



Univerzitet Crne Gore
Prirodno-matematički fakultet

Džordža Vašingtona b.b.
1000 Podgorica, Crna Gora

Crna Gora
UNIVERZITET CRNE GORE

Primljeno: 28.12.18			
Org. jed	Broj	Prilog	Vrijednost
01/2	6247		

tel: +382 (0)20 245 204

fax: +382 (0)20 245 204

www.pmf.ac.me

Broj: 592

Datum: 27 DEC 2018

UNIVERZITET CRNE GORE
ODBORU CENTRA ZA DOKTORSKE STUDIJE
SENATU

Predmet: Zahtjev za odobrenje teme doktorske teze

Poštovani,

Molim vas da odobrite kao podobnu doktorsku tezu "Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliominima" i kandidata Edina Liđana.

U prilogu dostavljamo Odluku Vijeća Prirodno-matematičkog fakulteta broj od 21.12.2018. godine o usvajanju Izvještaja Komisije za ocjenu podobnosti teme doktorske teze i kandidata Edina Liđan sa pratećom dokumentacijom, na dalji postupak.

S poštovanjem,

DEKAN
Prof. dr. Predrag Miranović





**Univerzitet Crne Gore
Prirodno-matematički fakultet**

Džordža Vašingtona b.b.
1000 Podgorica, Crna Gora

tel: +382 (0)20 245 204

fax: +382 (0)20 245 204

www.pmf.ac.me

Broj: 5942/17

Datum: 27 DEC 2018

Na osnovu člana 64 stav 2 tačka 9 Statuta Univerziteta Crne Gore, a u skladu sa članom 35 i 55 Pravila doktorskih studija, Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na XXVII sjednici održanoj dana 21.12.2018. godine, donijelo je

ODLUKU

I

Usvaja se Izvještaj komisije za ocjenu polaznih istraživanja i podobnosti doktorske teze "Topološke karakteristike popločavanja generalisanim polinomima" i kandidata Edina Lišana.

II

Predlaže se Senatu Univerziteta Crne Gore da prihvati kao podobnu doktorsku tezu pod nazivom : "Topološke karakteristike popločavanja generalisanim polinomima" i kandidata Edina Lišana.

Obrazloženje

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 21.12.2018. godine razmatralo je Izvještaj komisije za ocjenu polaznih istraživanja i podobnosti doktorske teze pod nazivom: "Topološke karakteristike popločavanja generalisanim polinomima" i kandidata Edina Lišana.

Shodno tome, Vijeće je odlučilo kao u dispozitivu ove odluke.

Dostavljeno:

-a/a

-Odboru za doktorske studije

-Senatu UCG

DEKAN
Prof. dr Predrag Miranović
Prof. dr Predrag Miranović

OCJENA PODOBNOSTI DOKTORSKE TEZE I KANDIDATA

OPŠTI PODACI O DOKTORANDU	
Titula, ime i prezime	Master Edin Liđan
Fakultet	Prirodno-matematički fakultet Univerziteta Crne Gore
Studijski program	Doktorske studije matematike
Broj indeksa	1/15
Podaci o magistarskom radu	Kriptosistemi s javnim ključem u funkciji rješavanja problema autentifikacije i nepobitnosti, teorija brojeva i kriptografija, Filozofski fakultet Univerzitet u Zenici, Bosna i Hercegovina, 15.03.2013, srednja ocena (8,86)
NASLOV PREDLOŽENE TEME	
Na službenom jeziku	Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliominiima
Na engleskom jeziku	Topological characteristics of tiling with generalized polyominoes
Datum prihvatanja teme i kandidata na sjednici Vijeća organizacione jedinice	21.12.2018
Naučna oblast doktorske disertacije	kombinatorika
Za navedenu oblast matični su sljedeći fakulteti	
Prirodno-matematički fakultet Univerziteta Crne Gore	
IZVJEŠTAJ SA JAVNE ODBRANE POLAZNIH ISTRAŽIVANJA DOKTORSKE DISERTACIJE	
U ponedjeljak 10.12.2018, u 12 časova u Sali 210 na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore, doktorand Edin Liđan je pristupio odbrani polaznih istraživanja doktorske teze „Topološke karakteristike popločavanja generalisanim poliominiima“ u prisustvu sva tri člana komisije u sastavu: dr Svjetlana Terzić, PMF UCG, Crna Gora (predsjednik komisije), dr Žana Kovijanić-Vukićević, PMF UCG, Crna Gora i dr Đorđe Baralić, MI SANU, Srbija (mentor). U 25 minutnom izlaganju kandidat je predstavio osnove probleme, najznačajnije rezultate Conway-a, Lagarias-a i Reid-a na koje se njegovo istraživanje prirodno nastavlja, objasnio metode grupe homologija popločavanja i simplicijalne komplekse asocirane sa poliomino popločavanjima čija se kombinatorika i topologija žele proučavati u disertaciji. Kandidat je prezentovao dokaze nekoliko originalnih rezultata koji će ući u doktorsku disertaciju i uspešno oslikao dva glavna toka istraživanja. Pored prezentacije, kandidat je za članove komisije pripremio pisani materijal od 40 strana koji je sublimat njegovih dosadašnjih rezultata i koji šire objašnjava ono što je do sada u istraživanju urađeno, kao i literaturu koja je korišćenja u dosadašnjim istraživanjima. Posle izlaganja komisije je pristupila diskusiji i postavljanju pitanja kandidatu o dosadašnjim rezultatima, hipotezama i potencijalno novim pravcima istraživanja. Odgovarajući na pitanja	

kandidat je dao dodatna objašnjenja i probleme koje treba prevazići u dobijanju novih rezultata. Objasnio je topološke i kombinatorne razlike u odnosu na slučaj u ravni. U diskusiji sa komisijom je potvrđeno da predložena tema ima naučnu relevantnost za nekoliko matematičkih disciplina.

Komisija je jednoglasno utvrdila da je kandidat uspješno odbranio polazna istraživanja.

B. OCJENA PODOBNOSTI TEME DOKTORSKE DISERTACIJE

B1. Obrazloženje teme

Problemi popločavanja su tradicionalno proučavani u kombinatorici. Iako promišljanja i istraživanja ovih problema sežu još u daleku prošlost, zbog njihove važnosti za arhitekturu, umjetnost, kompjutersku grafiku, optimizaciju i druge primjene aktuelni su i danas. U ovoj disertaciji se nastavlja pravac istraživanja započet u matematici prije 30 godina čija je osnovna ideja primjena algebarske topologije na ove probleme. U tezi će se razvijati novi metodi dodeljivanja topoloških invarijanti problemu popločavanja nekih površi ili mnogostrukosti sa singularitetima, mnogostrukost sa granicom, sa geometrijskim oblicima čija kombinatorna struktura zadržava većinu osobina poliomino oblika. Pored proučavanja i generalizacije postojećih klasa primjera u kojem se saznanja o poliomino popločavanjima dobijaju iz određenih homoloških grupa, u ovom istraživanju razmatrat će se i novi topološki prostori asocirani sa teselacijama i određivati njihove topološke karakteristike koje će pored novih saznanja otvoriti i novi pravac istraživanja u ovoj oblasti.

B2. Cilj i hipoteze

Cilj disertacije je da generalizuje rezultate vezane za homološke grupe popločavanja poliomino oblicima u ravni u slučaju kada je neka topološka površ sa dozvoljenim singularitetima i granicom podjeljena na „ćelije“ na način da se može postaviti pitanje egzistencije popločavanja oblicima čiji je kombinatorni karakter isti kao i kod poliomina. Hipoteza je da netrivialnost homoloških grupa predstavlja opstrukciju za postojanje popločavanja i u ovom slučaju i u generalizacijama na više dimenzije. Proučava će se i topološke invarijante kao što su Bettijevi brojevi, homotopski tip i kategorija simplicijalnih kompleksa koji se mogu asocirati popločavanju i pokazati da se iz njih mogu dobiti saznanja i o nepotpunim popločavanjima sa poliomинима. Hipoteza je da simplicijalni kompleksi asocirani sa domino popločavanjima imaju homotopski tip vedža sfera, ali da nisu šelabilni kompleksi.

B3. Metode i plan istraživanja

Centralna tema disertacije je problem popločavanje topološke površi sa izolovanim singularitetima i granicom, koja je podeljena na poligonalne ćelije tako da se ćelije mogu seći samo po zajedničkoj ivici ili zajedničkom tjemenu. Ovu strukturu nazivamo ćelijska mreža. Skup geometrijskih objekata kojima popločavamo površ su generalisani poliomino oblici koji se sastoje od povezanih poligonalnih ćelija po principu ivica za ivicu kao i kod klasičnih poliomina. U ovom problemu koji posmatramo nije nam bitna geometrija i metrika na površi, jer postavljanje poliomina shvatamo topološki, tj. kao utapanje poliomina na ćelijsku mrežu tako da se ćelija određenog oblika slika homeomorfizmom na ćeliju istog oblika u mreži. U odnosu na klasični slučaj razmatrat ćemo i mreže koje mogu da se sastoje i od različitih vrsta poligona i poliomine oblike koje povezuju različite poligone.

U ovom istraživanju relevantne su kombinatorne veze između ćelija mreže i samih poliomina. Polazna je opeservacija da se homološka grupa popločavanja može definisati isto

kao i u radu M. Reida i da netrivialnost ove homološke grupe predstavlja opstrukciju za postojanje popločavanja. Osnovni model sa kojim radimo je veliki poligon u ravni izdijeljen na ćelije, dok su ivice ovog poligona identifikovane tako da njihovim lepljenjem dobijamo površ sa singularitetima. U ovom modelu neke ćelije mogu biti „isečene“, ali propisanim lepljenjem dobija se odgovarajuća ćelija mreže.

U monografiji kod Stilwella pokazano je da se sve toploške površi dobijaju iz ovakvih modela. Posebno su zanimljivi slučajevi orjentisanih 2 – mnogostrukosti (sa granicom) popločavani klasičnim poliominiama kao što su domina, trimini, tetramini, pentonimi, heksamini itd. Ideja je da računajući homološku grupu generišemo kombinatorne dokaze pomoću bojenja. Razvijaće se metod homologije i u slučajevima viših dimenzija gde su nam ćelije politopalnog oblika. U slučaju dimenzije 3 radi se o generalizaciji poliomina u prostoru koji je takođe dosta proučavan u matematici. Cilj nam je da otkrijemo klase primera koji uopštavaju metod lepljenja ivica poligona razvijen kod R. Kocha, tako što su nam bazni objekti mnogostrukosti sa singularitetima nastale iz lepljenja odgovarajućih pljosni poliedra.

Pored osnovnog pitanja da li je popločavanje uopšte moguće, u slučaju kada ono postoji, postavlja se i pitanje broja različitih načina da se to učini. Poznato je da se mnogi interesantni nizovi brojevi kao što su Fibonačijev i Lukasov niz mogu prepoznati kao broj načina da se određenim skupom oblika poploča neka klasa figura u ravni. Ovaj problem je u slučaju površi još zanimljiviji, jer i sama topologija utiče na broj mogućnosti da pravilno postavimo poliomine. Očekujemo da zanimljive nove rezultate u ovom pravcu dobijemo koristeći poznate kombinatorne metode i kombinujući toploške principe lepljenja poligona. Podsetimo, ovi problemi su specijalni slučajevi razbijanja grafa na podgrafove izomorfne sa unapred zadatim skupom grafova. Ovo istraživanje blisko je sa klasičnim pitanjima postojanja ulaganja grafa u površ i određivanja roda grafa. Posebno ćemo razmatrati broj različitih domino popločavanja kvadratne mreže na torusu i mreža na torusu sa ručkom nastale iz identifikacija ivica astečkog dijamanta sa dominama da bi uopštili klasične rezultate o popločavanju pravougaonika i astečkog dijamanta u ravni sa dominama.

Važan pravac ovog istraživanja je i razvijanje novih ideja da se algebarska topologija primenjuje na probleme poliominio popločavanja. U praksi se može desiti i da se ne može potpuno pokriti mreža sa poliominima, ali da nas zanima najbolja moguća aproksimacija ili minimalna opstrukcija popločavanja. Napomenimo da ova dva pojma, iako su intuitivno jasna, nemaju preciznu matematičku definiciju. Polazna ideja je da konstruišemo simplicijalni kompleks koji će nam na dobar način apstrahovati topologiju, kombinatoriku mreže ćelija i kombinatoriku poliominio oblika sa kojima popločavamo. Simpleksi ovakvog kompleksa su pravilna postavljanja nekoliko poliomina u mrežu. Cilj nam je da proučavamo topološke i kombinatorne osobine ovih (i) njima sličnih kompleksa i da iz njih izvlačimo zaključke vezane za sama popločavanja.

U izučavanju ovih simplicijalnih kompleksa dodeljenih parcijalnim tesalacijama koristiće se brojne tehnike koje pruža algebarska topologija. Od interesa su nam poznavanje Bettijevih brojeva i homologija. Jasno je da su kompleksi koje studiramo složeni i imaju veliki broj simpleksa pa je ideja da ih uprostimo i zamjenimo sa homotopskim ekvivalentnim CW-kompleksima pomoću diskretne teorije Morsa koju je uveo Robin Forman. Naime, prva istraživanja nam ukazuju da za određene klase problema popločavanja njima asocirani simplicijalni kompleksi imaju homotopski tip vedža konačnog broja sfera. Ovi rezultati su od posebnog interesa u topološkoj i geometrijskoj kombinatorici u kojima se javlja klasa

šelabilnih simplicijalnih kompleksa koji takođe imaju ovakvo svojstvo.

Takođe, od značaja su nam i kombinatorne informacije o ovim kompleksima kao što je f -vektor. Pored homologije izučava će se i fundamentalna grupu ovih kompleksa i ispitivati postojanje veze sa fundamentalnom grupom površi od koje se polazi. Očekujemo da iz CW-kompleksa primenom Van-Kampenove teoreme eksplicitno odredimo fundamentalnu grupu za neke specifične primere. Određivanje Lusternik - Shnirelman kategorije koje bi nam omogućilo da bolje razumemo topološke karakteristike popločavanja.

B4. Naučni doprinos

Rezultati ovog istraživanja otvori će jedan novi pravac u pogledu matematičkog istraživanja kombinatornih problema na toploškim površima. Da će se dokazi ne postojanja popločavanja za čitave klase mreža na topološkim površima sa granicom. Istraživanje će omogućiti generalizaciju klasičnih rezultata o poliomina u radu. Odredit će se topološke karakteristike simplicijalnih kompleksa asociiranih sa popločavanjima iz kojih će se dobiti novi rezultati interesantni za primjene u matematici i drugim naučnim disciplinama. Zbog same prirode i kompleksnosti problema koji se razmatraju za mnoga se izračunavanja mogu iskoristiti mogućnosti računarske tehnologije. Očekujemo se da rezultati doprinesu razvoju računarske i primjenjene algebarske topologije, kao jako mladih i jako perspektivnih novih matematičkih disciplina.

B5. Finansijska i organizaciona izvodljivost istraživanja

Finansijski i organizaciono istraživanje je optimalno programirano te ne iziskuje značajna finansijska sredstva i moguće ga je sprovesti u skladu sa predloženim vremenskim rokom. Komisija je mišljenja da Prirodno-matematički fakultet može obezbediti finansijsko-organizacione uslove za realizaciju istraživanja neophodnog za izradu ove doktorske disertacije.

Mišljenje i prijedlog komisije

Komisija je jednoglasno odlučila da je kandidat odbranio polazna istraživanja i pokazao da je predložena tema aktuelna istraživačka tema u međunarodnim naučnim krugovima. Dosadašnji rezultati i predložene metode omogućavaju da se nastavkom istraživanja dođe do novih originalnih doprinosa u oblasti poliomina koji su definitivno vredni pažnje šire naučne oblasti jer povezuju nekoliko značajnih disciplina matematematike kao što su topologija, algebra i kombinatorika. Predlog komisije je da kandidat nastavi sa istraživanjem prema predloženom planu istraživanja i da dobijene rezultate pripremi za publikovanje u referentnom naučnom časopisu.

Prijedlog izmjene naslova

/

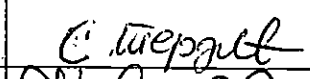
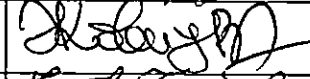
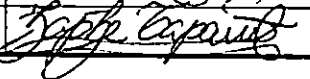
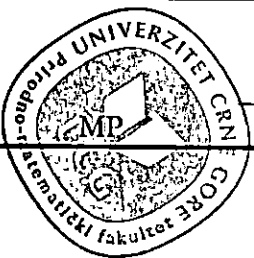
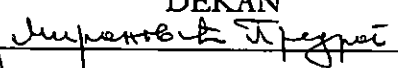
Prijedlog promjene mentora i/ili imenovanje drugog mentora

/

Planirana odbrana doktorske disertacije

Treća godina doktorskih studija u VI semestru

Izdvojeno mišljenje

/		
Napomena		
/		
ZAKLJUČAK		
Predložena tema po svom sadržaju odgovara nivou doktorskih studija.	DA	NE
Tema je originalan naučno-istraživački rad koji odgovara međunarodnim kriterijumima kvaliteta disertacije.	DA	NE
Kandidat može na osnovu sopstvenog akademskog kvaliteta i stečenog znanja da uz adekvatno mentorsko vođenje realizuje postavljeni cilj i dokaže hipoteze.	DA	NE
Komisija za ocjenu podobnosti teme i kandidata:		
Redovni profesor dr Svjetlana Terzić, PMF UCG, Crna Gora, predsjednik komisije		
Redovni profesor dr Žana Kovijanić-Vukićević, PMF UCG, Crna Gora		
Naučni saradnik dr Đorđe Baralić, MI SANU, Srbija		
U Podgorici 22.12.2018.		
		DEKAN 

PRILOG

PITANJA KOMISIJE ZA OCJENU PODOBNOSTI DOKTORSKE TEZE I KANDIDATA	
Predsednik komisije: redovni profesor dr Svjetlana Terzić, PMF UCG, Crna Gora	1. Postojanje grupa homotopije za popločavanja poliomina i njihova veza sa grupom homologije popločavanja?
	2. Ojlerova karakteristika površi kao opstrukcija za postojanje pravilnih kvadratnih mreža?
	3. Homotopski tipovi „domino“ simplicijalnih kompleksa?
Član komisije: redovni profesor dr Žana Kovijanić-Vukićević, PMF UCG, Crna Gora	1. Definicija Poliomina i poliomini sa rupama?
	2. Dobijanje dokaza argumentima „bojenja“ iz grupe homologija popločavanja?
	3. Dokazivanje kombinatornih identiteta pomoću f-vektora „domino“ simplicijalnih kompleksa?
Član komisije (mentor): naučni saradnik dr Đorđe Baralić, MI SANU, Srbija	1. Betijevi brojevi „domino“ simplicijalnih kompleksa?
	2. Tor-algebre „domino“ simplicijalnih kompleksa?
	3. Dokazi pomoću diskretne teorije Morsa.
PITANJA PUBLIKE DATA U PISANOJ FORMI	
(Ime i prezime)	
(Ime i prezime)	
(Ime i prezime)	
ZNAČAJNI KOMENTARI	

Na osnovu člana 32 stav 1 tačka 14 Statuta Univerziteta Crne Gore, u vezi sa članom 34 Pravila doktorskih studija, Senat Univerziteta Crne Gore, u postupku razmatranja prijedloga Vijeća Prirodno-matematičkog fakulteta i na prijedlog Centra za doktorske studije, Senat Univerziteta Crne Gore, na sjednici održanoj 20.11.2018. godine, donio je sljedeću

ODLUKU

Imenuje se Komisija za ocjenu podobnosti doktorske teze i kandidata mr Edina Lišana, u sastavu:

1. Dr Đorđe Baralić, naučni saradnik Matematičkog insituta u Beogradu
2. Dr Svjetlana Terzić, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore
3. Dr Žana Kovijanić-Vukićević, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore.

II

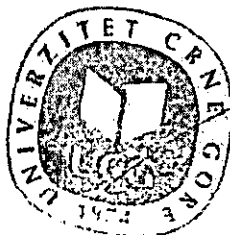
Zadatak Komisije je da, u roku od 45 dana od dana javnog izlaganja studenta podnese Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta i Senatu izvještaj o ocjeni podobnosti doktorske teze i kandidata.

III

Odluka stupa na snagu danom donošenja.

Broj: 03-3423/1

Podgorica, 20.11.2018.godine



PREDSJEDNIK SENATA

Prof.dr Danilo Nikolić, rektor

Na osnovu člana 165 stava 1 Zakona o opštem upravnom postupku ("Službeni list RCG", broj 60/03.), člana 115 stava 2 Zakona o visokom obrazovanju ("Službeni list CG", broj 44/14.) i službene evidencije, a po zahtjevu studenta Lidan Hasib Edin, izdaje se

UVJERENJE O POLOŽENIM ISPITIMA

Student Lidan Hasib Edin, rođen 15-12-1986 godine u mjestu Cazin, Republika Bosna i Hercegovina, upisan je studijske 2015/2016 godine, u I godinu studija, kao student koji se samofinansira na doktorske akademske studije, studijski program MATEMATIKA, koji realizuje PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET - Podgorica Univerziteta Crne Gore u trajanju od 3 (tri) godine sa obimom 180 ECTS kredita.

Student je položio ispite iz sljedećih predmeta:

Redni broj	Semestar	Naziv predmeta	Ocjena	Uspjeh	Broj ECTS kredita
1.	1	ALGERBRA I TOPOLOGIJA DOKTORSKI ISPIT	"B"	(vrlodobar)	10.00
2.	1	ANALIZA-DOKTORSKI ISPIT	"B"	(vrlodobar)	10.00
3.	1	ODABRANA POGLAVLJA ALGEBARSKE TOPOLOGIJE	"A"	(odličan)	10.00
4.	1	ODABRANA POGLAVLJA GEOMETRIJSKE KOMBINATORIKE	"A"	(odličan)	5.00
5.	1	SPEKTRALNA TEORIJA GRAFOVA	"A"	(odličan)	5.00

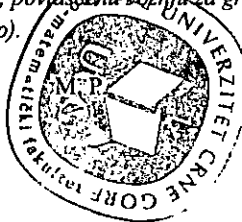
Zaključno sa rednim brojem 5.

Ostvareni uspjeh u toku dosadašnjih studija je:

- srednja ocjena položenih ispita "A" (9.50)
- ukupan broj osvojenih ECTS kredita 40.00 ili 66.67%
- indeks uspjeha 6.33.

Uvjerjenje se izdaje na osnovu službene evidencije, a u svrhu ostvarivanja prava na: (dječji dodatak, porodičnu penziju, invalidski dodatak, zdravstvenu legitimaciju, povlasticu vožnje za gradski saobraćaj, studentski dom, studentski kredit, stipendiju, regulisanje vojne obaveze i slično).

Broj:
Podgorica, 25.12.2018 godine



SEKRETAR,
[Signature]



UNIVERZITET CRNE GORE
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIKA
Broj dosijea: 1/2015

Na osnovu člana 165 Zakona o opštem upravnom postupku ("Službeni list RCG" br. 60/03) i službene evidencije, a po zahtjevu Liđan Hasib Edin, izdaje se

POTVRDA O STUDIRANJU

Student Liđan Hasib Edin, rođen 15-12-1986 godine u mjestu Cazin, Republika Bosna i Hercegovina, upisan je studijske 2015/2016 godine, u I godinu studija, kao student koji se samofinansira na akademske doktorske studije, studijski program MATEMATIKA, koji realizuje PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET - Podgorica Univerziteta Crne Gore u trajanju od 3 (tri) godine sa obimom 180 ECTS kredita.

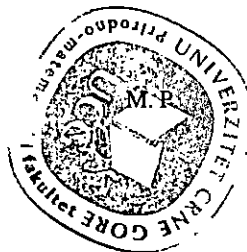
Studijske 2017/2018 godine prijavio je *da sluša* 6 predmeta sa 60.00 (šezdeset) ECTS kredita.

Po prvi put iz III (treće) godine, prijavio je *da sluša* 0 predmeta sa 0.00 (nula) ECTS kredita, što iznosi 0.00% od ukupnog broja ECTS kredita u III godinu.

Saglasno Statutu Univerziteta Crne Gore, Liđan Hasib Edin je po prvi put prijavio *da sluša* manje od 2/3, odnosno 66,67% (šezdesetšest 67/100 %), od ukupnog broja ECTS kredita sa III godine i studijske 2017/2018 nema status redovnog studenta koji se samofinansira.

Uvjerjenje se izdaje na osnovu službene evidencije, a u svrhu ostvarivanja prava na: (dječji dodatak, porodičnu penziju, invalidski dodatak, zdravstvenu legitimaciju, povlašćenu vožnju za gradski saobraćaj, studentski dom, studentski kredit, stipendiju, regulisanje vojne obaveze i slično).

Broj:
Podgorica, 25.12.2018 godine



SEKRETAR,
[Signature]