - X_{\dot{u}})/X_u$ . Upravljački zakon se bira da bude PI tipa [68], [2]:

$$\tau_u = -\left(K_{p1}(u_e - u_{ed}) + K_{i1}\int_0^t (u_e - u_{ed})\,dt\right),\tag{2.53}$$

gdje se pojačanja  $K_{p1}$  i  $K_{i1}$  određuju kao u [68].

#### 2.6.3 Podsistem za upravljanje uglom zakretanja

Upravljanje uglom zakretanja obično se zasniva na Nomotu modelu drugog reda [69], [70]. Ovaj model se dobija eliminsanjem lateralne brzine iz podsistema za kružno i lateralno kretanje u (1.33) i može se predstaviti sljedećom funkcijom prenosa:

$$\frac{r}{\tau_r}(s) = \frac{k_2(1+T_3s)}{(1+T_1s)(1+T_2s)},\tag{2.54}$$

gdje su  $T_i$  (i = 1, 2, 3) vremenske konstante,  $k_2$  konstanta pojačanja,  $\tau_r$  upravljački signal odgovarajućeg aktuatora.

U praktičinim situacijama, sistem (2.54) se može redukovati na Nomoto model prvog reda skraćenjem nule  $(1 + T_3 s)$  i pola  $(1 + T_2 s)$ :

$$\frac{r}{\tau_r}(s) = \frac{k_2}{1+Ts},$$
(2.55)

gdje je  $T=T_1+T_2-T_3$ efektivna vremenska konstanta.

Gornji sistem se može predstaviti u vremenskom domenu sljedećom jednačinom:

$$T\dot{r} + r = k_2 \tau_r, \tag{2.56}$$

gdje je  $\dot{\psi} = r$  ugaona brzina plovila oko ose normalne na ravan kretanja (eng. *yaw* rate). Rješavanjem ovog sistema po r dobija se jednačina:

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = k_2 \tau_r, \tag{2.57}$$

koja u Laplasovom domenu ima oblik:

$$\frac{\psi}{\tau_r}(s) = \frac{k_2(1+T_3s)}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} \approx \frac{k_2}{s(1+Ts)}.$$
(2.58)

Ovaj model daje vezu između upravljačke akcije aktuatora i ugla zakretanja plovila.

Konačno, upravljanje uglom zakretanja plovila može se ostvariti pomoću kontrolera PD tipa u sljedećem obliku:

$$\tau_r = -K_{p2}(\psi - \psi_r) - K_{d2}\dot{\psi}, \qquad (2.59)$$

gdje su  $K_{p2}$  i  $K_{d2}$  proporcionalno, odnosno diferencijalno pojačanje koja se određuju kao u [68].

# Glava 3

# Kooperativno upravljanje formacijama plovila

Multiagentni sistem (MAS) predstavlja grupu autonomnih podsistema, nazvanih agenti, koji mogu komunicirati međusobno i sa svojom okolinom. U suštini, proučavanje multiagentnih sistema je inspirisano i motivisano kolektivnim ponašanjem različitih bioloških vrsta. U prirodi, neke jedinke koriste socijalno grupisanje, djelujući na kooperativan način kako bi postigle kolektivni cilj. Primjeri takvih prirodnih ponašanja su: grupisanje riba, jata ptica, rojevi bakterija i krda sisara. Inspiracija iz ovih prirodnih fenomena poslužila je kao osnova za proučavanje i razvoj kooperativnog upravljanja multiagentnim sistemima od strane istraživača i naučnika iz različitih oblasti. Kao takvo, kooperativno upravljanje multiagentnim sistemima je našlo široku primjenu u senzorskim mrežama [71], konstelaciji satelita [72], elektroenergetskim sistemima [73], distribuiranom računarstvu [74], sinhronizaciji [75] i interferometrima [76]. Iako svaka od ovih primjena ima svoju složenost i izazove, one dijele neke zajedničke osnovne karakteristike. Neki važni problemi povezani sa MAS-om uključuju sinhronizaciju, grupisanje, konsenzus i upravljanje formacijama.

Glava je organizovana na sljedeći način. U potpoglavlju 3.1 prezentovani su osnovni problemi kooperativnog upravljanja. Potpoglavlje 3.2 sadrži opis najčešćih strategija za upravljanje formacijama plovila. Posebno se izdvaja lider-pratilac upravljačka strategija koja se koristi u predloženom pristupu. Mrežna topologija u sistemu više USV-ova može se opisati komunikacionim grafom. U potpoglavlju 3.3 je izložen sažet uvod u teoriju grafova, pri čemu je posebna pažnja posvećena algebarskoj teoriji grafova. Ova oblast nudi matematički aparat i teorijske rezultate koji su ključni za analizu i razumijevanje interne komunikacije plovila. U potpoglavlju 3.4 dat je pregled osnovnih tipova informacionog konsenzusa u mrežama agenata (plovila). Problem kretanja umreženih plovila u zadatoj formaciji je kooperativni zadatak koji zahtijeva saglasnost svakog plovila o fizičkim veličinama od zajedničkog interesa.

# 3.1 Kooperativno upravljanje umreženim multiagentnim sistemima

Jedan od najvažnijih i ključnih aspekata kooperativnog upravljanja je komunikacija i razmjena informacija između agenata. Potrebno je da svaki agent dijeli informacije sa svojim susjedima kako bi svi mogli da se usaglase o zajedničkom cilju od interesa. Na primjer, to može biti vrijednost neke mjerene veličine u mreži senzora, pravac kretanja formacije USV-ova ili ciljna pozicija tima robota. Klasični primjeri kooperativnog upravljanja u robotici mogu se naći u transportu teških tereta, operacijama potrage i spasavanja, automatizovanim industrijama, istraživanju i odbrani [77]. Ograničenost propusnog opsega, memorije i procesorske snage, kao i mjerne greške senzora mogu se negativno odraziti na cjelokupne performanse i efikasnost izvršenja dodijeljenih misija. Kašnjenje u komunikaciji može dovesti do neefikasnog ili čak opasnog ponašanja agenata. Agenti mogu donositi odluke na osnovu zastarjelih informacija, što može uzrokovati kolizije robota ili neuspjeh u izvršavanju zadataka. Stoga je prilično izazovno kontrolisati ponašanje agenata kako bi se postigao globalni cilj [6].

#### 3.1.1 Centralizovano i distribuirano upravljanje

Komunikacija i razmjena informacija su ključni za ostvarenje globalnih ciljeva u multiagentnim sistemima. Prema tipu mrežne arhitekture, kooperativno upravljanje multiagentnim sistemima se može klasifikovati na centralizovano i distribuirano upravljanje. Centralizovano upravljanje podrazumijeva da su svi agenti povezani sa jednim centralnim koordinatorom kojem prenose informacije o svom trenutnom stanju (slika 3.1a). Ova centralna jedinica procjenjuje stanja i izračunava upravljačke signale za sve pojedinačne agente i prenosi ih odgovarajućim agentima putem iste mreže. U takvoj centralizovanoj mrežnoj topologiji, agenti nijesu u obavezi da komuniciraju međusobno, već samo sa centralnom upravljačkom jedinicom. Međutim, postoji mnogo ozbiljnih nedostataka povezanih sa strategijama centralizovanog upravljanja. Na primjer, ako komunikacioni sistem centralnog koordinatora otkaže iz bilo kojeg razloga (npr. kvar hardvera ili izobličenje komunikacionih signala), doći će do ispada cijelog MAS-a. Takav kvar može uzrokovati fatalne posljedice, posebno u slučaju kada su agenti pokretna vozila. Dalje, kako se broj agenata povećava, očekuje se da će količina podataka koje treba razmijeniti između agenata i centralnog kontrolera značajno porasti. Kao rezultat toga, centralizovana upravljačka mreža se suočava sa ozbiljnim problemima skalabilnosti. Štaviše, pošto se sva izračunavanja obavljaju u centralnoj jedinici, integracija velikog broja agenata značajno utiče na vrijeme određivanja upravljačkih signala. Stoga se u realnim primjenama multiagentnih sistema više pribjegava korišćenju distribuiranih upravljačkih metoda.



Slika 3.1: Centralizovana i distribuirana mrežna arhitektura u MAS-u.

Za razliku od centralizovanih mreža, u distribuiranim mrežama ne postoji centralni koordinator. Umjesto toga, agenti su u obavezi da razmjenjuju informacije samo sa svojim susjedima (slika 3.1b) i koriste primljene informacije od susjeda (poznate i kao lokalne informacije) na osnovu kojih sprovode potrebne upravljačke akcije. Proučavanje distribuiranog upravljanja multiagentnim autonomnim sistemima steklo je veliku popularnost u istraživačkoj zajednici tokom posljednje decenije. Razlog tome je prednost u odnosu na centralizovano upravljanje kao što su efikasnost, skalabilnost, fleksibilnost, robusnost i prilagodljivost.

Distribuirana komunikaciona topologija može se dalje podijeliti na dva tipa, na osnovu toga da li mreža ostaje ista ili se mijenja tokom vremena:

- 1. **Mreža agenata sa fiksnom topologijom**: Komunikaciona mreža agenata čija se topologija ne mijenja u vremenu.
- 2. Mreža agenata sa vremenski-promjenljivom topologijom: U nekim praktičnim slučajevima, agenti niijesu u mogućnosti da održavaju fiksnu mrežnu topologiju. Drugim riječima, neophodno je da mijenjaju svoje susjede zbog različitih fizičkih ograničenja komunikacione opreme.

Sa druge strane, distribuirana komunikaciona mreža se može klasifikovati na neusmjerene i usmjerene tipove kako je definisano u nastavku:

- 1. Neusmjerena topologija: Ako svi agenti u mreži mogu i slati i primati informacije od svojih susjeda, tada je komunikaciona topologija neusmjerena.
- Usmjerena topologija: Ako agent može poslati informacije drugom agentu, ali ne može nužno primiti informacije od tog drugog agenta, tada se komunikaciona topologija naziva usmjerenom [6].

#### 3.1.2 Osnovni problemi kooperativnog upravljanja

Iz perspektive upravljanja sistemima, multiagentni sistemi posjeduju osobine samoprilagođavanja, robusnosti i samoorganizacije [78–81]. Neki od tipičnih zada-

taka umreženih agenata su:

- 1. Uspostavljanje konsenzusa: U mrežama agenata, konsenzus znači postizanje saglasnosti oko vrijednosti veličine od interesa koja zavisi od stanja svih agenata. Konsenzusni algoritam (ili protokol) je pravilo interakcije koje definiše razmjenu informacija između jednog agenta i svih njegovih susjeda u mreži. Teorijsku podlogu za postavljanje i rješavanje problema konsenzusa za umrežne dinamičke sisteme uveli su Olfati-Saber i Murray u [82] i [83], nadovezujući se na dotadašnja istraživanja Fax-a i Murray-a [84], [85].
- 2. Upravljanje formacijama: Skup međusobno interagujućih agenata raspoređenih u određenoj konfiguraciji, čiji je cilj izvršenje zajedničkog zadatka, definiše se kao formacija. Postoji nekoliko strategija za upravljanje formacijama tako da se agenti kreću u željenom geometrijskom obliku ili se održavaju na tačno određenom međusobnom rastojanju. Ovaj problem je zavrijedio posebnu pažnju istraživača zbog svoje potencijalne primjene u robotici, besposadnim vozilima i kompjuterskoj animaciji [86].
- 3. Kretanje u vidu jata/rojeva (eng. flocking/swarming): Proučavanje kolektivnog ponašanja jedinki u prirodnim populacijama (npr. riba, ptica, insekata) dovelo je do razvoja problema jata u inženjerskim aplikacijama. Ovaj problem je prvi put istražen od strane Rejnoldsa 1987. godine koji je uveo takozvani boids model jata [87,88]. Termin boids potiče od izraza "bird-oid object"koji se može prevesti sa engleskog jezika kao objekat ptičjeg oblika, ili kao objekat koji podsjeća na pticu [89]. Ovim modelom se pokušava opisati način na koji se socijalne životinje i ptice usklađuju u rojevima, jatima i krdima. U boids modelu, svaki "agent", koji je u ovom slučaju računarska konstrukcija u animaciji, dizajniran je tako da reaguje na susjedne članove jata, prateći ad hoc protokol koji se sastoji od sljedeća tri pravila: razdvajanje (izbjegavanje sudara sa susjednim agentima), izjednačavanje (usklađivanje brzine sa brzinom susjednih agenata) i kohezija (izbjegavanje izolacije od susjednih agenata) [90].
- 4. Monitoring i pretraga sredine: Monitoring je kolaborativni zadatak u kojem se agenti raspoređuju na optimalne lokacije kako bi maksimalno pokrili nadgledano područje. Svrha kooperativnog pretraživanja sredine je prikupljanje informacija obilaskom područja od interesa [8].

## 3.2 Upravljanje formacijama

Održavanje grupe umreženih agenata u zadatoj formaciji zauzima važno mjesto u teoriji kooperativnog upravljanja zbog svog velikog praktičnog značaja. Nedavni napreci u tehnologiji senzora, ugrađenim sistemima (eng. *embedded systems*), komunikacionim sistemima i sistemima skladištenja električne energije otvaraju različita polja primjene multiagentnih sistema za civilne i vojne potrebe. Na primjer, grupa autonomnih (kopnenih, podvodnih, površinskih i vazdušnih) vozila može biti raspoređena unutar velikih oblasti pogođenih katastrofom radi obavljanja pretrage, mapiranja, nadgledanja ili čišćenja životne sredine i praćenja stanja okoline, bez ugrožavanja života spasilaca. Kretanje grupe vozila u formaciji donosi nekoliko prednosti, poput smanjenja troškova sistema, mogućnosti rekonfiguracije i fleksibilnosti strukture sistema, kao i povećanje robusnosti sistema na različite poremećaje [6, 8, 91].

Prvi korak u rješavanju problema upravljanja formacijom je izbor željenog geometrijskog obrasca uzimajući u obzir fizička ograničenja agenata. Oblik formacije može biti fiksan ili promjenljiv u vremenu, u zavisnosti od primjene. Kao i kod problema konsenzusa, upravljanje formacijama može se podijeliti u dvije klase, na osnovu toga da li se formacija kreće duž referentne putanje ili ne. Prema tome, razlikuju se sljedeće klase ovog problema:

- 1. **Uspostavljanje formacije**: Potrebno je da agenti samo uspostave željeni geometrijski oblik i održavaju ga sve vrijeme.
- 2. **Praćenje referentne putanje**: Pored toga što je potrebno da agenti održavaju željeni oblik u prostoru, zadatak je da se uspostavljena formacija kreće kao jedno kruto tijelo duž putanje koju generiše lider [6,87].

Jednostavni primjeri obrazovanja formacije i kooperativnog praćenja zadate putanje prikazani su na slici 3.2.



Slika 3.2: Upravljanje formacijama: (a) obrazovanje formacije, (b) praćenje putanje [6].

#### 3.2.1 Upravljačke strategije

U svojoj osnovi, problem upravljanja formacijama oslanja se na dizajniranje algoritama koji omogućavaju agentima da se kreću na koordinisan način, pridržavajući se unaprijed definisanog geometrijskog obrasca. Ovi algoritmi uzimaju u obzir dinamiku pojedinačnih agenata, međusobne interakcije agenata i globalne ciljeve formacije kao jedinstvenog sistema. Da bi se to postiglo, u literaturi je predloženo nekoliko pristupa od kojih se izdvajaju sljedeće tri upravljačke metode:

Lider-pratilac (eng. *leader-follower*): U ovoj metodologiji makar jedan agent ima ulogu lidera, dok se ostali agenti nazivaju pratiocima. Zadatak lidera je da generiše signal koji će se putem mreže distribuirati do svih pratioca. Signal može nositi informaciju o poziciji, orijentaciji, linearnoj i ugaonoj brzini lidera. Ovi podaci se koriste u lokalnim upravljačkim zakonima koji obezbjeđuju raspoređivanje pratilaca na tačno određena rastojanja u odnosu na lider vozilo (slika 3.3). Na taj način se uspostavlja željena formacija posmatranog sistema agenata. Glavna prednost ovog pristupa je jednostavnost, jer putanju cijele formacije definiše kretanje lidera. Stoga se problem upravljanja formacijama može pojednostaviti na problem praćenja putanje, dok se interna stabilnost formacije postiže lokalnim upravljačkim zakonima pojedinačnih vozila [7].



Slika 3.3: Lider-pratilac upravljačka strategija [7].

**Bihevioralne metode** (eng. *Behavioral Methods*): U ovoj metodologiji, nekoliko mogućih oblika kretanja se definiše za svakog pojedinačnog agenta. Neka od mogućih ponašanja mogu biti: kretanje ka cilju, izbjegavanje sudara i održavanje formacije. Konačnu upravljačku akciju određuje pripadni koordinator ponašanja, ponderisanjem relativnih važnosti svake moguće akcije (slika 3.4) [7], [92].



Slika 3.4: Bihevioralne metode.

Na primjer, kod problema kretanja formacije, ako jedan agent treba da izbjegne sudar sa preprekom, ostatak grupe ne bi trebalo da to uzima u obzir. Dovoljno je da samo taj jedan agent napusti grupu i pošto izbjegne prepreku ponovo se vrati u formaciju (slika 3.5) [92].



Slika 3.5: Izbjegavanje kolizija.

Virtuelne strukture (eng. virtual structures): U ovom pristupu, formacija grupe agenata uspostavlja se tako što svaki agent teži da zauzme svoju poziciju definisanu virtuelnom strukturom. Kontroleri pojedinačnih agenata dizajniraju se da omoguće praćenje dinamike virtuelne strukture. Ovo se postiže tako što upravljački zakoni minimizuju grešku između željenih pozicija u virtuelnoj strukturi i stvarnih pozicija agenata, kao što je prikazano na slici 3.6. Ovaj pristup, uveden od strane [93,94], se obično primjenjuje za upravljanje formacijama svemirskih letjelica ili satelita [95,96].



Slika 3.6: Metoda virtuelnih struktura [8].

### 3.3 Osnove teorije grafova

Govoreći apstraktnim matematičkim jezikom, graf je konačan skup snabdjeven binarnom relacijom. U primjenama, pojam grafa dobija svoju punu vrijednost kada se skupovi i relacije na njima predstavljaju geometrijskim figurama koje su obrazovane od niza tačaka spojenih krivim linijama. Teorija grafova proučava osobine ovih figura koje ostaju invarijantne pri kontinualnim deformacijama, tj. neprekidnim preslikavanjima. Teorija grafova je jedna od onih matematičkih disciplina koje posljednjih godina odlikuje izuzetno intenzivan razvoj. Gipkost aparata teorije grafova omogućava da se brojni problemi sa konačnim skupovima, iz veoma raznorodnih naučnih oblasti, formulišu i rješavaju na jedinstven način [97]. Grafovi se mogu koristiti za modelovanje mnogih tipova relacija i procesa u fizičkim, biološkim [98], [99] društvenim i informacionim sistemima [100].

U informacionim sistemima, grafovi predstavljaju apstrakciju načina na koji se informacije razmjenjuju među agentima unutar mreže. Ove grafičke apstrakcije umreženih sistema ne pružaju detalje o tome šta agenti konkretno razmjenjuju, kojim protokolima komuniciraju, ili kako se prikupljene informacije dalje koriste. Umjesto toga, grafovi omogućavaju detaljan opis mrežne topologije pomoću objekata koji se nazivaju čvorovima (tjemenima) i granama (ivicama). Komunikaciona topologija kojom se definišu veze i putevi protoka informacija između agenata u MAS-u obično se modeluje usmjerenim ili neusmjerenim grafovima. U ovoj sekciji će biti uvedene važne definicije i svojstva grafova koja će biti potrebna za razumijevanje interne komunikacije plovila u formaciji [6], [90].

#### 3.3.1 Definicija grafa i osnovni pojmovi

Graf  $\mathcal{G}$  (prost graf) je uređeni par  $\mathcal{G} \stackrel{\Delta}{=} (V, E)$ , gdje je V konačan neprazan skup, a E podskup skupa svih dvoelementnih podskupova skupa V. Elemente skupa V nazivamo *čvorovi*, a elemente skupa E nazivamo grane. Često kada govorimo o nekom grafu  $\mathcal{G}$  njegov skup čvorova označavamo i sa  $V(\mathcal{G})$ , a skup grana sa  $E(\mathcal{G})$ .

**Primjer 3.3.1** Neka je dat graf čiji je skup čvorova  $V = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}$ , a skup svih grana  $E = \{(k_1, k_2), (k_1, k_6), (k_2, k_3), (k_3, k_4), (k_3, k_5), (k_3, k_6)\}$ . Ovaj graf može se predstaviti kao na slici 3.7. Bitno je napomenuti da grafičko predstavljanje grafa nije jedinstveno određeno.



Slika 3.7: Primjer grafa.

Ponekad se i crtež identifikuje sa grafom, ali tada sa njega mora biti jasno šta je skup čvorova, a šta skup grana. Za grane se obično koriste kraći zapisi, te se tako grana  $(k_1, k_2)$  kraće označava i sa  $k_1k_2$  ili samo sa e. Pri tome su  $k_1$  i  $k_2$  krajnji čvorovi grane  $e = k_1k_2$  [101].

**Definicija 3.3.1** Usmjereni graf (ili digraf) se definiše kao uređeni par  $\mathcal{G} = (V, E)$ koji se sastoji od skupa sa N elemenata nazvanog čvorovi, označenog sa  $V = \{1, 2, ..., N\}$  i skupa uređenih parova čvorova nazvanog grane, predstavljenog sa  $E \subseteq V \times V$ . Par (k, j) označava granu koja je usmjerena od čvora k ka čvoru j, gdje su čvorovi  $k, j \in V$ .

**Definicija 3.3.2** Graf  $\mathcal{G}$  koji se sastoji od skupa čvorova V i skupa grana E naziva se neusmjerenim ako za svaku granu  $(k, j) \in E$  takođe postoji i grana  $(j, k) \in E$ , gdje su čvorovi  $k, j \in V$ .

U multiagentnim sistemima, grafovima se obično predstavljaju komunikacione veze između agenata. Agenti se predstavljaju čvorovima u grafu. Grana između dva agenta simbolizuje da ti agenti mogu komunicirati. U ovom konceptu, definisanje pojmova susjeda i susjedstva su veoma korisni za razumijevanje matematičke notacije koja se koristi u teoriji grafova.

**Definicija 3.3.3** Susjedstvo čvora  $k \in V$  definiše se skupom  $\mathcal{N}_k = \{j \in V \mid (k, j) \in E\}$ . Prema tome, svi elementi  $j \in \mathcal{N}_k$  nazivaju se susjedima elementa k. Ovo znači da postoji grana od čvora k ka svakom čvoru j koja pripada susjedstvu.

#### **Definicija 3.3.4** Stepen čvora $k \in V$ predstavlja broj njegovih susjeda $d_k = |\mathcal{N}_k|$ .

Grafovi se obično prikazuju preko tačaka ili krugova koji predstavljaju objekte i linija koje ih spajaju; ove linije predstavljaju relacije među datim objektima. Grana  $(k, j) \in E$  se prikazuje strelicom usmjerenom od k ka j (za neusmjerene grafove, strelice nijesu potrebne). Vizuelna reprezentacija usmjerenih i neusmjerenih grafova prikazana je na slici 3.8.



Slika 3.8: Primjeri grafova: (a) Usmjereni, (b) Neusmjereni [8].

Slika 3.8 prikazuje usmjereni i neusmjereni graf sa N = 5 čvorova. U slučaju usmjerenog grafa, stepen čvora 1 je  $d_1 = |\mathcal{N}_1| = 2$  jer čvorovi 2 i 5 jedini pripadaju njegovom susjedstvu, odnosno  $(1, 2), (1, 5) \in E$ . U drugom primjeru, čvor 1 u neusmjerenom grafu ima tri susjeda, odnosno  $2, 3, 5 \in \mathcal{N}_1$ , te je stepen ovog čvora  $d_1 = 3$  [8].

#### 3.3.2 Povezanost grafa

U ovoj sekciji će biti uvedeni pojmovi povezanosti i nekoliko svojstava grafova. Stabilnost algoritma, gdje se odgovarajući graf koristi za predstavljanje međusobnih veza između različitih sistema koji se razvijaju u algoritmu, direktno je povezana sa svojstvima povezanosti grafa. Neka se razmatra usmjereni graf  $\mathcal{G} = (V, E)$  čiji su čvorovi označeni sa  $V = \{k_1, k_2, \ldots, k_N\}$ . U cilju analize svojstava povezanosti grafova, uvodi se pojam usmjerene putanje:

**Definicija 3.3.5** Usmjerena putanja između čvorova  $k_a$  i  $k_b$  je niz grana u usmjerenom grafu  $\mathcal{G} = (V, E)$  takvih da između svaka dva uzastopna čvora  $k_a, k_{a+1}, \ldots, k_{b-1}, k_b \in V$  postoji grana, odnosno da su  $(k_a, k_{a+1}), (k_{a+1}, k_{a+2}), \ldots, (k_{b-1}, k_b) \in E.$ 

Pojam povezanosti grafa je vezan za ideju da informacije koje prenosi jedan čvor

u grafu mogu biti primljene od strane svih ostalih čvorova komunikacionog grafa. Čvor usmjerenog grafa je globalno dostižan ako se do njega može doći iz bilo kog drugog čvora prelazeći usmjerenu putanju.

**Definicija 3.3.6** Usmjereni graf  $\mathcal{G} = (V, E)$  je jako povezan ako je svaki čvor globalno dostižan. Drugim riječima, za sve  $k \in V$  postoji usmjerena putanja koja počinje od svakog drugog čvora  $j \in V, j \neq k$  i završava se u čvoru k.

Za neusmjerene grafove, pojam povezanosti se izražava na sljedeći način: ako za bilo koja dva čvora  $k, j \in V$  postoji putanja (neuređeni skup čvorova) koja ih povezuje, tada je neusmjereni graf povezan.

Na slici 3.8, usmjereni graf je jako povezan jer su svi njegovi čvorovi globalno dostižni. Drugim riječima, počevši od bilo kog čvora, postoji usmjerena putanja koja vodi do svih ostalih čvorova. Neusmjereni graf na slici 3.8 je povezan jer su svi njegovi čvorovi međusobno povezani [8].

#### 3.3.3 Matrica susjedstva

Matrica susjedstva (povezanosti) omogućava da se interakcije u grafu predstave u numeričkom obliku. Povezanost grafa direktno se vezuje za nekoliko svojstava ove matrice, kao što su njene svojstvene vrijednosti. Veza između grafa i svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora njegove matrice povezanosti proučava se u spektralnoj teoriji grafova.

**Definicija 3.3.7** Matrica susjedstva usmjerenog grafa  $\mathcal{G} = (V, E)$ , u oznaci  $\mathcal{A} = (a_{kj})$ , je kvadratna matrica reda N. Elementi ove matrice definišu se na sljedeći način:

$$a_{kj} = \begin{cases} 1, & (k,j) \in E \\ 0, & u \ suprotnom \end{cases}, \ \forall \ j,k \in V.$$

$$(3.1)$$

U slučaju neusmjerenih grafova, matrica susjedstva je simetrična. Potrebno je napomenuti da petlje na istom čvoru ovdje nijesu uzete u obzir, stoga su svi dijagonalni elementi matrice susjedstva jednaki nuli [8].

#### 3.3.4 Laplasijan matrica

U cilju analize svojstava povezanosti grafa, pored matrice susjedstva, koristi se još i Laplasijan matrica.

**Definicija 3.3.8** Laplasijan matrica usmjerenog grafa  $\mathcal{G} = (V, E)$ , u oznaci L =

 $(l_{kj})$ , je kvadratna matrica reda N data sa:

$$l_{kj} = \begin{cases} d_k, & k = 1 \\ -1, & (k, j) \in E \\ 0, & u \ suprotnom \end{cases}$$
(3.2)

gdje je  $d_i$  stepen *i*-tog čvora. Neka je **D** dijagonalna matrica takva da je  $D_{i,i} = d_i$ . Sada se Laplasijan matrica  $L = (l_{kj})$  može zapisati kao:

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}.\tag{3.3}$$

Laplasijan matrica usmjerenog grafa ima nekoliko interesantnih svojstava, posebno u kontekstu proučavanja povezanosti grafa. Neka od najvažnijih svojstava su data u nastavku.

- Vektor jedinica 1 = (1,...,1)<sup>T</sup> ∈ ℝ<sup>N</sup> uvijek je svojstveni vektor Laplasijan matrice grafa sa svojstvenom vrijednošću nula, što se može zapisati kao L1 = 0, gdje je 0 = (0,...,0)<sup>T</sup> ∈ ℝ<sup>N</sup> vektor nula.
- Sve svojstvene vrijednosti Laplasijan matrice **L** imaju nenegativne realne djelove,  $0 = \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \ldots \leq \lambda_{N-1}$ .
- Usmjereni graf  $\mathcal{G}$  sadrži globalno dostižni čvor ako i samo ako je rang Laplasijan matrice jednak N-1.
- Kvadratna forma  $\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x}$ , gdje je  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ , je pozitivno semidefinitna matrica ako i samo ako je usmjereni graf  $\mathcal{G}$  balansiran.

U slučaju neusmjerenih grafova, Laplasijan matrica ima sljedeća, dodatna, svojstva:

- Laplasijan matrica neusmjerenog grafa  $\mathcal{G}$  je simetrična. Iz toga slijedi da su sve njene svojstvene vrijednosti realni brojevi.
- Laplasijan matrica neusmjerenog grafa  $\mathcal{G}$  je pozitivno semidefinitna.

• Kvadratna forma je oblika 
$$\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_k}^N (x_k - x_j)^2.$$

Svojstva Laplasijan matrice pružaju informacije o povezanosti odgovarajućeg grafa. U slučaju neusmjerenih grafova, ova svojstva su jača nego kod usmjerenih grafova [8].

**Definicija 3.3.9** Druga najmanja svojstvena vrijednost  $\lambda_1$  Laplasijan matrice **L** naziva se algebarska povezanost neusmjerenog grafa  $\mathcal{G}$ .

Algebarska povezanost neusmjerenog grafa predstavlja kvantitativnu mjeru brzine konvergencije konsenzusnih algoritama [102].

#### 3.3.5 Vremenski promjenljivi grafovi

Od interesa je razmatrati vremenski promjenljive grafove kako sa teorijskog tako i sa praktičnog aspekta. Tokom koordinisanog kretanja ili kooperativnih zadataka, veze između agenata koji čine mrežu mogu se mijenjati tako da se stvaraju nove komunikacione veze, dok se neke postojeće prekidaju. U ovakvim situacijama, veze u mreži agenata se predstavljaju vremenski promjenljivim grafovima. To znači da se skup grana E mijenja u vremenu, a samim tim i matrica susjedstva  $\mathcal{A}$  je vremenski promjenljiva.

Vremenski promjenljive komunikacione topologije opisuju se pomoću vremenski promjenljivog  $\delta$ -digrafa  $\mathcal{G}(t) = (V, E(t))$ , gdje su elementi njegove matrice susjedstva  $\mathcal{A}(t)$  ograničeni i zadovoljavaju određeni prag  $\delta > 0$ . Ovo znači da je  $a_{kj}(t) = 0$ u slučaju odsustva komunikacione veze, dok je  $a_{kj}(t) \geq \delta$  kada je komunikaciona veza ostvarena [8].

### 3.4 Problem uspostavljanja konsenzusa u MAS-u

Postizanje konsenzusa se smatra jednim od osnovnih problema kooperativnog upravljanja u multiagentnim sistemima. Kod problema postizanja konsenzusa, agenti treba da postignu dogovor o nekom stanju od zajedničkog interesa. Fizička priroda zajedničkih stanja može varirati u skladu sa primjenama i zahtjevima. Na primjer, stanja od interesa u slučaju mobilnih robota mogla bi biti pozicija i brzina, dok bi za bespilotne letjelice (UAV) visina mogla takođe biti stanje od interesa, gdje sve letjelice treba da se održavaju na istoj visini.

Problem konsenzusa može se podijeliti u dvije kategorije: konsenzus bez lidera i konsenzus sa liderom i pratiocima.

**Definicija 3.4.1** Lider je agent koji generiše referentno stanje od zajedničkog interesa za ostale agente u MAS-u. Lider može biti stvaran ili virtuelan.

#### 3.4.1 Konsenzus bez lidera

Ako se od agenata ne zahtijeva da prate bilo kakvu referentnu putanju, tada se problem konsenzusa naziva konsenzus bez lidera (ili problem postizanja konsenzusa). Krajnje stanje konsenzusa u ovom slučaju je inherentno i generalno zavisi od početnih stanja agenata i komunikacione topologije. Neka se posmatra multiagentni sistem koji se sastoji od N agenata čija dinamika evoluira prema sljedećoj diferencijalnoj jednačini:

$$\dot{x}_i(t) = F_i(x_i(t), u_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$
(3.4)

gdje su  $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$  i  $u_i(t) \in \mathbb{R}^p$  stanje i upravljački signal agenta *i*, respektivno. Problem postizanja konsenzusa u odsustvu lidera tada se može definisati na sljedeći način:

**Definicija 3.4.2** Konsenzus bez lidera u MAS-u postiže se ako za svako početno stanje  $x_i(0)$  i za sve i, j = 1, 2, ..., N, važi  $||x_i(t) - x_j(t)|| \to 0$ , kada  $t \to \infty$ .

Kod problema postizanja konsenzusa, cilj je dizajnirati distribuirani upravljački protokol koji usmjerava sva ili neka stanja agenata tako da dostignu zajedničku vrijednost. Konačna vrijednost koju stanja agenata dostignu naziva se vrijednost konsenzusa. Neka je dinamika agenata u MAS-u opisana sa jednim integratorom i to na sljedeći način:

$$\dot{r}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$
(3.5)

gde su  $r_i(t), u_i(t) \in \mathbb{R}^m, m \in \mathbb{N}$  pozicija agenta *i* i upravljački signal, respektivno. Sada se distribuirani upravljački ulaz *i*-tog agenta može dizajnirati na sljedeći način:

$$u_i(t) = -\sum_{j=1}^N a_{ij} K\left[r_i(t) - r_j(t)\right], \quad \forall i, j = 1, \dots, N, \ j \neq i,$$
(3.6)

gde je  $a_{ij}$  element na poziciji ij odgovarajuće matrice susjedstva  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ , a K je pozitivno pojačanje. Pokazuje se da se primjenom zakona (3.6) postiže upravljački cilj iz definicije 3.4.2, odnosno da agenti postižu konsenzus bez lidera [83], [103], [104].

#### 3.4.2 Konsenzus sa liderom

Suprotno problemu postizanja konsenzusa, u različitim praktičnim primjenama zahtijeva se da agenti prate konstantnu ili promjenljivu referentnu putanju, pri čemu referentnu putanju generiše lider (stvaran ili virtuelan). Zbog toga je dati problem poznat kao lider-pratilac konsenzus. Neka je dinamika lidera opisana jednačinom:

$$\dot{x}_0(t) = F_i(x_0(t), u_0(t)), \qquad (3.7)$$

gde se upravljački signal lidera  $u_0(t)$  dizajnira kako bi se postigla željena promjenljiva referentna putanja. U lider-pratilac problemu konsezusa, cilj nije samo osigurati da svaki agent MAS-a dostigne konsenzus o zajedničkom stanju, već je potrebno da to zajedničko stanje konvergira ka referentnoj putanji koju generiše lider. Formalno, lider-pratilac problem konsenzusa može se definisati na sljedeći način.

**Definicija 3.4.3** Konsenzus u lider-pratilac sistemima se smatra postignutim ako za svako početno stanje  $x_i(0)$ ,  $||x_i(t) - x_0(t)|| \rightarrow 0$ , kada  $t \rightarrow \infty$ , za sve i = 1, 2, ..., N. Kod distribuiranog upravljanja, zasnovanog na lider-pratilac konsenzusnom protokolu, informacija o stanju lidera je dostupna samo maloj grupi agenata. Da bi se postigao konsenzus lider-pratilac u mreži sa usmjerenom komunikacijom, odgovarajući graf mora imati usmjereno razapinjuće stablo sa liderom kao korjenom. Distribuirani lider-pratilac upravljački zakon, za multiagentni sistem opisan dinamikom jednog integratora, može se dizajnirati na sljedeći način:

$$u_i(t) = -\sum_{j=1}^N a_{ij} \left[ r_i(t) - r_j(t) \right] - b_i \left[ r_i(t) - r_0(t) \right], \quad j \neq i,$$
(3.8)

gdje je  $b_i$  *i*-ti dijagonalni element matrice  $\mathbf{B} = \text{diag} \{b_1, \ldots, b_N\}$ , pri čemu je  $b_i = 1$  ako agent *i* može primati informacije od lidera, a nula u suprotnom. Pokazuje se da zakon (3.8) osigurava postizanje ciljeva iz definicije 3.4.3, odnosno da agenti postižu lider-pratilac konsenzus.

# Glava 4

# Pravolinijsko vođenje formacije umreženih USV-ova i predlog novog rješenja

Kooperativno praćenje putanje odnosi se na problem kretanja formacije autonomnih plovila po referentnoj putanji. Cilj je obezbijediti da se pojedinačna plovila kreću duž unaprijed definisanih, parametrizovanih putanja održavajući pri tome željeni geometrijski oblik. Ovo se obično ostvaruje primjenom distribuiranog kontrolera koji obezbjeđuje da svako plovilo prati odgovarajuću putanju i održava se na tačno određenim rastojanjima u odnosu na susjedna plovila [105]. U teoriji je dokazano, što je potom i eksperimentalno potvrđeno, da LOS zakon vođenja predstavlja efikasno rješenje za problem vođenja jednog USV-a duž zadate putanje [2]. U drugoj glavi, detaljno je opisan GNC sistem USV-a baziran na LOS-u, sa svojstvom kompenzacije ugla bočnog klizanja. U [21] i [22] je pokazano da je moguće izvršiti ekstenziju takvog GNC sistema na rješavanje problema kretanja formacije plovila duž željene putanje. Istraživanja sprovedena u ovim radovima predstavljaju polaznu osnovu za sintezu novog algoritma, koji će biti izložen u ovoj glavi.

Glava je organizovana na sljedeći način. Prva sekcija se tiče dinamike kretanja USV-a u formaciji. Potpoglavlje 4.2. sadrži postavku problema i definiciju upravljačkih ciljeva. Novi distribuirani kontroler za koordinisano vođenje formacije umreženih USV-ova predstavljen je u posljednjem potpoglavlju. Upravljačka strategija zasniva se na lider-pratilac metodi, dok se interna komunikaciona topologija umreženih USV-ova modeluje neusmjerenim grafom.

### 4.1 Model plovila

U predloženom rješenju, razmatra se kretanje 3DOF potpogonjenih plovila u okruženju gdje egzistiraju morske struje. Njihov uticaj na kretanje formacije umreženih USV-ova inkorporira se u kinematički model individualnog USV-a, posredstvom vektora brzine  $\mathbf{V}_c$ . Kinematika *i*-tog plovila u formaciji opisuje se modelom (2.19) - (2.21). Ovaj sistem jednačina se može zapisati u opštijem obliku:

$$\dot{x}_i = (u_{ri} + V_c \cos(\theta_c - \psi_i)) \cos \psi_i - V_c \sin(\theta_c - \psi_i) \sin \psi_i, \qquad (4.1)$$

$$\dot{y}_i = (u_{ri} + V_c \cos(\theta_c - \psi_i)) \sin \psi_i + V_c \sin(\theta_c - \psi_i) \cos \psi_i, \qquad (4.2)$$

$$\dot{\psi}_i = r_i,\tag{4.3}$$

gdje su:  $(x_i, y_i)$  – pozicija plovila u odnosu na  $\{n\}$ ;  $\psi_i$  -orijentacija plovila u odnosu na  $\{b\}$ ,  $u_{ri}$  – relativna longitudinalna brzina,  $V_c$  – intenzitet vektora brzine morske struje,  $\theta_c$  – ugao koji određuje pravac i smjer kretanja morske struje.

**Primjedba 4.1.1** Pretpostavlja se da je brzina morske struje nerotaciona i sporopromjenljiva. Štaviše, njen intenzitet je ograničen tako da je  $|\mathbf{V}_c| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \le V_{\text{max}}$ , gdje je  $V_{\text{max}} > 0$ .

Potrebno je napomenuti da se u novom rješenju razmatra slučaj kretanja formacije plovila unutar slobodnog morskog okruženja. Drugim riječima, plovila se kreću u prostoru gdje nema pokretnih, niti stacionarnih objekata na moru. Pretpostavka je da tokom obrazovanja željene formacije ne dolazi do kolizija među plovilima. Samim tim, od novog distribuiranog kontrolera ne zahtijeva se značajna manevarska sposobnost, niti velika brzina kretanja. Stoga je dinamiku kretanja individualnog USV-a u formaciji pogodno opisati modelom (2.22) - (2.23). Opšti oblik ovog modela, za *i*-to plovilo u formaciji, može se predstaviti sljedećim linearnim sistemom:

$$(m_i - X_{\dot{u}i})\dot{u}_{ri} - X_{ui}u_{ri} = \tau_{ui}, \tag{4.4}$$

$$T_i \dot{r}_i + r_i = \tau_{ri}, \tag{4.5}$$

gdje su:  $m_i$  – masa plovila,  $X_{\dot{u}i}$ ,  $X_{ui}$  – hidrodinamički izvodi opisani u [4],  $\tau_i$  – sila koja djeluje na plovilo u longitudinalnom pravcu,  $T_i$  – efektivna vremenska konstanta,  $r_i$  – ugaona brzina plovila oko  $z_b$  ose,  $\tau_{ri}$  – moment sile koji djeluje na plovilo u pravcu  $z_b$  ose.

Model (4.1) - (4.5) nije preporučljiv za scenarije kretanja plovila koji uključuju brze promjene kursa i brzine (primjer je naglo izbjegavanje kolizija). Pri većim brzinama, prigušne hidrodinamičke sile i momenti rastu, tako da model (4.4) - (4.5)postaje nelinearan. Sa druge strane, brze i velike promjene brzine i kursa dovode i do povećanja uticaja inercijalnih hidrodinamčikih sila i momenata. Raspregnuto upravljanje brzinom i pravcem kretanja tada postaje neizvodljivo.

### 4.2 Postavka problema i upravljački ciljevi

Kooperativno praćenje putanje može se posmatrati kao prirodno proširenje problema praćenja putanje u slučaju jednog plovila, koji je detaljno opisan u drugom poglavlju. U ovom potpoglavlju biće predstavljen problem automatskog vođenja formacije plovila analogan onom u [22]. U datom scenariju, plovila se kreću duž odgovarajućih referentnih putanja, održavajući pritom unaprijed definisana međusobna rastojanja.

Neka se razmatra umreženi sistem plovila koji se sastoji od N USV-ova, označenih od 0 do N - 1. Zadatak je dizajnirati kooperativni zakon vođenja, baziran na LOS principu, tako da se obezbijedi obrazovanje zadate formacije i njeno pravolinijsko vođenje referentnom brzinom  $U_{ref}$  (slika 4.1, N = 3). Usvaja se da je vektor brzine morske struje  $\mathbf{V}_c$  konstantnog pravca i intenziteta.



Slika 4.1: LOS vođenje formacije plovila duž zadate putanje.

Referentna putanja <br/>  $i\text{-}\mathrm{tog}$  USV-a zadaje se u nepokretnom referentnom sistem<br/>u $\{n\}$ kao:

$$x_{ki}(\omega_i) = \omega_i, \tag{4.6}$$

$$y_{ki}(\omega_i) = q_i + p\omega_i, \tag{4.7}$$

gdje je  $\omega_i$  promjenljiva putanje,  $q_i$  je presjek putanje i y – ose, a p je koeficijent pravca putanje. Potrebno je napomenuti da je p poznat svakom plovilu, dok je parametre  $\omega_i$  i  $q_i$  potrebno dizajnirati u skladu s upravljačkim ciljem.

**Primjedba 4.2.1** Parametrizacija pravolinijske putanje (4.6) - (4.7) izabrana je tako da parametar  $\omega_i$  brojno odgovara x koordinati virtuelne tačke  $(x_{k_i}(\omega_i), y_{k_i}(\omega_i)), i = 0, \dots, N-1.$ 

Za *i*-ti USV koji se nalazi u položaju  $(x_i, y_i)$ , rastojanje između  $(x_i, y_i)$  i  $(x_{ki}(\omega_i), y_{ki}(\omega_i))$  izražava se u komponentnom obliku:

$$\begin{bmatrix} x_{ei} \\ y_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_p & -\sin \gamma_p \\ \sin \gamma_p & \cos \gamma_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_{ki}(\omega_i) \\ y_i - y_{ki}(\omega_i) \end{bmatrix},$$
(4.8)

gdje su:  $x_{ei}$  - longitudinalna komponenta greške,  $y_{ei}$  - transverzalna komponenta greške,  $\gamma_p = atan(p)$  je ugao koji zaklapa referentna prava  $\mathcal{P}_i$  sa pozitivnim dijelom  $x_n$  - ose nepokretnog referentnog sistema. Diferencirajući  $x_{ei}$  i  $y_{ei}$ , uz primjenu (2.9) - (2.10), dobija se:

$$\dot{x}_{ei} = U_i \cos(\psi_i - \gamma_p) \cos\beta_i - U_i \sin(\psi_i - \gamma_p) \sin\beta_i - u_{pi}, \qquad (4.9)$$

$$\dot{y}_{ei} = U_i \sin(\psi_i - \gamma_p) \cos\beta_i + U_i \cos(\psi_i - \gamma_p) \sin\beta_i, \qquad (4.10)$$

gdje su:  $\beta_i = atan\left(\frac{v_{ei}}{u_{ei}}\right)$  - ugao bočnog kilzanja;  $U_i = \sqrt{u_{ei}^2 + v_{ei}^2}$  - brzina *i*-tog USV-a u odnosu na  $\{n\}, u_{pi}$  - brzina virtuelne tačke u odnosu na  $\{n\}$ :

$$u_{pi} = \dot{\omega}_i \sqrt{x_{ki'}^2(\omega_i) + y_{ki'}^2(\omega_i)},$$
(4.11)

gdje je  $x'_{ki}(\omega_i) = 1$  i  $y'_{ki}(\omega_i) = p$ . Pretpostavlja se da ugao bočnog klizanja ima malu vrijednost. Imajući to u vidu, mogu se uvesti sljedeće trigonometrijske aproksimacije:  $\cos(\beta_i) \approx 1$  i  $\sin(\beta_i) \approx \beta_i$ . Sada se jednačine (4.9) i (4.10) svode na:

$$\dot{x}_{ei} = U_i \cos(\psi_i - \gamma_p) - U_i \sin(\psi_i - \gamma_p)\beta_i - u_{pi}, \qquad (4.12)$$

$$\dot{y}_{ei} = U_i \sin(\psi_i - \gamma_p) + U_i \cos(\psi_i - \gamma_p)\beta_i.$$
(4.13)

Željena pozicija *i*-tog plovila u formaciji jednoznačno se može zadati pomoću relativnih rastojanja  $D_{xi}^* = x_{ki}(\omega_i) - x_{k0}(\omega_0)$  i  $D_{yi}^* = y_{ki}(\omega_i) - y_{k0}(\omega_0)$  između *i*-tog USV-a i plovila 0, u pravcu osa  $x_n$  i  $y_n$ , respektivno. Koristeći ovu notaciju upravljački ciljevi se mogu formalizovati na sljedeći način:

$$\lim_{t \to \infty} \left( U_i(t) - U_{ref} \right) = 0, \quad i = 0, \dots, N - 1, \tag{4.14}$$

$$\lim_{t \to \infty} y_{ei}(t) = 0, \quad \lim_{t \to \infty} x_{ei}(t) = 0, \tag{4.15}$$

$$\lim_{t \to \infty} \left( x_{ki}(\omega_i) - x_{k0}(\omega_0) \right) = D_{xi}^*, \tag{4.16}$$

$$\lim_{t \to \infty} \left( y_{ki}(\omega_i) - y_{k0}(\omega_0) \right) = D_{yi}^*.$$
(4.17)

**Primjedba 4.2.2** Ne zahtijeva se da plovila u formaciji imaju iste sistemske parametre. Drugim riječima, mase plovila  $m_i$ , kao i hidrodinamički izvodi  $X_{ui}$ ,  $X_{ui}$  mogu biti različiti za svako pojedinačno plovilo.

Da bi se uspostavljena formacija kretala kao jedno kruto tijelo, duž zadate putanje  $\mathcal{P}_i$ , neophodno je da se plovila kreću istom brzinom  $U_i(t) = U_{ref}$ , koja je ujedno i zadata brzina formacije u odnosu na  $\{n\}$ . Upravljački cilj (4.15) odnosi se na problem praćenja zadate putanje u slučaju jednog USV-a. Zadatak je da svaki USV prati odgovarajuću virtuelnu tačku  $(x_{ki}, y_{ki})$  sa referentne putanje  $\mathcal{P}_i$ .

Sa druge strane, upravljački ciljevi (4.16) i (4.17) predstavljaju zadatke interne sinhronizacije kretanja plovila duž pripadnih putanja. Sinhronizacija kretanja podrazumijeva da svako plovilo treba da zauzme tačno određeno međusobno rastojanje, određeno sa  $D_{xi}^*$  i  $D_{yi}^*$ , u odnosu na referentno plovilo označeno indeksom 0. Na ovaj način se uspostavlja željena formacija.

**Primjedba 4.2.3** Važno je napomenuti da rezultantna brzina *i*-tog USV-a u svakom trenutku treba ostati u dozvoljenim granicama. Drugim riječima, potrebno je da važi:

$$U_i(t) \in [U_{\min}, U_{\max}], \quad i = 0, \dots, N-1,$$
(4.18)

gdje je  $U_{\text{max}} > 0$  maksimalno dozvoljena vrijednost rezultantne brzine, a  $U_{\text{min}} > 0$ ,  $U_{\text{min}} < U_{\text{max}}$  donja granica ove brzine.

### 4.3 Predlog novog distribuiranog kontrolera

U ovoj sekciji će biti predstavljen novi distribuirani kontroler koji obezbjeđuje postizanje ciljeva (4.14) - (4.17). Odgovarajući upravljački algoritam konceptualno se može razdvojiti na nekoliko djelova. Prvi dio odnosi se na estimaciju ugla bočnog klizanja. Znajući ovaj ugao, LOS zakon vođenja može se unaprijediti tako da obezbijedi bolje praćenje odgovarajućih putanja u prisustvu morskih struja. U drugom dijelu će biti izložen novi kooperativni zakon vođenja formacije plovila koji obezbjeđuje dostizanje ciljeva (4.16) - (4.17). Na kraju će biti opisan upravljački sistem pojedinačnog USV-a.

#### 4.3.1 Estimacija ugla bočnog klizanja

Da bi se estimirao nepoznati ugao bočnog klizanja  $\beta_i$  koristi se pristup primijenjen u [106], gdje se ovaj ugao tretira kao nepoznato stanje sistema. Prošireni vektor stanja definiše se kao  $\mathbf{z}_i = [y_{ei}, \beta_i]^T$  za svaki individualni USV. Prvi izvod transverzalne greške  $y_{ei}$  definisan je izrazom (4.13). Usvaja se da ugao bočnog klizanja  $\beta_i$ ima konstantnu ili sporopromjenljivu vrijednost, što povlači da je  $\dot{\beta}_i = 0$ . Evolucija ovih stanja u vremenu može se predstaviti relacijom  $\dot{\mathbf{z}}_i = f(\mathbf{z}_i) = \begin{bmatrix} f_{1i} & f_{2i} \end{bmatrix}^T$ , gdje je

$$f(\mathbf{z}_i) = \begin{bmatrix} U_i \sin(\psi_i - \gamma_p) + U_i \cos(\psi_i - \gamma_p)\beta_i \\ 0 \end{bmatrix}.$$
 (4.19)

Nadalje, neka je sa  $\hat{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} \hat{y}_{ei}, \hat{\beta}_i \end{bmatrix}^T$  označena estimacija vektora  $\mathbf{z}_i$ . Jedan od metoda za estimiranje nepoznatih stanja sistema jeste prošireni Kalmanov filtar. LOS zakon vođenja za potpogonjena površinska vozila, zasnovan na upotrebi proširenog Kalmanovog filtra (KFLOS), prezentovan je u [16]. Isti pristup se implementira i u novom rješenju problema predstavljenog u potpoglavlju 4.2. Prošireni vektor stanja estimira se na osnovu modela sistema i mjerenja transverzalne greške:

$$\dot{\mathbf{\hat{z}}}_i = \mathbf{f}(\mathbf{\hat{z}}_i) + \mathbf{K}_i \left( y_{ei} - \hat{y}_{ei} \right), \qquad (4.20)$$

gdje se ažuriranje vremenski promjenljivog pojačanja  $\mathbf{K}_i(t)$  vrši primjenom sljedećih relacija:

$$\dot{\mathbf{P}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i^T - \mathbf{K}_i \mathbf{C}_i \mathbf{P}_i + \mathbf{Q}_i, \qquad (4.21)$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{C}_i^T \mathbf{R}_i^{-1}, \tag{4.22}$$

gdje su:  $\mathbf{P}_i$  - kovarijaciona matrica greške;  $\mathbf{Q}_i$  - kovarijaciona matrica procesa;  $\mathbf{R}_i$  - kovarijansa mjernog šuma. Potrebno je napomenuti da su  $\mathbf{Q}_i$  i  $\mathbf{R}_i$  pozitivno definitne matrice. Podešavanjem koeficijenata ovih matrica utiče se na brzinu konvergencije estimatora. Matrice  $\mathbf{A}_i$  i  $\mathbf{C}_i$  određuju se na sljedeći način:

$$\mathbf{A}_{i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1i}}{\partial y_{ei}} & \frac{\partial f_{1i}}{\partial \beta_{i}} \\ \frac{\partial f_{2i}}{\partial y_{ei}} & \frac{\partial f_{2i}}{\partial \beta_{i}} \end{bmatrix}_{\mathbf{z}_{i}(t) = \hat{\mathbf{z}}_{i}(t)} = \begin{bmatrix} 0 & U_{i} \cos(\psi_{i} - \gamma_{p}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
(4.23)

Sada se LOS zakon vođenja, baziran na AEKF-u, može predstaviti u obliku:

$$\psi_{di} = \gamma_p - \arctan\left(\frac{1}{\Delta_i} + \hat{\beta}_i\right).$$
(4.24)
### 4.3.2 Interna koordinacija kretanja umreženih USV-ova

Novi predlog rješenja, problema opisanog u potpoglavlju 4.2, zasniva se na LOS zakonu vođenja i lider - pratilac upravljačkoj strategiji. Naime, svakom plovilu može se pridružiti virtuelna tačka  $(x_{ki}(\omega_i), y_{ki}(\omega_i))$  sa odgovarajuće referentne putanje  $\mathcal{P}_i$ . Kod lider - pratilac upravljačke metode, virtuelne tačke pratilaca raspoređuju se na tačno određena rastojanja u odnosu na virtuelnu tačku lider plovila  $(x_{k0}(\omega_0), y_{k0}(\omega_0))$ . Tako se obrazuje virtuelna struktura željenog geometrijskog oblika. Zadatak LOS zakona vođenja i predloženog zakona promjene longitudinalne brzine je obezbijediti postizanje ciljeva (4.14) - (4.15), odnosno omogućiti svakom plovilu praćenje pripadne virtuelne tačke. Na taj način, plovila se raspoređuju u željenu formaciju i nadalje kreću pravolinijski, kao jedno kruto tijelo, brzinom  $U_{ref}$ . Važno je uočiti da bi se samo poznavanjem pozicije virtuelne tačke lidera i njegove referentne brzine zadati problem mogao označiti kao trivijalan. Neopohodno je da plovila međusobno komuniciraju ne bi li im informacija o ovim veličinama bila poznata. Upravo, postavljena komunikaciona ograničenja predstavljaju glavni izazov za rješavanje datog problema jer iziskuju određeni oblik interne koordinacije kretanja USV-ova.

Novi kooperativni zakon vođenja obuhvata:

- Novi zakon interne koordinacije kretanja USV-ova;
- Novi zakon promjene referentne longitudinalne brzine;
- Individualni LOS zakon vođenja, baziran na Kalmanovom filtru.

Interna koordinacija kretanja USV-ova zasniva se na distribuiranom opserveru i standardnom konsenzus protokolu. Ovi zakoni omogućavaju estimaciju trenutne pozicije lider plovila i referentne brzine formacije, respektivno. Dinamika kretanja individualnog USV-a opisuje se modelom (4.1) - (4.5). Usvaja se da je plovilo 0 lider, dok su preostala plovila pratioci. Komunikacija između USV-ova je predstavljena neusmjerenim grafom  $\mathcal{G} = (V, E)$ , gde je  $V = \{0, \ldots, N-1\}$  skup tjemena, a  $E = \{(i, j) \in V \times V\}$  skup grana. Matrica susjedstva  $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$  je definisana kao  $a_{ij} = 1$ , ako  $(i, j) \in E$ , i  $a_{ij} = 0$ , u suprotnom. Pretpostavlja se da kontroleri relativne longitudinalne brzine i ugla zakretanja mogu bez greške pratiti referentne signale. Drugim riječima, usvaja se da su brzina  $u_{ei}$  i ugao zakretanja  $\psi_i$  jednaki zadatim vrijednostima  $u_{edi}$  i  $\psi_{di}$ , respektivno.

U ovom radu, fokus se stavlja na dizajn kooperativnog zakona vođenja, koji se sastoji od dizajna zakona promjene longitudinalne brzine za lidera i pratioce i dizajna interne koordinacije kretanja USV-ova u cilju dostizanja ciljeva (4.16) - (4.17).

### 4.3.3 Kooperativni zakon vođenja USV-ova

U ovom potpoglavlju će biti opisani zakoni interne koordinacije razmatranog sistema umreženih USV-ova. Sistem kooperativnog vođenja plovila temelji se na novom distribuiranom opserveru i konsenzus protokolu brzine. S obzirom da se individualni zakoni vođenja i promjene longitudinalne brzine razlikuju za lidera i pratioce, to će biti predstavljeni u različitim sekcijama.

### Sistem vođenja lidera

Da bi se minimizovala transverzalna greška u praćenju pripadne pravolinjske putanje, lider primjenjuje LOS zakon vođenja baziran na Kalmanovom filtru:

$$\psi_{d0} = \gamma_p + \arctan\left(-\frac{1}{\Delta_0}\left(y_{e0} + \hat{\beta}_0\right)\right),\tag{4.25}$$

gdje je  $\Delta_0$  lookahead rastojanje i  $\hat{\beta}_0$  estimirani ugao bočnog klizanja. S obzirom da je ovdje cilj ostvariti potpuno praćenje virtuelne tačke  $(x_{k0}(\omega_0), y_{k0}(\omega_0))$  to je neophodno izvršiti i minimizaciju longitudinalne greške  $x_{e0}$ . U radovima [106], [107] nije uzeta u obzir dinamika kretanja pojedinačnih USV-ova, odnosno pretpostavljeno je da brzine USV-ova trenutno konvergiraju referentnim vrijednostima. U tom slučaju, da bi  $x_{e0} \to 0$ , dovoljno je obezbijediti da se položaj plovila  $(x_0(t), y_07(t))$ prilagođava poziciji virtuelne tačke  $(x_{k0}(\omega_0), y_{k0}(\omega_0))$  koja se mijenja na način opisan sljedećim sistemom:

$$\begin{cases} x_{k0}(t) = \omega_0(t), \\ y_{k0}(t) = q_0 + p\omega_0(t), \end{cases}$$
(4.26)

gdje se parametar putanje  $\omega_0(t)$  ažurira po zakonu 2.42. U slučaju praćenja pravolinijske putanje, definisane sistemom (4.26), njegov oblik se svodi na:

$$\dot{\omega_0} = \frac{U_0 \cos\left(\psi_0 - \gamma_p\right) - U_0 \sin\left(\psi_0 - \gamma_p\right) \hat{\beta_0} + \kappa_0 x_{e0}}{\sqrt{1 + p^2}}.$$
(4.27)

Međutim, novo rješenje uzima u obzir kako kinematiku tako i dinamiku kretanja USV-a. U opštem slučaju, plovila imaju različite mase  $m_i$  i započinju kretanje iz različitih pozicija  $(x_i(0), y_i(0)), i = 0, ..., N - 1$ . Stoga je neophodno da različito ubrzavaju, odnosno usporavaju kako bi dostigli odgovarajuću virtuelnu tačku i na kraju tranzijentnog procesa nastavili kretanje u željenoj formaciji. S obzirom da lider treba da se kreće rezultujućom brzinom  $U_{ref}$  u staconarnom stanju, predlažu se novi zakoni promjene longitudinalne brzine za lidera i za plovila pratioce. Konkretno, brzina lidera treba da se mijenja u vremenu po sljedećem zakonu:

$$u_{ed0}(t) = U_{ref} \cos(\hat{\beta}_0) - \xi_{10} \tanh(\xi_{20} x_{e0}), \qquad (4.28)$$

#### GLAVA 4. PRAVOLINIJSKO VOĐENJE FORMACIJE UMREŽENIH USV-OVA I PREDLOG NOVOG RJEŠENJA

gdje su  $\xi_{10}$  i  $\xi_{20}$  pozitivne konstante. Iz (4.28) je jasno da, nakon dostizanja željene formacije (tada je  $x_{e0} = 0$ ), brzina lidera (gledajući iz nepokretnog referentnog sistema {n}), postaje jednaka  $U_{ref}$ . Da bi se spriječila pojava prevelikih brzina koristi se nelinearna tangens hiperbolična funkcija, koja ima svojstvo zasićenja kada  $\xi_{20}x_{e0}$ poprima velike vrijednosti, odnosno kada je USV na velikom rastojanju od virtuelne tačke. Upravo, zakoni (4.25), (4.26) i (4.28) obezbjeđuju dostizanje ciljeva (4.14) -(4.15).

Odgovarajući GNC sistem lider plovila prikazan je na slici 4.2. On se sastoji od novog sistema kooperativnog vođenja, upravljačkog sistema (opisanog u drugoj glavi) i navigacionog sistema. Kretanje lidera je nezavisno od kretanja plovila pratilaca. Informacija o parametru putanje lidera  $\omega_0$  i njegovoj referentnoj brzini  $U_{d0} = U_{ref}$ distribuira se do ostalih plovila putem usvojene komunikacione infrastrukture.



Slika 4.2: GNC sistem lider USV-a.

#### Sistem vođenja pratioca

Zakon vođenja za plovila pratioce ima isti oblik kao zakon vođenja lidera:

$$\psi_{di} = \gamma_p + \arctan\left(-\frac{1}{\Delta_i}\left(y_{ei} + \hat{\beta}_i\right)\right), \quad i = 1, \dots, N - 1.$$
(4.29)

Treba napomenuti da se  $y_{ei}$  izračunava pomoću (4.6), (4.7) i (4.8), gdje  $q_i$  u (4.7) treba da zadovolji ograničenja koja nameće željeni geometrijski obrazac, odnosno  $q_i = q_0 + D_{yi}^*, i = 1, ..., N - 1.$ 

Zakon vođenja (4.29) obezbjeđuje da se svako plovilo pratilac kreće duž odgovarajuće referentne putanje, odnosno garantuje da  $y_{ei} \rightarrow 0$ . Minimizacija longitudi-

#### GLAVA 4. PRAVOLINIJSKO VOĐENJE FORMACIJE UMREŽENIH USV-OVA I PREDLOG NOVOG RJEŠENJA

nalne greške  $x_{ei}$  može se izvršiti analogno kao u slučaju lider plovila. S obzirom da referentna brzina formacije nije dostupna svim plovilima, to je potrebno izvršiti odgovarajuću modifikaciju zakona brzine (4.28). Informacija o referentnoj brzini  $U_{ref}$ distribuira se do svakog plovila pratioca u skladu sa sljedećim konsenzus protokolom:

$$\dot{U}_{di}(t) = \lambda_i \sum_{j=0}^{N-1} a_{ij} \left( U_{dj}(t) - U_{di}(t) \right), \quad i = 1, \dots, N-1,$$
(4.30)

gdje su  $U_{d0}(t) = U_{ref}$  i  $\lambda_i$  parametar koji utiče na brzinu konvergencije konsenzus protokola. Sada se zakon promjene brzine pratilaca može predstaviti u obliku:

$$u_{edi}(t) = U_{di}\cos(\hat{\beta}_i) - \xi_{1i}\tanh(\xi_{2i}x_{ei}),$$
(4.31)

gdje su  $\xi_{1i}$  i  $\xi_{2i}$  pozitivne konstante. Od trenutka uspostavljanja formacije  $t_{pi}$ , plovila se nadalje kreću željenom brzinom formacije  $U_{ref}$  (u odnosu na  $\{n\}$ ). Tada važi da je  $u_{edi}(t) = U_{ref} \cos(\hat{\beta}_i)$ , gdje su  $t \ge t_{pi}$  i  $\hat{\beta}_i = \beta$ .

Da bi se postigli ciljevi (4.16) i (4.17) potrebno je osigurati da se parametri putanja pratilaca  $\omega_i$  mijenjaju sa vremenom na odgovarajući način. Znajući vrijednost parametra putanje lider plovila  $\omega_0$ , plovila pratioci mogu sprovesti odgovarajuću upravljačku akciju u cilju uspostavljanja željene formacije. Polazna pretpostavka je da ova informacija nije istovremeno poznata svim pratiocima. Međutim, svaki pratilac može distribuirati vrijednost sopstvenog parametra  $\omega_i$  susjednim plovilima putem komunikacione mreže. Stoga se predlaže sljedeći zakon promjene parametra putanje plovila pratioca:

$$\dot{\omega}_{i} = \frac{U_{i}\cos(\psi_{i} - \gamma_{p}) - U_{i}\sin(\psi_{i} - \gamma_{p})\hat{\beta}_{i} + \kappa_{i}x_{ei}(\omega_{i})}{\sqrt{1 + p^{2}}} + c_{i}\sum_{j=0}^{N-1} a_{ij}(\omega_{j} - \omega_{i} + D_{xj}^{*} - D_{xi}^{*}), \quad i = 1, \dots, N-1.$$

$$(4.32)$$

Dizajn (4.32) motivisan je dizajnom distribuiranih opservera kod multiagentnih sistema [105], [21], [22]. U stacionarnom stanju, kada brzine svih plovila postanu jednake (za  $x_{ei} = 0$ ), parametar putanje  $\omega_i$  će konvergirati ka  $\omega_0 + D_{xi}^*$ . Dakle, zakon vođenja (4.29), zajedno sa zakonom promjene relativne longitudinalne brzine (4.31) i zakonom ažuriranja parametra putanje (4.32), obezbijediće da plovila pratioci održavaju željenu poziciju u odnosu na lidera. Odgovarajući GNC sistem plovila pratioca predstavljen je na slici 4.3.



Slika 4.3: GNC sistem plovila pratioca.

# 4.3.4 Upravljački sistem za autonomno kretanje formacije plovila

Upravljački sistem, koji se koristi u ovom rješenju, detaljno je opisan u drugom poglavlju. S obzirom da je pretpostavljeno da se sva plovila kreću relativno malim brzinama (do 2m/s), to se može primijeniti nezavisno upravljanje uglom zakretanja  $\psi_i$  i longitudinalnom brzinom  $u_{ei}$ .

Kretanje *i*-tog plovila u longitudinalnom pravcu (u odnosu na  $\{n\}$ ) opisuje se jednačinom  $u_{ei} = u_{ri} + V_c \cos(\theta_c - \psi_i)$ , gdje je  $u_{ri}$  relativna longitudinalna brzina USV-a. Na osnovu jednačine (4.4), vremenska promjena ove brzine može se predstaviti kao:

$$\dot{u}_{ri} = \frac{X_{ui}}{m_i - X_{\dot{u}i}} u_{ri} + \frac{1}{m_i - X_{\dot{u}i}} \tau_{ui}.$$
(4.33)

Upravljački zakon se bira da bude PI tipa:

$$\tau_{ui} = -\left(K_{p1i}\left(u_{ei} - u_{edi}\right) + K_{s1i}\int_{0}^{t}\left(u_{ei} - u_{edi}\right) dt\right), \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (4.34)$$

gdje se pojačanja  $K_{p1i}$  i  $K_{s1i}$  određuju kao u [68].

Zakon promjene longitudinalne brzine  $u_{edi}$  je dat jednačinom (4.28) za lider plovilo, odnosno (4.31) za plovila pratioce.

Primjedba 4.5.1 Uslov izložen u primjedbi (4.2.3) povlači da vrijednost relativne longitudinalne brzine *i*-tog plovila u svakom trenutku treba ostati u dozvoljenim granicama:

$$u_{ri}(t) \in [u_{rmin}, u_{rmax}], \quad i = 0, \dots, N-1,$$
(4.35)

gdje je  $u_{rmax} > 0$  maksimalno dozvoljena vrijednost relativne brzine, a  $u_{rmin} > 0$ ,  $u_{rmin} < u_{rmax}$  je donja granica relativne brzine ispod koje nijedno stanje plovila više nije kontrolabilno.

Sa druge strane, upravljanje uglom zakretanja  $\psi_i$  zasniva se na Nomoto modelu prvog reda. Ovaj model dobija se eliminisanjem lateralne brzine iz podsistema za kružno i lateralno kretanje u (1.33) i može se predstaviti sljedećim sistemom jednačina:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_i = r_i, \\ T_i \dot{r}_i + r_i = \tau_{ri}, \end{cases}$$
(4.36)

gdje su  $T_i$  efektivna vremenska konstanta i  $\tau_{ri}$  upravljački signal.

Ponašanje sistema (4.36) se u prostoru stanja modeluje na sljedeći način:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i, \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i, \end{cases}$$
(4.37)

gdje su:  $\mathbf{x}_i = [\psi_i \ r_i]^T$  - vektor stanja sistema;  $y_i = \psi_i$  - mjereno stanje sistema. Odgovarajuće matrice prostora stanja su:

$$\mathbf{A}_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 0 & -\frac{1}{T_{i}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{i} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_{i}} \end{bmatrix}^{T}, \quad \mathbf{C}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
(4.38)

Konačno, upravljanje uglom zakretanja plovila može se ostvariti pomoću kontrolera PD tipa u sljedećem obliku [68]:

$$\tau_{ri} = -K_{p2i} \left( \psi_i - \psi_{\rm di} \right) - K_{d2i} \dot{\psi}_i, \quad i = 0, \dots, N-1, \tag{4.39}$$

gdje su  $K_{p2i}$  i  $K_{d2i}$  proporcionalno, odnosno diferencijalno pojačanje koja se određuju kao u [68].

# Glava 5

# Rezultati

U ovoj glavi prezentovani su rezultati numeričkih simulacija sprovedenih u MA-TLAB programskom paketu. Glava je podijeljenja na četiri dijela. Prvi dio sadrži pregled performansi predloženog sistema kooperativnog zakona vođenja opisanog u prethodnoj glavi. Ispitane su performanse algoritma u pogledu greške u praćenju zadate formacije, greške predloženog distribuiranog opservera, kao i greške u estimaciji ugla bočnog klizanja. Drugi dio odnosi se na validaciju performansi algoritma kroz različite scenarije kretanja formacije plovila. U trećem dijelu izvršena je analiza uticaja promjene komunikacionih veza na dinamiku kretanja formacije plovila. U posljednjem potpogljavlju sprovedena je komparativna analiza različitih estimatora ugla bočnog klizanja u pogledu brzine konvergencije i tačnosti.

Analiza performansi algoritma sprovedena je nad istim umreženim sistemom od pet potpogonjenih plovila (jednog lidera i četiri pratioca). Čvorom, u oznaci 0, predstavljen je lider. Ostalim brojevima označena su plovila pratioci. Mase plovila i početni uglovi zakretanja usvojeni su proizvoljno:  $m_0 = 2.1kg$ ,  $m_1 = 3.5kg$ ,  $m_2 = 4.7kg$ ,  $m_3 = 5.3kg$ ,  $m_4 = 6.5kg$ , odnosno  $\psi_{00} = \pi/3$ ,  $\psi_{01} = \pi/4$ ,  $\psi_{02} = \pi/6$ ,  $\psi_{03} = \pi/12$ ,  $\psi_{04} = \pi/9$ . U svim analizama i scenarijima kretanja, na posmatrani sistem plovila djeluje ista morska struja. Pravac njene brzine određen je uglom  $\theta_c = 2\pi/3 \ rad$ , dok se intenzitet mijenja u vremenu po zakonu:  $V_c(t) = 0.3\sin(4 \cdot 10^{-4}t) \ m/s$ . Mrežna topologija koja se koristi u svim razmatranjima (izuzev scenarija 3 u potpoglavlju 5.2 i analizi sprovedenoj u sekciji 5.3) opisana je matricom susjedstva (5.1), dok je odgovarajući graf prikazan na slici 5.1.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.1)



Slika 5.1: Mrežna topologija na kojoj je testiran predloženi algoritam.

Referentna brzina formacije iznosi  $U_{ref} = 2m/s$ , osim u scenariju 2 potpoglavlja 5.2, gdje se ispituje odziv sistema plovila na promjenu vrijednosti ove brzine. Referentne putanje  $\mathcal{P}_i$  (i = 0, 1, ..., N - 1) imaju isti koeficijent pravca koji iznosi  $p_i = 0.3$ . Ostali parametri uzimaju sljedeće vrijednosti: T = 1, K = 10,  $\Delta_i = 10$ ,  $\mathbf{R}_i = 0.1$ ,  $\mathbf{Q}_i = \text{diag}([0.1, 1])$ ,  $\kappa_0 = \kappa_i = 10$ ,  $c_i = 0.1$ ,  $\lambda_i = 0.1$ ,  $\xi_{10} = \xi_{1i} = 0.3$  i  $\xi_{20} = \xi_{2i} = 5$ .

### 5.1 Analiza performansi predloženog algoritma

U ovom potpoglavlju su evaluirane performanse predloženog algoritma u kontekstu praćenja zadate formacije, greške predloženog distribuiranog opservera, kao i greške u estimaciji ugla bočnog klizanja. Referentna putanja lidera definisana je sa  $p_0 = 0.3$  i  $q_0 = 0$ , dok su željene relativne pozicije pratilaca u odnosu na lidera određene sa:  $D_{x_i}^* = \{50, 50, -50, -50\}$  i  $D_{y_i}^* = \{65, -35, -65, 35\}$ .

Slika 5.2 prikazajue trajektorije kretanja USV-ova, kao i njihov prostori raspored u različitim vremenskim trenucima. Evidentno je da plovila konvergiraju ka željenim referentnim putanjama i pritom uspostavljaju željeni geometrijski obrazac. Takođe, može se uočiti da uglovi zakretanja plovila odstupaju od pravca putanje, što ukazuje da je ostvarena kompenzacija ugla bočnog klizanja.



Slika 5.2: Proces uspostavljanja zadate formacije.

Transverzalne i longitudinalne greške u praćenju virtuelnih tačaka, za svaki individualni USV, prikazane su na slikama 5.3 i 5.4, respektivno. Primjetno je da greška  $y_{ei}$  brže konvergira nuli od greške  $x_{ei}$ . Fizička interpretacija toga je da plovila najprije uspostave kretanje po referentnim putanjama, a potom zauzmu željena relativna rastojanja u odnosu na lider plovilo.



Slika 5.3: Vremenska promjena transverzalnih grešaka USV-ova.



Slika 5.4: Vremenska promjena longitudinalnih grešaka USV-ova.

Ukupna greška u praćenju zadate formacije konvergira nuli kada su i  $x_{ei}$  i  $y_{ei}$  jednaki 0, što se dešava nakon otprilike 500s od početka kretanja USV-ova. Nakon toga, posmatrani sistem plovila nastavlja da se kreće kao jedno tijelo, konstatnom brzinom  $U_{ref}$  (vidjeti sliku 5.7). Tada uglovi zakretanja  $\psi_i$  ulaze u stacionarna stanja čiji vremenski oblici odgovaraju prostoperiodičnoj promjeni brzine morske struje (vidjeti sliku 5.8). Fizički gledano, to znači da plovila periodično mijenjaju ugao zakretanja kompenzujući na taj način uticaj poremećaja nastalih usljed morske struje.

Slika 5.5 prikazuje estimiranu i stvarnu vrijednost ugla bočnog klizanja, demonstrirajući efikasnu konvergenciju estimiranih vrijednosti ka stvarnim vrijednostima.



Slika 5.5: Tačna ( $\beta_i$ ) i estimirana ( $\hat{\beta}_i$ ) vrijednost ugla bočnog klizanja.

Primjetno je da se stvarni ugao bočnog klizanja pratilaca mijenja tokom vremena usljed promjenljivog vektora longitudinalne brzine  $\mathbf{u}_{ei}(t)$  kao i promjenljivog intenziteta i smjera vektora brzine morske struje  $\mathbf{V}_{c}(t)$ .

Razlike između parametra putanje pratioca  $\omega_i$  i parametra putanje lidera  $\omega_0$  prikazane su na slici 5.6. Uočava se da ove razlike konvergiraju ka 50 m, odnosno -50 m, što odgovara željenim relativnim udaljenostima između plovila duž *x*-ose. Ovo ukazuje da je sinhronizacija plovila pratilaca sa liderom uspješno postignuta.



Slika 5.6: Razlike parametara putanja patilaca i lidera.

Sa druge strane, slika 5.7 ilustruje promjenu brzine USV-ova u vremenu. Može se primijetiti da, zbog različitih početnih pozicija i orijentacije, neka plovila usporavaju, dok druga ubrzavaju sve dok se ne postigne željena formacija, nakon čega se svi USV-ovi kreću istom brzinom  $U_{ref}$ .



Slika 5.7: Promjena rezultantnih brzina USV-ova u vremenu.

Tačnost u postizanju željene formacije prevashodno zavisi od usvojenih upravljačkih zakona. Na slikama 5.8 i 5.9 može se uočiti da usvojeni kontroleri ugla zakretanja  $\psi_i$  i longitudinalne brzine kretanja  $u_{ei}$  obezbjeđuju dovoljno dobro praćenje referentnih vrijednosti  $\psi_{di}$  i  $u_{edi}$ , respektivno (i = 0, 1, ..., N - 1).



Slika 5.8: Prikaz referentne  $(\psi_{di})$  i trenutne  $(\psi_i)$  vrijednosti ugla pravca.



Slika 5.9: Prikaz referentne  $(u_{edi})$  i trenutne  $(u_{ei})$  vrijednosti longitudinalne brzine.

## 5.2 Analiza brzine konvergencije algoritma

U ovom potpoglavlju, kroz tri različita scenarija kretanja formacije plovila biće sprovedeno testiranje performansi predloženog algoritma. Ovi primjeri su osmišljeni tako da odgovaraju realnim situacijama u kojima se posmatrani sistem plovila može naći.

### Scenario 1: Praćenje vremenski promjenljive referentne brzine

U prometnim morskim zonama prepreke pri kretanju formacije plovila mogu se iznenada pojaviti. Stoga, neopohodno je da USV-ovi prilagode svoje brzine, oblik formacije ili pravac kretanja kako bi izbjegli sudare sa drugim plovilima ili stacionarnim objektima na moru. Sa druge strane, globalni cilj formacije može se promijeniti tokom započete misije (zbog novih informacija ili promjena situacije), što može dovesti do promjene brzine kretanja.

U ovom scenariju analizirano je ponašanje predloženog algoritma u pogledu trajanja tranzijentnog procesa (slika 5.10) i tačnosti u održavanju zadate formacije (slike 5.11 i 5.12) za različite zakone promjene referentne brzine lidera (formacije) definisanih u obliku funkcije dio-po-dio (5.2).

$$U_{\rm ref}(t) = \begin{cases} 2\,{\rm m/s}, & t \in [0,750]\,{\rm s} \\ (2.5 + 0.1\,\sin(0.01 \cdot t))\,\,{\rm m/s}, & t \in (750,1225]\,{\rm s} \\ 3\,{\rm m/s}, & t \in (1225,1600]\,{\rm s} \\ 1.5\,{\rm m/s}, & t \in (1600,2000]\,{\rm s} \end{cases}$$
(5.2)



Slika 5.10: S1: Vremenska promjena brzine plovila  $U_i$ .

Sa slike (5.10) evidentno je da brzine plovila  $U_i(t)$  konvergiraju referentnoj brzini (5.2) na svakom posmatranom vremenskom intervalu. Najduži prelazni proces ima se u samom startu. Glavni razlog tome je što su USV-ovi daleko od odgovarajućih virtuelnih tačaka. Drugim riječima, longitudinalna i transverzalna greška u početnom trenutku imaju najveću vrijednost. Još jedan razlog su kašnjenja koja unose distribuirani opserver i konseznus protokol prenosa informacije o referentnoj brzini lidera. To znači da je potrebno određeno vrijeme da se uspostavi virtuelna struktura, odnosno da greška opservera (4.16) padne na nulu. Od trenutka ulaska u stacionarno stanje (trenutak kada su ciljevi (4.15) - (4.17) dostignuti), može se uočiti da je svaki naredni prelazni proces znatno brži. Tada kašnjenje u postizanju zadate brzine unosi samo prirodna inertnost plovila. Upoređujući vremenske oblike prelaznih procesa, može se doći do zaključka da je preskok u vrijednosti brzina utoliko veći ukoliko je masa plovila veća.

Na slikama 5.11 i 5.12 prikazani su vremenski oblici longitudinalne, odnosno transverzalne greške. Jasno se vidi da ove greške konvergiraju ka nuli, što znači da sistem plovila zauzima željenu formaciju. Može se uočiti da svaka promjena brzine formacije, odnosno lidera, dovodi do većeg ili manjeg odstupanja od zadatog geometrijskog oblika formacije.



Slika 5.11: S1: Vremenska promjena longitudinalne greške  $x_{ei}$ .



Slika 5.12: S1: Vremenska promjena transverzalne greške  $y_{ei}$ .

### Scenario 2: Sukcesivna promjena oblika formacije pri ravnomjernom kretanju sistema plovila

Promjena oblika formacije tokom kretanja može obezbijediti sigurnije izvršavanje globalnog zadatka. Na primjer, brzim zauzimanjem odgovarajućeg geometrijskog obrasca mogu se izbjeći uočene prepreke. Sa druge strane, u [108] je pokazano da različiti oblici formacije različito utiču na energetsku efikasnost sistema plovila. Kretanje u takozvanom V-obliku smanjuje hidrodinamički otpor na plovila pratioce, čime se štedi energija i povećava domet USV-ova. Ovo je naročito korisno za dugotrajne misije gde je energetska efikasnost ključna.

U ovom scenariju ispitane su performanse predloženog algoritma u pogledu stabilnosti i tačnosti uspostavljanja tri različita oblika formacije. Tokom vremena trajanja simulacije ( $T_s = 2000 \,\mathrm{s}$ ), razmatran je sukcesivni prelazak iz jednog u drugi prostorni raspored. Na slici 5.13 prikazan je proces uspostavljanja kvadratne formacije, posmatran unutar intervala  $t \in [0, 715] \,\mathrm{s}$ . U trenutku  $t = 715 \,\mathrm{s}$  dolazi do izmjene oblika formacije, odnosno do prelaska u V - raspored (slika 5.14). Od trenutka  $t = 1250 \,\mathrm{s}$ plovila započinju obrazovanje lančanog rasporeda (slika 5.15).



Slika 5.13: S2: Kvadratna formacija: a) t=15s, b) t=715s.



Slika 5.14: S2: V - oblik formacija: a) t=720s, b) t=1250s.



Slika 5.15: S2: Lančana formacija: a) t=1260s, b) t=2000s.

Crvenom bojom označena su realna plovila. Plavom bojom predstavljene su virtuelne strukture koje definišu referentnu poziciju i orijentaciju pripadnog plovila za dati trenutak. Isprekidanim linijama označene su putanje virtuelnih plovila, dok su putanje realnih plovila predstavljene punim linijama. Crnom strelicom označen je trenutni vektor greške  $\mathbf{r}_{ei}(t)$  u postizanju referentne pozicije plovila u formaciji. Dužina ovog vektora određena je izrazom  $|\mathbf{r}_{ei}(t)| = \sqrt{x_{ei}^2(t) + y_{ei}^2(t)}$ , gdje je i = 0, 1, 2, 3, 4. Uočava se da nakon završenog tranzijenta  $(t_1 = 715 \text{ s}, t_2 = 1250 \text{ s}, t_3 = 2000 \text{ s})$  intenzitet vektora  $\mathbf{r}_{ei}(t)$  konvergira nuli. Neposredno, to znači da plovila zauzimaju željeni geometrijski oblik. Ovo je evidentno i sa slike 5.16 na kojoj je prikazana vremenska promjena relativnih referentnih rastojanja (duž x-ose) za različite oblike formacije. Promjena brzine *i*-tog USV-a u vremenu data je na slici 5.17. Može se zaključiti da nakon svakog prelaznog procesa brzine svih plovila konvergiraju referentnoj brzini formacije (5m/s). Izuzetak pravi lider plovilo, čija je trenutna brzina invarijantna na promjenu oblika formacije. Važno je uočiti da pri promjeni njenog oblika, sistem plovila i dalje ostaje stabilan.



Slika 5.16: S2: Odziv distriburianog opservera na promjenu oblika formacije.



Slika 5.17: S2: Promjena brzine *i*-tog USV-a u procesu promjene oblika formacije.

### Scenario 3: Vremenski promjenljiva komunikaciona arhitektura

U ovom scenariju razmotren je uticaj vremenske promjene komunikacionih veza među agentima na konvergenciju predloženog algoritma. U mnogim praktičnim primjenama, ponekad nije izvodljivo da agenti održavaju fiksne komunikacione veze iz razloga poput izbjegavanja sudara, otkazivanja veze ili ograničenja dometa komunikacije. Zbog toga je bitno da algoritmi vođenja budu robusni na promjene u komunikacionoj topologiji.

Analizirane su tri različite mrežne topologije prikazane na slici 5.18. Algoritam

je testiran na sukcesivni prelazak sa jedne na drugu komunikacionu topologiju. Minimalno vrijeme zadržavanje jedne topologije je 100s (eng. *dwell time*). Lider se kreće konstantnom brzinom  $U_0(t) = 3m/s$ , dok se topologije smjenjuju prema prekidačkom signalu prikazanom na slici 5.19.



Slika 5.18: S3: Komunikacione topologije.



Slika 5.19: S3: Prekidački signal.

Slika 5.20 prikazuje prostorni raspored formacije plovila i virtuelne strukture u četiri različita vremenska trenutka: a) t = 50 s, b) t = 300 s, c) t = 1000 s, d) t = 2000 s. Crvenim tačkama označena su plovila, dok je odgovarajućim linijama istaknut trenutni oblik formacije. Plavim tačkama predstavljene su pripadne virtuelne tačke, odnosno datom bojom istakuta trenutna virtuelna struktura. Evidentno je da predloženi algoritam omogućava postizanje željenog geometrijskog oblika i pri promjeni topologije mreže.



Slika 5.20: S3: Prostorni raspored formacije plovila i virtuelne strukture u različitim trenucima.

Uticaj izmjene komunikacionih veza na brzinu kretanja formacije može se utvrditi na osnovu slike 5.21. Upoređujući slike 5.20 i 5.21 može se zaključiti da je greška u praćenju željene formacije srazmjerna odstupanju brzine plovila  $U_i(t)$  od željene vrijednosti. Najveći preskoci u brzinama plovila imaju se u intervalu  $t \in [0, 200] s$ , kada se ima i najveće odstupanje rasporeda plovila od onog definisanog virtuelnom strukturom. Primjetno je da sa porastom vremena, rezultantne brzine USV-ova konvergiraju zadatoj vrijednosti  $U_{ref} = 3m/s$ , odnosno da relativna rastojanja plovila konvergiraju željenim vrijednostima.

Sa druge strane, uticaj vremenski promjenljive topologije na odziv distribuiranog opservera prikazan je na slici 5.21. Evidentno je da relativna rastojanja virtuelnih tačaka, u pravcu x-ose, konvergiraju zadatim vrijednostima. Na osnovu jednačine (4.7) slijedi da isto važi i za pravac y - ose. Drugim riječima, virtuelna struktura zauzima željeni geometrijski oblik.



Slika 5.21: S3: Rezultantna brzina *i*-tog USV-a.



Slika 5.22: S3: Odziv distribuiranog opservera.

# 5.3 Uticaj različitih komunikacionih topologija na brzinu uspostavljanja formacije

Multi-robotski sistemi funkcionišu u dinamičnim okruženjima, gdje je sposobnost reagovanja na promjenljive okolnosti od suštinskog značaja. Efikasna kolektivna reakcija zahtijeva odgovarajući prenos informacija među agentima i stoga, na određeni način, zavisi od oblika mrežne topologije. U ovoj sekciji sprovedena je komparativna analiza uticaja različitih komunikacionih topologija na brzinu konvergencije predloženog distiribuiranog algoritma. Na slici 5.23 dat je prikaz grafova koji opisuju mrežne topologije na kojima je testiran predloženi algoritam. Grafovi su poređani tako da svaka naredna topologija ima za jednu više komunikacionu vezu od prethodne. Na samom početku ima se lančana konfiguracija. Zatim se posmatra regularni petougaonik koji se postepeno usložnjava do potpuno povezane strukture. Kao mjere tačnosti u praćenju željene formacije usvojena su vremena:

- $\Delta t_{e1}$  Minimalno vrijeme potrebno da greške  $|x_e|$  i  $|y_e|$  svih plovila upadnu u opseg  $[0, \Delta e_1]$ , gdje je  $\Delta e_1[m]$  dozvoljeno odstupanje u praćenju referentnog geometrijskog oblika.
- $\Delta t_{e_2}$  Minimalno vrijeme potrebno da greške distribuiranog opservera  $e_{\omega j} = |(\omega_j \omega_0) + D_{xj}^*|$  upadnu u opseg [0,  $\Delta e_2$ ], gdje su  $\Delta e_2[m]$  dozvoljeno odstupanje opservera pri uspostavljanju zadatog oblika formacije i j = 1, 2, 3, 4.



Slika 5.23: Mrežne topologije za testiranje predloženog algoritma.

Na slici 5.24 prikazana je promjena vremena  $\Delta t_{e1}$  u zavisnosti od različitih stepena tačnosti  $\Delta e_1$ . Sa druge strane, slika 5.25 prikazuje vrijeme  $\Delta t_{e2}$  neophodno da distribuirani opserver obrazuje virtuelnu strukturu željenog geometrijskog oblika, sa tačnošću  $\Delta e_2$ .



Slika 5.24: Vrijeme potrebno da plovila zauzmu trenutnu virtuelnu strukturu, sa tačnošću  $\Delta e_1$ , za različite mrežne topologije.



Slika 5.25: Vrijeme potrebno da distribuirani opserver obrazuje željenu virtuelnu strukturu sa tačnošću  $\Delta e_2$  za različite mrežne topologije.

Sa slike 5.25 uočava se da za svaku vrijednost tačnosti  $\Delta e_2$  topologija  $T_5$  osigurava najbržu konvergenciju distribuiranog opservera, što nije slučaj sa vremenom odziva sistema plovila  $\Delta t_{e1}$ . Sa slike 5.24 jasno se uočava da za malu tačnost u praćenju virtuelne strukture ( $\Delta e_1 > 0.05 m$ ) lančana topologija obezbjeđuje najbrži odziv plovila (najkraće vrijeme  $\Delta t_{e1}$ ). Za veće tačnosti, primat preuzima topologija  $T_6$ , pa tek  $T_5$ . Potrebno je napomenuti da obrazovanje virtulene strukture, željenog geometrijskog oblika, iziskuje najviše vremena upravo u slučaju lančane topologije  $T_1$  (slika 5.25).

Opšta zakonitost, koja opisuje zavisnosti brzine uspostavljanja željene formacije od mrežne topologije, može se utvrditi jedino komparativnom analizom odgovarajućih grafika sa obje slike. Generalni zaključak je da povećanje komunikacionih veza povlači smanjenje i vremena  $\Delta t_{e1}$  i vremena  $\Delta t_{e2}$ . Drugim riječima, veći broj komunikacionih veza omogućava plovilima da brže uspostave željenu formaciju. Vidi se da najbrže i najpreciznije uspostavljanje željene formacije obezbjeđuje topologija  $T_5$ .

# 5.4 Uticaj estimatora ugla bočnog klizanja na performanse kretanja formacije

U ovom potpoglavlju sprovedena je komparativna analiza uticaja različitih estimatora ugla bočnog klizanja  $\beta$  na kretanje sistema plovila. Na slici 5.26 prikazan je prostorni raspored plovila u različitim trenucima. Odgovarajuće putanje plovila označene su linijama različite boje u zavisnosti od tipa estimatora.



Slika 5.26: Uspostavljanje formacije USV-ova u slučaju različitih zakona vođenja.

Sa slike 5.27 evidentno je da najmanje odstupanje u praćenju referentne putanje obezbjeđuje zakon vođenja baziran na Kalmanovom filtru (KFLOS). Značajno veća odstupanja imaju se u slučaju postojećih zakona vođenja (ILOS i AILOS).



Slika 5.27: Greške u praćenju referentne putanje u slučaju različitih zakona vođenja.

# 5.4.1 Komparativna analiza performansi različitih estimatora ugla bočnog klizanja

U ovoj sekciji izvršena je analiza performansi različitih estimatora ugla bočnog klizanja u pogledu brzine i tačnosti pri estimaciji nepoznate vrijednosti datog ugla. Na slici 5.28 prikazani su rezultati ove analize u slučaju kada ugao bočnog klizanja ima konstantnu vrijednost. Radi jednostavnosti, pritom ne gubeći na opštosti, posmatrano je kretanje samo jednog plovila iz zadate formacije.



Slika 5.28: Vremenska promjena tačne ( $\beta$ ) i procijenjene ( $\hat{\beta}$ ) vrijednosti ugla bočnog klizanja ( $V_c = \text{const}$ ).

Evidentno je da estimator baziran na Kalmanovom filtru obezbjeđuje najbržu konvergenciju estimirane ka tačnoj vrijednosti ugla  $\beta$ . Sa druge strane, estimacija koju pruža AILOS zakon vođenja znatno sporije konvergira ka egzaktnoj vrijednosti. Konačno, može se uočiti da vremenska promjena "estimacije", koja odgovara ILOS zakonu vođenja, značajno odstupa od promjene ugla  $\beta$  u vremenu, što ukazuje na loše performanse datog rješenja u ovom slučaju.

Sa druge strane, na slici 5.29 prikazani su rezultati analogne analize, gdje se razmatra prostoperiodična promjena intenziteta brzine morske struje. Uočava se da estimirane vrijednosti, koje se imaju u slučaju AILOS i ILOS zakona vođenja, u stacionarnom stanju značajno odstupaju od tačne vrijednosti. KF estimator obezbjeđuje dosta preciznu estimaciju tačne vrijednosti, kako u prelaznom procesu, tako i u stacionarnom stanju kretanja plovila.



Slika 5.29: Vremenska promjena tačne vrijednosti ( $\beta$ ) i procijenjene vrijednosti ( $\beta$ ) ugla bočnog klizanja ( $V_c \neq \text{const}$ ).

Radi fer poređenja, potrebno je sagledati performanse u oba slučaja (slučaj konstantnog, odnosno promjenljivog intenziteta brzine morske struje). Generalni zaključak je da estimator baziran na Kalmanovom filtru pokazuje superiornost u pogledu brzine i tačnosti prilikom estimacije nepoznatog ugla bočnog klizanja u poređenju sa preostale dvije metode. Samim tim postiže se preciznije vođenje formacije autonomnih plovila duž zadate pravolinijske putanje u odnosu na slučaj kada se koriste ostali pristupi za estimaciju ugla bočnog klizanja.

# Zaključak

U radu je predložen algoritam za automatsko vođenje formacije 3DOF potpogenjenih plovila duž pravolinijske putanje zadatom brzinom. Predloženo rješenje zasnovano je na lider - pratilac upravljačkoj strategiji. Ova strategija podrazumijeva vođenje plovila pratilaca duž odgovarajućih (paralelnih) putanja i sinhronizaciju njihovih relativnih rastojanja sa plovilom liderom. Estimacija trenutne pozicije virtuelne tačke lidera i njegove referentne brzine vrši se uz pomoć distribuiranog opservera i konsenzus protokola. Na osnovu estimiranih vrijednosti datih veličina, pratioci generišu odgovarajuće upravljačke signale koji im omogućavaju da zauzmu željenu relativnu poziciju u odnosu na lidera. Konkretno, za minimizaciju transverzalnih grešaka u praćenju zadatih putanja i kompenzaciju ugla bočnog klizanja usvojen je KFLOS zakon vođenja. Sa druge strane, minimizacija longitudinalnih grešaka u praćenju zadate formacije, postiže se primjenom odgovarajućeg zakona promjene brzine.

Na osnovu sprovedenih istraživanja u master tezi i prezentovanih rezultata može se izvesti nekoliko zaključaka. Naime, pokazano je da predloženi distribuirani opserver omogućava tačnu estimaciju trenutne pozicije virtuelne tačke lidera u različitim realnim scenarijima kretanja, obezbjeđujući sinhronizaciju međusobnih rastojanja virtuelnih tačaka i formiranje virtuelne strukture željenog geometrijskog oblika bez greške. Dodatno, utvrđeno je da usvojeni KFLOS zakon vođenja postiže bržu estimaciju ugla bočnog klizanja u odnosu na druge metode, što rezultira bržom konvergencijom individualnih plovila ka odgovarajućim putanjama. Predloženi nelinearni zakon promjene longitudinalne brzine obezbjeđuje precizno praćenje virtuelne strukture, čime se omogućava uspostavljanje željene formacije. Rezultati simulacija pokazuju da usložnjavanje komunikacione topologije dovodi do veće tačnosti i brzine u uspostavljanju zadate formacije. Međutim, utvrđeno je da ta zavisnost nije linearno rastuća. Drugim riječima, topologija sa jednom više komunikacionom vezom ne povlači obavezno i veću tačnost i brzinu u postizanju formacije. Na kraju, konstantovano je da se upravljački ciljevi postižu čak i u prisustvu promjenljivih spoljašnjih poremećaja i za proizvoljno usvojene početne uslove. Ovim je pokazana robusnost predloženog upravljačkog algoritma na spoljne poremećaje i početnu inicijalizaciju relevantnih promjenljivih.

Ograničenja predloženog algoritma proizilaze iz usvojenih polaznih pretpostavki. Jedna od njih jeste da plovila trenutno razmjenjuju informacije. U radu nijesu razmatrani efekti vremenskih kašnjenja, odnosno njihov uticaj na performanse predloženog distribuiranog algoritma. Buduće istraživanje će biti usmjereno ka ispitivanju uticaja gubitka komunikacije i vremenskih kašnjenja na stabilnost cjelokupnog sistema. Druga polazna pretpostavka jeste da tokom obrazovanja željene formacije ne dolazi do kolizija među plovilima. Razmatran je slučaj slobodne morske površine, odnosno scenario u kojem nema pokretnih, niti stacionarnih objekata na moru. Dalji pravac istraživanja će ići na unapređenje algoritma kako bi se omogućilo izbjegavanje mogućih prepreka. Buduća istraživanja će, takođe, biti fokusirana na pružanje teorijskih dokaza o stabilnosti predloženih metoda i njihovo proširenje na krivolinijske putanje.

# Bibliografija

- Z. Liu, Y. Zhang, X. Yu, and C. Yuan, "Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges," *Annu. Rev. Control*, vol. 41, pp. 71–93, jan 2016.
- T. I. Fossen, Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [3] N. Božidar, Fizička mehanika. 2018.
- [4] T. Perez and M. Blanke, "Mathematical Ship Modeling for Control," Tech. Univ. Denmark, pp. 1–22, 2002.
- [5] T. I. Fossen, Guidance and Control of Ocean Vehicles. 1994.
- [6] Syed Ali Ajwad, Distributed control of multi-agent systems under communication constraints : application to robotics. PhD thesis, 2020.
- [7] M. A. Kamel, X. Yu, and Y. Zhang, "Formation control and coordination of multiple unmanned ground vehicles in normal and faulty situations: A review," *Annu. Rev. Control*, vol. 49, pp. 128–144, jan 2020.
- [8] L. Briñon Arranz, "Cooperative control design for a fleet of AUVs under communication constraints,"
- [9] Y. Shi, C. Shen, H. Fang, and H. Li, "Advanced control in marine mechatronic systems: A survey," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 22, pp. 1121–1131, jun 2017.
- [10] Z. Peng, D. Wang, Y. Shi, H. Wang, and W. Wang, "Containment control of networked autonomous underwater vehicles with model uncertainty and ocean disturbances guided by multiple leaders," *Inf. Sci. (Ny).*, vol. 316, pp. 163–179, sep 2015.
- [11] R. Cui, S. S. Ge, B. Voon Ee How, and Y. Sang Choo, "Leader-follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles," *Ocean Eng.*, vol. 37, pp. 1491–1502, dec 2010.
- [12] Z. Peng, D. Wang, Z. Chen, X. Hu, and W. Lan, "Adaptive dynamic surface

control for formations of autonomous surface vehicles with uncertain dynamics," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 21, no. 2, pp. 513–520, 2013.

- [13] J. Almeida, C. Silvestre, and A. Pascoal, "Cooperative control of multiple surface vessels in the presence of ocean currents and parametric model uncertainty," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 20, pp. 1549–1565, sep 2010.
- [14] A. M. Lekkas and T. I. Fossen, "Integral LOS path following for curved paths based on a monotone cubic hermite spline parametrization," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 22, no. 6, pp. 2287–2301, 2014.
- [15] T. I. Fossen, "An Adaptive Line-of-Sight (ALOS) Guidance Law for Path Following of Aircraft and Marine Craft," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 31, pp. 2887–2894, nov 2023.
- [16] L. Asanin, L. Martinovic, Z. Zecevic, M. Bibuli, R. Ferretti, and M. Caccia, "Improved LOS Guidance Law for Path Following of Underactuated USV with Sideslip Compensation," 2023 27th Int. Conf. Inf. Technol. IT 2023, 2023.
- [17] N. Gu, Z. Peng, D. Wang, Y. Shi, and T. Wang, "Antidisturbance Coordinated Path Following Control of Robotic Autonomous Surface Vehicles: Theory and Experiment," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 24, pp. 2386–2396, oct 2019.
- [18] L. Liu, D. Wang, and Z. Peng, "Coordinated path following of multiple underacutated marine surface vehicles along one curve," *ISA Trans.*, vol. 64, pp. 258–268, sep 2016.
- [19] K. Pettersen, J. Gravdahl, and H. Nijmeijer, "Group coordination and cooperative control," *Gr. Coord. Coop. Control*, 2006.
- [20] E. Børhaug, A. Pavlov, and K. Y. Pettersen, "Cross-track formation control of underactuated surface vessels," *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, pp. 5955– 5961, 2006.
- [21] E. Børhaug, A. Pavlov, E. Panteley, and K. Y. Pettersen, "Straight line path following for formations of underactuated marine surface vessels," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 19, pp. 493–506, may 2011.
- [22] D. J. Belleter and K. Y. Pettersen, "Path following for formations of underactuated marine vessels under influence of constant ocean currents," *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 2015-Febru, no. February, pp. 4521–4528, 2014.
- [23] L. Lapierre, D. Soetanto, and A. Pascoal, "Coordinated motion control of marine robots," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 36, pp. 217–222, sep 2003.
- [24] E. Kyrkjebø, K. Y. Pettersen, M. Wondergem, and H. Nijmeijer, "Output synchronization control of ship replenishment operations: Theory and experi-

ments," Control Eng. Pract., vol. 15, pp. 741–755, jun 2007.

- [25] M. Breivik, V. E. Hovstein, and T. I. Fossen, "Ship Formation Control: A Guided Leader-Follower Approach," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 41, no. 2, pp. 16008– 16014, 2008.
- [26] Å. Eek, K. Y. Pettersen, E. L. M. Ruud, and T. R. Krogstad, "Formation path following control of underactuated USVs," *Eur. J. Control*, vol. 62, pp. 171– 184, nov 2021.
- [27] V. A. Jorge, R. Granada, R. G. Maidana, D. A. Jurak, G. Heck, A. P. Negreiros, D. H. dos Santos, L. M. Gonçalves, and A. M. Amory, "A Survey on Unmanned Surface Vehicles for Disaster Robotics: Main Challenges and Directions," *Sensors 2019, Vol. 19, Page 702*, vol. 19, p. 702, feb 2019.
- [28] C. Zhou, S. Gu, Y. Wen, Z. Du, C. Xiao, L. Huang, and M. Zhu, "The review unmanned surface vehicle path planning: Based on multi-modality constraint," *Ocean Eng.*, vol. 200, p. 107043, mar 2020.
- [29] N. H. Tran, Q. H. Pham, J. H. Lee, and H. S. Choi, "VIAM-USV2000: An Unmanned Surface Vessel with Novel Autonomous Capabilities in Confined Riverine Environments," *Mach. 2021, Vol. 9, Page 133*, vol. 9, p. 133, jul 2021.
- [30] D. Mu, G. Wang, Y. Fan, and Y. Zhao, "Modeling and Identification of Podded Propulsion Unmanned Surface Vehicle and Its Course Control Research," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2017, p. 3209451, jan 2017.
- [31] R. Y. Ren, Z. J. Zou, Y. D. Wang, and X. G. Wang, "Adaptive Nomoto model used in the path following problem of ships," *J. Mar. Sci. Technol. 2018 234*, vol. 23, pp. 888–898, jan 2018.
- [32] H. Niu, Y. Lu, A. Savvaris, and A. Tsourdos, "Efficient path following algorithm for unmanned surface vehicle," *Ocean. 2016 Shanghai*, jun 2016.
- [33] W. Wu, Z. Peng, D. Wang, L. Liu, and Q. L. Han, "Network-Based Lineof-Sight Path Tracking of Underactuated Unmanned Surface Vehicles With Experiment Results," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 52, pp. 10937–10947, oct 2022.
- [34] Y. Wen, W. Tao, M. Zhu, J. Zhou, and C. Xiao, "Characteristic model-based path following controller design for the unmanned surface vessel," *Appl. Ocean Res.*, vol. 101, p. 102293, aug 2020.
- [35] H. Cao, R. Xu, S. Zhao, M. Li, X. Song, and H. Dai, "Robust trajectory tracking for fully-input-bounded actuated unmanned surface vessel with stochastic disturbances: An approach by the homogeneous nonlinear extended state ob-

server and dynamic surface control," *Ocean Eng.*, vol. 243, p. 110113, jan 2022.

- [36] J. Jin, J. Zhang, and D. Liu, "Design and Verification of Heading and Velocity Coupled Nonlinear Controller for Unmanned Surface Vehicle," *Sensors 2018*, *Vol. 18, Page 3427*, vol. 18, p. 3427, oct 2018.
- [37] L. Liu, Z. Liu, and J. Zhang, "LMI-Based Model Predictive Control for Underactuated Surface Vessels with Input Constraints," *Abstr. Appl. Anal.*, vol. 2014, p. 673256, jan 2014.
- [38] T. I. Fossen, Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles. Marine Cybernetics, Trondheim, Norway, 2002.
- [39] C. Milosavljević, Teorija automatskog upravljanja 1. 2008.
- [40] V. Radovanović, *Teorijska mehanika Lagranževa i Hamiltonova mehanika*. 2020.
- [41] C. J. Hegarty and E. D. Kaplan, Understanding GPS / GNSS. 2017.
- [42] S. D. Benković Franjo, Piškorec Mijo, Lako Ljudevit, Čepelak Krunoslav, Terestrička i elektronska navigacija. Split: Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
- [43] K. D. von Ellenrieder, Control of Marine Vehicles, vol. 9. 2021.
- [44] L. Rusov, Mehanika II Kinematika. Beograd: Naučna knjiga, 1990.
- [45] T. I. Fossen, K. Y. Pettersen, and R. Galeazzi, "Line-of-sight path following for dubins paths with adaptive sideslip compensation of drift forces," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 23, no. 2, pp. 820–827, 2015.
- [46] S. Mandžuka, Automatsko upravljanje plovnim objektima. 2009.
- [47] Trivedi Ruturaj Radhakrishna, Analysis of added mass effect on surface ships subjected to underwater explosions. Master's thesis, University of Liege, 2019.
- [48] K. D. Do and J. Pan, "Control of Ships and Underwater Vehicles," 2009.
- [49] E. Schirmer-Ružić, Dinamičko pozicioniranje. Završni rad, Sveučilište u Dubrovniku, 2017.
- [50] C. Paliotta, E. Lefeber, K. Y. Pettersen, J. Pinto, M. Costa, and J. T. De Figueiredo Borges De Sousa, "Trajectory Tracking and Path following for Underactuated Marine Vehicles," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 27, no. 4, pp. 1423–1437, 2019.
- [51] I. Sanchez, A. D'Jorge, A. Ferramosca, G. Raffo, and A. H. Gonzlez, "Path following and trajectory tracking model predictive control using artificial vari-

ables for constrained vehicles," 2019 18th Work. Inf. Process. Control. RPIC 2019, pp. 198–203, 2019.

- [52] A. P. Aguiar and J. P. Hespanha, "Logic-based switching control for trajectorytracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty," *Proc. Am. Control Conf.*, vol. 4, no. 8, pp. 3004– 3010, 2004.
- [53] W. Caharija, Integral Line-of-Sight Guidance and Control of Underactuated Marine Vehicles. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2014.
- [54] S. Rahmstorf, "Thermohaline circulation: The current climate," Nature, vol. 421, p. 699, feb 2003.
- [55] L. Liu, D. Wang, Z. Peng, and H. Wang, "Predictor-based LOS guidance law for path following of underactuated marine surface vehicles with sideslip compensation," *Ocean Eng.*, vol. 124, pp. 340–348, 2016.
- [56] W. Caharija, K. Y. Pettersen, and J. T. Gravdahl, Path following of underactuated surface vessels in presence of unknown constant environmental forces: Preliminary results, vol. 9. IFAC, 2013.
- [57] W. Caharija, K. Y. Pettersen, A. J. Sørensen, M. Candeloro, and J. T. Gravdahl, "Relative velocity control and integral line of sight for path following of autonomous surface vessels: Merging intuition with theory," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part M J. Eng. Marit. Environ.*, vol. 228, no. 2, pp. 180–191, 2014.
- [58] N. Caluković, Fizika 1, Udžbenik za I razred Matematičke gimnazije. Beograd: Krug, 2005.
- [59] K. Y. Pettersen and T. I. Fossen, "Underactuated dynamic positioning of a ship - experimental results," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 8, no. 5, pp. 856–863, 2000.
- [60] M. Breivik and T. I., "Guidance Laws for Autonomous Underwater Vehicles," Underw. Veh., no. December, 2009.
- [61] A. M. Lekkas and T. I. Fossen, A quaternion-based LOS guidance scheme for path following of AUVs, vol. 9. IFAC, 2013.
- [62] A. M. Lekkas and T. I. Fossen, "Line-of-Sight Guidance for Path Following of Marine Vehicles," Adv. Mar. Robot., no. October, pp. 63–92, 2013.
- [63] E. Lefeber, Tracking Control of Nonlinear Mechanical Systems. PhD thesis, University of Twente, 2000.
- [64] A. M. Lekkas and T. I. Fossen, "Minimization of cross-track and along-track errors for path tracking of marine underactuated vehicles," 2014 Eur. Control

Conf. ECC 2014, pp. 3004-3010, 2014.

- [65] A. Hac and M. D. Simpson, "Estimation of vehicle side slip angle and yaw rate," *SAE Tech. Pap.*, vol. 2000, no. 724, 2000.
- [66] E. Børhaug, A. Pavlov, and K. Y. Pettersen, "Integral LOS control for path following of underactuated marine surface vessels in the presence of constant ocean currents," *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, pp. 4984–4991, 2008.
- [67] D. Mu, G. Wang, Y. Fan, X. Sun, and B. Qiu, "Adaptive LOS path following for a podded propulsion unmanned surface vehicle with uncertainty of model and actuator saturation," *Appl. Sci.*, vol. 7, no. 12, 2017.
- [68] J. C. C. Luque and J. P. J. Avila, "Surge-yaw control of a hybrid underwater robotic vehicle," 22nd Int. Congr. Mech. Eng. (COBEM 2013), no. Cobem, pp. 7447–7456, 2013.
- [69] C. Y. Tzeng and J. F. Chen, "Fundamental properties of linear ship steering dynamic models," J. Mar. Sci. Technol., vol. 7, no. 2, pp. 79–88, 1999.
- [70] L. Moreira, T. I. Fossen, and C. Guedes Soares, "Path following control system for a tanker ship model," *Ocean Eng.*, vol. 34, pp. 2074–2085, oct 2007.
- [71] S. Manfredi and E. Di Tucci, "Decentralized control algorithm for fast monitoring and efficient energy consumption in energy harvesting wireless sensor networks," *IEEE Trans. Ind. Informatics*, vol. 13, pp. 1513–1520, aug 2017.
- [72] C. F. Cheng, Y. Kuo, R. A. Anthes, and L. Wu, "Satellite constellation monitors global and space weather," *Eos, Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 87, pp. 166–166, apr 2006.
- [73] P. Yang, Y. Xia, M. Yu, W. Wei, and Y. Peng, "A Decentralized Coordination Control Method for Parallel Bidirectional Power Converters in a Hybrid AC-DC Microgrid," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 65, pp. 6217–6228, aug 2018.
- [74] E. Boutin, J. Ekanayake, W. Lin, B. Shi, J. Zhou, Z. Qian, M. Wu, L. Zhou, and Z. Microsoft, "Open access to the Proceedings of the 11th USENIX Symposium on Operating Systems Design and Implementation is sponsored by USENIX. Apollo: Scalable and Coordinated Scheduling for Cloud-Scale Computing Apollo: Scalable and Coordinated Scheduling for Cloud-," p. 285.
- [75] A. Jain and D. Ghose, "Synchronization of Multi-Agent Systems With Heterogeneous Controllers," *Nonlinear Dyn.*, vol. 89, pp. 1433–1451, dec 2015.
- [76] L. Chen, Y. Guo, C. Li, and J. Huang, "Satellite formation-containment flying control with collision avoidance," J. Aerosp. Inf. Syst., vol. 15, no. 5, pp. 253– 270, 2018.
- [77] J. Ebegbulem and M. Guay, "Distributed control of multi-agent systems over

unknown communication networks using extremum seeking," J. Process Control, vol. 59, pp. 37–48, nov 2017.

- [78] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules \*,"
- [79] U. Münz, A. Papachristodoulou, and F. Allgower, "Consensus in multi-agent systems with coupling delays and switching topology," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 56, pp. 2976–2982, dec 2011.
- [80] G. Xie and L. Wang, "Consensus control for a class of networks of dynamic agents," Int. J. Robust Nonlinear Control, vol. 17, pp. 941–959, jul 2007.
- [81] X. He and Q. Wang, "Distributed finite-time leaderless consensus control for double-integrator multi-agent systems with external disturbances," *Appl. Math. Comput.*, vol. 295, pp. 65–76, feb 2017.
- [82] R. Olfati Saber and R. M. Murray, "Consensus protocols for networks of dynamic agents," Proc. 2003 Am. Control Conf. 2003., vol. 2, pp. 951–956, 2003.
- [83] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 49, pp. 1520–1533, sep 2004.
- [84] J. A. Fax, "Optimal and Cooperative Control of Vehicle Formations," 2002.
- [85] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information Flow and Cooperative Control of Vehicle Formations," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 49, no. 9, p. 1465, 2004.
- [86] I. A. Ihle, J. Jouffroy, and T. I. Fossen, "Robust formation control of marine craft using lagrange multipliers," *Lect. Notes Control Inf. Sci.*, vol. 336, pp. 113–129, 2006.
- [87] J. Wang, C. Wang, M. Xin, Z. Ding, and J. Shan, "Cooperative Control of Multi-Agent Systems: An Optimal and Robust Perspective," *Coop. Control Multi-Agent Syst. An Optim. Robust Perspect.*, pp. 1–244, jan 2020.
- [88] J. S. Shamma, "Cooperative control of distributed multi-agent systems," p. 435, 2008.
- [89] A. Banks, J. Vincent, and C. Anyakoha, "A review of particle swarm optimization. Part I: Background and development," *Nat. Comput.*, vol. 6, pp. 467–484, dec 2007.
- [90] M. Mesbahi and M. Egerstedt, "Graph theoretic methods in multiagent networks," Graph Theor. Methods Multiagent Networks, jul 2010.
- [91] M. S. de. Queiroz, X. Cai, and M. Feemster, "Formation control of multi-agent

systems : a graph rigidity approach," p. 190, 2019.

- [92] J. Dam and N. Østergaard, "Formation Control of Autonomous Surface Vehicles for Surveying Purposes," 2015.
- [93] M. A. Lewis and K. H. Tan, "High Precision Formation Control of Mobile Robots Using Virtual Structures," *Auton. Robots*, vol. 4, no. 4, pp. 387–403, 1997.
- [94] T. T. Yang, Z. Y. Liu, H. Chen, and R. Pei, "Formation Control and Obstacle Avoidance for Multiple Mobile Robots," Acta Autom. Sin., vol. 34, pp. 588– 593, may 2008.
- [95] R. W. Beard, J. Lawton, and F. Y. Hadaegh, "A feedback architecture for formation control," *Proc. Am. Control Conf.*, vol. 6, pp. 4087–4091, 2000.
- [96] R. W. Beard, J. Lawton, and F. Y. Hadaegh, "A coordination architecture for spacecraft formation control," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 9, pp. 777–790, nov 2001.
- [97] D. Cvetković and M. Milić, *Teorija grafova i njene primene*. Beograd: Beogradski izdavačko-grafički zavod, 1971.
- [98] A. R. Mashaghi, A. Ramezanpour, and V. Karimipour, "Investigation of a protein complex network," *Eur. Phys. J. B - Condens. Matter Complex Syst.* 2004 411, vol. 41, pp. 113–121, sep 2004.
- [99] P. Shah, A. Ashourvan, F. Mikhail, A. Pines, L. Kini, K. Oechsel, S. R. Das, J. M. Stein, R. T. Shinohara, D. S. Bassett, B. Litt, and K. A. Davis, "Characterizing the role of the structural connectome in seizure dynamics," *Brain*, vol. 142, pp. 1955–1972, jul 2019.
- [100] T. Adali and A. Ortega, "Applications of Graph Theory," Proc. IEEE, vol. 106, pp. 784–786, may 2018.
- [101] A. Slivkova, Diskretna matematika. 2022.
- [102] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proc. IEEE*, vol. 95, pp. 215–233, jan 2007.
- [103] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 48, pp. 988–1001, jun 2003.
- [104] Z. Lin, M. Broucke, and B. Francis, "Local control strategies for groups of mobile autonomous agents," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 49, pp. 622– 629, apr 2004.
- [105] L. Liu, D. Wang, Z. Peng, T. Li, and C. L. Chen, "Cooperative Path following
Ring-Networked Under-Actuated Autonomous Surface Vehicles: Algorithms and Experimental Results," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 50, pp. 1519–1529, apr 2020.

- [106] M. Otasevic, L. Martinovic, and Z. Zecevic, "Formation Path Following of Multiple Underactuated Surface Vehicles in Presence of Unknown Environmental Forces," 2024 28th Int. Conf. Inf. Technol. IT 2024, 2024.
- [107] L. Liu, D. Wang, Z. Peng, and H. Wang, "Predictor-based LOS guidance law for path following of underactuated marine surface vehicles with sideslip compensation," *Ocean Eng.*, vol. 124, pp. 340–348, sep 2016.
- [108] M. H. Majid and M. R. Arshad, "Hydrodynamic Effect on V-Shape Pattern Formation of Swarm Autonomous Surface Vehicles (ASVs)," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 76, pp. 186–191, jan 2015.