

VIJEĆU PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA

Predmet: Prijava teme doktorske disertacije i predlog Komisije za ocjenu podobnosti teme

U skladu sa članom 33, stav 4, Pravila doktorskih studija, doktorand **mr Anđela Mijanović** je 10. 05. 2021. god. Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta podnijela **Prijavu teme doktorske disertacije (PD Obrazac** sa pratećom dokumentacijom) pod naslovom **Višedeminzionalna logistička raspodjela specifikovana svojom karakterističnom funkcijom - doprinos teoriji i praksi.**

Komisija za doktorske studije PMF-a je na elektronskoj sjednici održanoj 15. 05. 2021. god. razmatrala formalne uslove dostavljene prijave sa stanovišta neophodnih podataka i ispunjavanja uslova za prijavu teme i podnosi Vijeću

P R E D L O G

sastava **Komisije za ocjenu podobnosti teme:**

1. **Dr Vladimir Božović**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: algebra, diskretna matematika)
2. **Dr Marijan Marković**, docent Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: funkcionalna analiza, kompleksna analiza)
3. **Dr Goran Popivoda**, docent Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: teorija vjerovatnoće, matematička statistika)
4. **Dr Siniša Stamatović**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore, komentor (naučna oblast: teorija vjerovatnoće, matematička statistika)
5. **Dr Božidar Popović**, docent Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore, mentor (naučna oblast: teorija vjerovatnoće, matematička statistika)

Podgorica, 17. 05. 2021. god.

ZA KOMISIJU ZA DOKTORSKE STUDIJE

Doc. dr Goran Popivoda



PRIJAVA TEME DOKTORSKE DISERTACIJE

OPŠTI PODACI O DOKTORANDU	
Titula, ime i prezime	Mr Anđela Mijanović
Fakultet	Prirodno-matematički fakultet
Studijski program	Matematika
Broj indeksa	1/19
Ime i prezime roditelja	Dragoje Mijanović
Datum i mjesto rođenja	17.9.1994. Nikšić, Crna Gora
Adresa prebivališta	Ul. Radosava Burića br. 2/12 Podgorica
Telefon	068/074-453
E-mail	andjelamijanovic@gmail.com
BIOGRAFIJA I BIBLIOGRAFIJA	
Obrazovanje	1.10.2017 – 12.12.2018. master studije Univerzitet Crne Gore, Prirodno-matematički fakultet, prosječna ocjena: 10,00 1.10.2016 – 9.7.2017. specijalističke studije Univerzitet Crne Gore, Prirodno-matematički fakultet, prosječna ocjena: 9,92 7.9.2013 – 9.7.2016. osnovne studije Univerzitet Crne Gore, Prirodno-matematički fakultet, prosječna ocjena: 9,27 1.9.2009 – 20.5.2013. Gimnazija Stojan Cerović Nikšić, prosječna ocjena: 5,00
Radno iskustvo	1.10.2018 i dalje: Univerzitet Crne Gore, Prirodno-matematički fakultet, saradnik u nastavi 19.9.2017 – 30.9.2018. OŠ "Branko Božović", Podgorica profesor matematike i informatike 1.10.2017 – 31.12.2017. Condigo, Podgorica, programer 1.9.2017 – 15.9.2017. Gimnazija Cetinje, profesor matematike
Popis radova	- Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Viktor Witkovsky, <i>Computing the exact distribution of a linear combination of generalized logistic random variables and its applications</i>, Journal of Statistical Computation and Simulation (u procesu recenzovanja) - Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Ali I. Genc, <i>On linear combination of generalized logistic random variables with an application to financial returns</i>, Applied Mathematics and Computation 381:125314, September 2020 - Luka Bulatović, Andjela Mijanović, Nikola Trajković, Balša Asanović, Vladimir Božović, <i>Automated cryptanalysis of substitution cipher using Hill climbing with well designed heuristic function</i>, Mathematica Montisnigri 44:135-143, January 2019
NASLOV PREDLOŽENE TEME	
Na službenom jeziku	Višedimenzionalna logistička raspodjela specifikovana svojom karaktersitičnom fukcijom - doprinos teoriji i praksi

Na engleskom jeziku	Multivariate logistic distribution specified by its characteristic function – contribution to the theory and practice
Obrazloženje teme	
Proučavanje kopula funkcija i njihova primjena počela je pedesetih godina XX vijeka kada je Sklar objavio rad u kome je formulisao i dokazao teoremu kojom se višedimenzionalne apsolutno-neprekidne raspodjele na jedinstven način povezuju sa kopula funkcijama (u nastavku kopula). U slučaju diskretnih raspodjela jedinstvenost ne važi, pa ćemo ovdje i u nastavku pominjanjem raspodjele misliti na raspodjele apsolutno neprekidnog tipa. Kopule su veoma važno oruđe u proučavanju zavisnih slučajnih promjenljivih. Isti slučaj je sa zavisnošću u odnosu na kvadrant. Naime, mjere zavisnosti kao što su Spearman ro, Kendalov tau ili Džinijev koeficijent se efektivnije proučavaju ukoliko imamo poznatu kopulu. S druge strane poznavanje kopula omogućava i proučavanje zavisnosti na repu raspodjele (engl. tail dependence). Dakle, kopule omogućavaju fleksibilniji pristup proučavanju višedimenzionalnih raspodjela. S druge strane kopula nalaze i praktičnu primjenu u gotovo svim ostalim naukama. Logistička raspodjela koristi se u mnogim oblastima kao što su logistička regresija, logit modeli, neuronske mreže. Osim primjene u fizici, sportskom modeliranju sve veću primjenu ima i u finansijama. Logistička raspodjela ima deblji rep od normalne raspodjele pa je dosljednija realnim podacima i daje bolji uvid u vjerovatnoću ekstremnih događaja. Proučavanje raspodjele linearne kombinacije slučajnih veličina koje imaju logističku raspodjelu i konstrukcija odgovarajuće kopule potrebno je radi boljeg modeliranja brojnih događaja iz oblasti finansija.	
Pregled istraživanja	
Cilj istraživanja jeste proučavanje linearne kombinacije logističkih slučajnih promjenljivih. Poznato je da linearne kombinacije slučajnih promjenljivih nalaze široku praktičnu primjenu. Prvi korak u istraživanju jeste proučavanje linearne kombinacije nezavisnih logističkih slučajnih promjenljivih. U radu [2], bez gubljenja opštosti, posmatrali smo slučajnu promjenljivu $Z = aX + bY$ gdje su X i Y dvije nezavisne logistički raspodijeljene slučajne promjenljive, dok su a i b realni brojevi. Cilj je da se nađu tačna funkcija raspodjele i gustina slučajne promjenljive Z. Korišćenjem Melinove i inverzne Melinove transformacije (Teorema 2 u [2]) pokazali smo da je funkcija raspodjele izražena u obliku Foxove - H funkcije. Ovaj rezultat se može lako uopštiti ako se posmatra i slučajna promjenljiva Z koja je izražena kao linearna kombinacija n nezavisnih logističkih slučajnih promjenljivih. [4] U radu [2] data je i gustina slučajne promjenljive Z. Sljedeći korak bio je izračunavanje percentila koji odgovaraju raspodjeli slučajne promjenljive Z. S obzirom da ni u jednom dostupnom softveru nije postojao algoritam za izračunavanje vrijednosti Foxove H funkcije morali smo da razvijemo poseban program. Ovaj cilj je ispunjen kroz softver Mathematica. Na taj način omogućili smo i praktičnu primjenu rezultata koje smo dobili u [2]. U nastavku smo i rezultat iz [2] ilustrovali koristeći odgovarajuće podatke iz finansija. Naime, neka je p_t zaključna cijena zaliha (engl. closing price of a stock) u trenutku t tada se stopa povrata iz trenutka $t - 1$ u trenutak t (engl. return rate) definiše kao $R_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}.$ Portfolio predstavlja skup finasijske imovine koja je sastavljena od različitih finasijskih instrumenata (zalihe, obveznice, keš, stopa povrata). Iz finasijske literature [15] je poznato da se ukupni portfolio može izraziti kao linearna kombinacija pojedinih finasijskih instrumenata. Tako se portfolio koji se sastoji od dva instrumenta X i Y može izraziti kao	

$$Z = aX + bY,$$

gdje je $0 \leq a, b \leq 1$ i $a + b = 1$. Razmatramo mjesečne zaključne cijene zaliha za Johnson&Johanson i General electric i posmatramo linearnu kombinaciju njihovih stopa povrata. Parametri su ocijenjeni metodom maksimalne vjerodostojnosti i sada je potrebno da se utvrdi da li se raspodjela tako dobijenih stopa statistički značajno razlikuje od logističke raspodjele. S obzirom da su parametri ocijenjeni računamo bootstrap p vrijednost testa Kolmogorov Smirnov. U tu svrhu pravimo 10000 replikacija. Pokazuje se da se za obje stope povrata može tvrditi da se njihova raspodjela statistički značajno ne razlikuje od logističke. Sada je moguće generisati slučajnu promjenljivu Z odnosno portoflio koji se sastoji od stopa povrata.

S obzirom na to da smo za potrebe rada [2] izardili numerički algoritam za računanje vrijednosti Foxove H funkcije potrebno je bilo utvrditi i pouzdanost našeg algoritma. U tu svrhu koristili smo numeričko invertovanje karakteristične funkcije čiji je algoritam već implementiran u MATLAB-u. S obzirom da je Z linearna kombinacija nezavisnih logistički raspodijeljenih slučajnih promjenljivih lako dolazimo do karakteristične funkcije slučajne promjenljive Z . Uporedni rezultati pokazuju visoku pouzdanost rezultata koji se dobijaju primjenom algoritma za računanje Foxove H funkcije. Svi rezultati upoređivanja dati su u [1].

Dalji rad podrazumijeva nalaženje raspodjele slučajne promjenljive

$$Z_1 = aX + bY,$$

u slučaju kada su X i Y zavisne logističke slučajne promjenljive. S obzirom da u literaturi ima veoma malo radova posvećenoj višedimenzionalnim logističkim raspodjelama (isključujući standardnu dvodimenzionalnu logističku raspodjelu) cilj je da nađemo metod za konstrukciju dvodimenzionalne logističke raspodjele koja će nam omogućiti proučavanje raspodjele slučajne promjenljive Z_1 . U tom cilju posmatrali smo funkciju

$$\varphi(t_1, t_2) = 2 e^{i(t_1 m_1 + t_2 m_2)} B(1 - i \sigma_1 t_1, 1 - i \sigma_2 t_2, 1 + i \sigma_1 t_1 + i \sigma_2 t_2),$$

gdje je i imaginarna jedinica, B je dvodimenzionalna beta funkcija, $\sigma_1, \sigma_2 > 0$, m_1 i m_2 su realni brojevi. Pokazuje se da prethodna funkcija zadovoljava uslove Bohnerove teoreme i da je to karakteristična funkcija. Takođe, marginalna karakteristične funkcije određuju logističke raspodjele $\text{Log}(m_1, \sigma_1^2)$ i $\text{Log}(m_2, \sigma_2^2)$ redom. Dakle, prethodno definisana funkcija $\varphi(t_1, t_2)$ jeste karakteristična funkcija dvodimenzionalne logističke raspodjele. Lako se može utvrditi da se funkcija $\varphi(t_1, t_2)$ može uopštiti da bude karakteristična funkcija n dimenzionalne logističke raspodjele. Određivanje gustine svodi se na određivanje inverzne Furijeove transformacije karakteristične funkcije $\varphi(t_1, t_2)$. Analitičko rješenje ovog problema nije moguće, pa smo za ove potrebe uradili numerički algoritam za invertovanje Furijeove transformacije. Ovaj algoritam se prvi put javlja u literaturi. Algoritam je implementiran u MATLAB-u. Sada imamo mogućnost da dobijemo i grafičku reprezentaciju funkcije raspodjele i gustine raspodjele slučajne promjenljive Z_1 . U nastavku ćemo izraditi numeričke metode za određivanje kopule koja će nam omogućiti da proučimo stepen povezanosti slučajnih promjenljivih X i Y . Koristićemo Pirsonov koeficijent, Spearmanov ρ i Kendalov tau.

Prethodno će nam omogućiti da primjenjujemo logističku raspodjelu i u slučaju zavisnosti slučajnih promjenljivih.

Na ovaj način rezultati do kojih dođemo otvorićemo široku primjenu, jer do sada nije bilo sličnih rezultata u literaturi.

Cilj i hipoteze

S obzirom na to da višedimenzionalnoj logističkoj raspodjeli nije posvećena dovoljna pažnja u literaturi (izuzimajući nekoliko sporadnih slučajeva u kojima je razmatrana dvodimenzionalna

standardna logistička raspodjela [10], [12], [13], [14]) mi ćemo uvesti uopštenu dvodimenzionalnu raspodjelu preko njene karakteristične funkcije. S tim u vezi nameću se sledeći ciljevi istraživanja:

- određivanje gustine i funkcije raspodjele slučajnog vektora (X_1, X_2) , gdje X_i ima logističku raspodjelu $\text{Log}(m_i, \sigma_i^2)$, $m_i \in R, \sigma_i > 0, i = \overline{1, 2}$, kada je višedimenzionalna logistička raspodjela specifikovana svojom karakterističnom funkcijom;
- dizajniranje algoritma za numeričko određivanje dvodimenzionalne logističke raspodjele iz odgovarajuće karakteristične funkcije;
- konstrukcija odgovarajuće kopula funkcije;
- dizajniranje algoritma za numeričko računanje kopula funkcije i mjera zavisnosti kao što su Spearman ro, Kendalov tau;
- određivanje funkcije raspodjele i gustine linearne kombinacije n nezavisnih logističkih slučajnih promjenljivih;
- dizajniranje algoritma za numeričko računanje Fox-H funkcije;
- određivanje raspodjele linearne kombinacije n zavisnih logističkih slučajnih promjenljivih;
- primjena dobijenih rezultata na relanim podacima u finansijama.

Materijali, metode i plan istraživanja

Prvi korak u istraživanju je određivanje karakteristične funkcije $\varphi(t_1, t_2)$, $t_1, t_2 \in R$, za dvodimenzioni slučajni vektor (X_1, X_2) , gdje $X_i : \text{Log}(m_i, \sigma_i^2)$, $m_i \in R, \sigma_i > 0, i = \overline{1, 2}$. Nakon toga slijedi primjena metoda za invertovanje odgovarajuće karakteristične funkcije u cilju dobijanja gustine i funkcije raspodjele slučajnog vektora. Gustina slučajnog vektora (X_1, X_2) data je izrazom

$$\frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(t_1 z_1 + t_2 z_2)} \varphi(t_1, t_2) dt_1 dt_2.$$

Jasno je da se prethodni integral u slučaju kada je

$$\varphi(t_1, t_2) = 2 e^{i(t_1 m_1 + t_2 m_2)} B(1 - i \sigma_1 t_1, 1 - i \sigma_2 t_2, 1 + i \sigma_1 t_1 + i \sigma_2 t_2),$$

ne može riješiti analitički. Ovaj problem nam otvara mogućnost da se invertovanje Furijeove transformacije treba uraditi numerički. U literaturi ne postoje numerički algoritmi za invertovanje višedimenzionalnih karakterističnih funkcija. Rješenje ovog problema omogućuje proučavanje ne samo dvodimenzionalne logističke raspodjele, već i drugih raspodjela specifikovanih na ovaj način. Algoritam za numeričko računanje funkcije raspodjele i funkcije gustine dvodimenzionalne logističke raspodjele iz odgovarajuće karakteristične funkcije imaće sljedeće korake:

Korak 1: Generiše se matrica $X = (x_1, x_2)$ čiji su elementi vektori dimenzija $(N \times 1)$. U elementima matrice X će se računati vrijednosti za funkciju raspodjele/funkciju gustine slučajnog vektora (X_1, X_2) ;

Korak 2: Generisanje karakteristične funkcije

$$\varphi(t_1, t_2) = e^{i(t_1 m_1 + t_2 m_2)} \Gamma(1 - i \sigma_1 t_1) \Gamma(1 - i \sigma_2 t_2) \Gamma(1 + i \sigma_1 t_1 + i \sigma_2 t_2),$$

gdje se za numeričko izračunavanje gama funkcije koristi Lanczos aproksimacija.

Korak 3: Numeričko izračunavanje marginalnih funkcija raspodjele i funkcija gustine slučajnog vektora (X_1, X_2) definisanih sa

$$pdf_{X_1}(x_1) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re}(e^{-itx_1} cf_{X_1}(t)) dt,$$

$$cdf_{X_1}(x_1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Im}g\left(\frac{e^{-itx_1} cf_{X_1}(t)}{t}\right) dt,$$

gdje je $cf_{X_1}(t)$ marginalna karakteristična funkcija za slučajnu promjenljivu X_1 , definisana sa $cf_{X_1}(t) = \varphi(t_1, 0)$. Funkcija raspodjele i funkcija gustine slučajne promjenljive X_2 definiše se na isti način, s tim da se generiše u vrijednostima vektora x_2 .

Korak 4: Numeričko izračunavanje dvodimenzionalne funkcije raspodjele i funkcije gustine definisanih sa

$$cdf_{X_1, X_2}(x) = \frac{cdf_{X_1}(x_1) + cdf_{X_2}(x_2)}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \text{Re}\left(\frac{e^{-ix't} \varphi(t)}{t_1 t_2}\right) dt_1 dt_2,$$

$$pdf_{X_1, X_2}(x) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \text{Re}(e^{-ix't} \varphi(t)) dt_1 dt_2,$$

gdje je x' oznaka za transponovanu matricu X .

U radovima [5] i [6] data su neka pravila za numeričko invertovanje višedimenzionalne karakteristične funkcije, što će biti osnova za dalji razvoj odgovarajućeg algoritma. Numeričku integraciju zasnovaćemo na primjeni tapeznog pravila. Algoritam će biti implementiran u MATLAB-u i omogućiti proučavanje slučajnog vektora čija je raspodjela specifikovana karakterističnom funkcijom. Primjenom pomenutog algoritma dobićemo odgovarajuću funkciju raspodjele i gustine.

Dalje, primjenom Sklar teoreme iz [7] dobijeni algoritam ćemo dalje proširiti tako da, pored funkcije raspodjele i gustine, računa i odgovarajuću kopulu. Algoritam za generisanje dvodimenzionalne logističke kopule imaće sljedeće korake:

Korak 1: Generisanje nizova $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ i $V = (V_1, V_2, \dots, V_m)$ slučajnih brojeva iz intervala $(0,1)$;

Korak 2: Primjena metoda inverzne transformacije za generisanje vrijednosti iz marginalnih raspodjela X_1 i X_2 , pri čemu je $X_1 = F^{-1}(U)$ i $X_2 = G^{-1}(V)$, gdje su $F(x_1)$ i $G(x_2)$ marginalne funkcije raspodjele slučajnog vektora (X_1, X_2) .

Korak 3: Generisanje kopula funkcije $C(U, V) = H(F^{-1}(U), G^{-1}(V))$, gdje je $H(x_1, x_2)$ funkcija raspodjele slučajnog vektora (X_1, X_2) .

U [7] je data veza između Kendal tau koeficijenta i kopula funkcije, gdje se vrijednost za Kendal tau može dobiti znajući očekivanu vrijednost za kopula funkciju. Za računanje Spearmanovog ro koeficijenta koristimo marginalne raspodjele kopula funkcije. Odgovarajući algoritam za računanje pomenutih mjera zavisnosti sadržiće sljedeće korake:

Korak 1: Generisanje vrijednosti za Kendal tau koeficijent τ_C definisan sa

$$\tau_C = 4 \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C(U_i, V_j)}{n * m} - 1;$$

Korak 2: Generisanje vrijednosti za Spearmanovog ro koeficijent ρ_C definisan sa

$$\rho_C = 12 \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F(x_i^1) G(x_j^2)}{n * m} - 3;$$

Na taj način za odgovarajuću kopulu imaćemo i njene Kendal tau i Spearman ro koeficijente. Korišćenjem Fréchet-Hoeffding granica za kopula funkciju moći ćemo izvesti i granice u kojima će se kretati spomenuti koeficijenti mjera zavisnosti. [11]

Sljedeći korak bio bi generisanje slučajnih brojeva iz logističke raspodjele primjenom karakteristične funkcije. Taj postupak takođe će biti posebno implementirati u MATLAB-u. Ovo

bi bilo prvi put u savremenoj literaturi da se omogući generisanje slučajnih brojeva iz raspodjele specifikovane svojom dvodimenzionalnom karakterističnom funkcijom, do sada u literaturi postoji samo postupak za jednodimenzionalnu karakterističnu funkciju. [8]-[9]

U radu [3] slučajni vektor iz logističke raspodjele je predstavljen preko Gausovog slučajnog vektora i Kolmogorov-Smirnov slučajne promjenljive. Koristeći rezultate iz tog rada kao i naša algoritamska rješenja bićemo u mogućnosti da uporedimo efikasnost dvije različite metode.

U radu [2] proučavali smo linearnu kombinaciju nezavisnih logističkih slučajnih promjenljivih. Pokazali smo da se raspodjela linearne kombinacije izražava u obliku Fox H funkcije. Za dalji rad neophodno nam je bilo da razvijemo algoritam za numeričko računanje vrijednost Fox H funkcije.

Dalji postupak podrazumjeva nalaženje raspodjele za linearnu kombinaciju dvije zavisne logističke slučajne promjenljive. Kako do sada nije bilo softverskih rješenja za izračunavanje dvodimenzionalne logističke raspodjele, dobijeni rezultat omogućit će široku primjenu. Biće potrebno pronaći realne podatke iz oblasti finansija koji će u najboljoj mjeri pokazati značaj našeg istraživanja.

Očekivani naučni doprinos

Višedimenzionalna logistička raspodjela koju proučavamo u ovoj disertaciji pojavljuje se prvi put u literaturi. Raspodjela je određena svojom karakterističnom funkcijom. Da bi se odredila odgovarajuća funkcija raspodjele i funkcija gustine potrebno je odrediti inverznu Furijeovu transformaciju. S obzirom da je analitičko invertovanje nemoguće, razvijen je algoritam za numeričko invertovanje višedimenzionalne karakteristične funkcije. Ovaj algoritam se prvi put javlja u literaturi. Sada smo u mogućnosti da proučavamo logističku kopulu koja će nam kasnije omogućiti i široku praktičnu primjenu dobijenih teorijskih rezultata.

Višedimenzionalna logistička raspodjela i logistička kopula omogućit će i proučavanje linearne kombinacije logističkih slučajnih promjenljivih. Treba napomenuti da se linearne kombinacija slučajnih promjenljivih koristi u analizi portfolia [15]. Prvi korak biće proučavanje linearne kombinacije nezavisnih logističkih slučajnih promjenljivih, čija se tačna raspodjela izražava u obliku Fox H funkcije [2]. U tom cilju razvili smo i algoritam za numeričko izračunavanje vrijednosti Fox H funkcije, koji se javlja prvi put u literaturi.

Razmatranje linearne kombinacije zavisnih logističkih slučajnih promjenljivih otvaraće mogućnost za modelovanje brojnih finansijskih problema.

Spisak objavljenih radova kandidata

(dati spisak objavljenih radova kandidata)

1. Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Viktor Witkovsky, *Distribution of a linear combination of generalized logistic random variables and its application*, Journal of Statistical Computation and Simulation (u procesu recenzovanja)
2. Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Ali I. Genc, *On linear combination of generalized logistic random variables with an application to financial returns*, Applied Mathematics and Computation 381:125314, September 2020
3. Luka Bulatović, Andjela Mijanović, Nikola Trajković, Balša Asanović, Vladimir Božović, *Automated cryptanalysis of substitution cipher using Hill climbing with well designed heuristic function*, Mathematica Montisnigri 44:135-143, January 2019

Popis literature

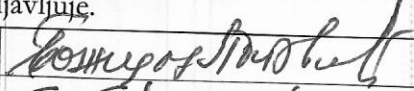
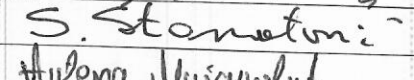
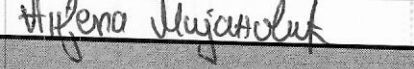
(do 30 referenci)

1. Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Viktor Witkovsky, *Distribution of a linear*

- combination of generalized logistic random variables and its application*, Journal of Statistical Computation and Simulation (u procesu recenzovanja)
2. Božidar V. Popović, Andjela Mijanović, Ali I. Genc, *On linear combination of generalized logistic random variables with an application to financial returns*, Applied Mathematics and Computation 381:125314, September 2020
 3. Balakrishnan, N., Ma Chunsheng, Wang Renxiang, *Logistic vector random fields with logistic direct and cross covariances*, Journal of Statistical Planning and Inference 109—118, 2015
 4. N. Balakrishnan, A. Stepanov, *On the Use of Bivariate Mellin Transform in Bivariate Random Scaling and Some Applications*, Methodology and Computing in Applied Probability, 16: 235-244, 2014
 5. Shephard, N.G, *Numerical integration rules for multivariate inversions*, Journal of Statistical Computation and Simulation, 39: 37-46., 1991
 6. Shephard, N.G., *From Characteristic Function to Distribution Function: A Simple Framework for the Theory*, Econometric Theory, 7: 519-529, 1991
 7. Roger B. Nelsen, *An introduction to copulas*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 978-0-387-28659-4, 2006
 8. Barabesi, L.; Pratelli, L., *Universal methods for generating random variables with a given characteristic function*, Journal of Statistical Computation and Simulation, 85: 1679-1691, 2015
 9. Luc Devroye, *On the computer generation of random variables with a given characteristic function*, Computers & Mathematics with Application, 7: 547-552, 1981
 10. Chin Diew Lai, N. Balakrishnan, *Continuous Bivariate Distributions: Second Edition*, Springer-Verlag New York, 978-0-387-09613-1, 2009
 11. Zhang, Zhiqiang, Yang, Xiaoyi, *Constructing Copulas on the Parabolic Boundary of Kendall's Tau-Spearman's Rho Region*, 2010 First ACIS International Symposium on Cryptography, and Network Security, Data Mining and Knowledge Discovery, E-Commerce and Its Applications, and Embedded Systems, 2010
 12. Barry C. Arnold, *Distributions with Logistic Marginals and/or Conditionals*, IMS Lecture Notes--Monograph Series, 28: 15-32, 1996
 13. Henrick J. Malik and Bovas Abraham, *Multivariate Logistic Distributions*, The Annals of Statistics, 1: 588-590, 1973
 14. Mir M Ali, N.N Mikhail, M.Safiul Haq, *A class of bivariate distributions including the bivariate logistic*, Journal of Multivariate Analysis, 8:405-412, 1978
 15. David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams, *Essentials of Modern Business Statistics*, South-Western College Pub, 2018

SAGLASNOST PREDLOŽENOG/IH MENTORA I DOKTORANDA SA PRIJAVOM

Odgovorno potvrđujem da sam saglasan sa temom koja se prijavljuje.

Prvi mentor	Doc. dr Božidar Popović	
Drugi mentor	Prof. dr Siniša Stamatović	
Doktorand	Mr Anđela Mijanović	

IZJAVA

Odgovorno izjavljujem da doktorsku disertaciju sa istom temom nisam prijavio/la ni na jednom drugom fakultetu.

U Podgorici,

10.5.2021. god.

Ime i prezime doktoranda

Angela Mijandrić