

Vijeću Prirodno matematičkog fakulteta

Na LXII sjednici Vijeća PMF-a održanoj 18. maja 2021. godine imenovani smo u komisiju za ocjenu master rada **Statistička procedura brzog detektovanja početka epidemije** kandidatkinje Marijane Grbović. Podnosimo sljedeći

Izvještaj

1. Predmet rada

Statističke procedure reagovanja na procese koji su pod monitoringom i kod kojih je došlo do odstupanja od uobičajenog ponašanja, u matematičkom smislu su zahtijevna tema, a sa gledišta prakse su korisne i upotrebljive. Kandidatkinja se bavi procesom koji se u normalnim uslovima ponaša kao standardni Vinerov proces, a nakon početka epidemije u procesu se pojavljuje linearni trend. Zadatak statističke procedure predložene u radu je da se pojava trenda, koja se vezuje za početak epidemije, što prije detektuje. Važan istraživački cilj je aproksimacija funkcije moći testa u kojem je nulta hipoteza vezana za normalan režim, a alternativna za režim sa trendom. Aproksimacije su bitne jer daju odgovor na pitanje o optimalnom momentu reagovanja. Naime, treba reagovati sa visokim stepenom uvjerenosti da je epidemija "krenula" i u momentu za koji je vjerovatnoća da je uzbuna lažna, minimalna.

Tema brzog detektovanja početka epidemije postala je predmet istraživanja vodećih statističara sredinom šezdesetih godina prošlog vijeka. Zbog velike rasprostranjenosti problema detekcije momenta prelaska na novi režim, na zadatku se intenzivno radilo. Dobijeni su značajni i u praksi primjenjivi rezultati ali zbog velikog broja neistraženih varijanti, problematika nije izgubila na aktuelnosti. Analizom radova (objavljeni su nedavno u visoko rangiranim žurnalima) koji su posvećeni problemu detektovanja početka epidemije, change - point detection, shvatili smo da kvalitet testa zavisi od dobro odabrane barijere. Stoga je značajna tema u radu računanje vjerovatnoće dostizanja složenih dio po dio linearnih barijera. Terminologija koja se odnosi na detektovanje početka epidemije preuzeta je iz medicinskog modela u kojem se prati razvoj bolesti koja može eskalirati u epidemiju. Ova terminologija se koristi u opštem slučaju kada se detektuje momenat izmjene strukture procesa.

Područje primjene statističke teorije u zadatku change - point detection proširilo se na mnoge naučne oblasti: ekonomiju, aktuarstvo, fiziku, ekologiju itd.

a) Primjer iz kontrole kvaliteta. Prati se kvalitet proizvodnje na osnovu nekog parametra koji se modelira slučajnim procesom. U normalnom režimu proces je stabilan i ima mala kolebanja. Kada se, kao rezultat pada kvaliteta proizvodnje, u procesu pojavi trend - taj prelazak na novi režim treba što prije detektovati, zatim zaustaviti proizvodnju i otkloniti uzroke pada kvaliteta proizvoda.

b) Primjer iz medicine. Prati se učestalost kongenitalnih malformacija kod novorođenčadi. Učestalost malformacija ima uobičajena i tolerantna blaga kolebanja. Međutim, kao posljedica pogoršanja ekoloških uslova, novih lijekova i drugih faktora ta učestalost može preći tolerantna kolebanja i taj momenat treba što prije detektovati vodeći računa da se izbjegne lažna uzbuna. U vrijeme nastajanja predmetne teorije bila je aktuelna Thalidomide epizoda.

2. Struktura rada i dobijeni rezultati

Rad je napisan na šezdeset jednoj stranici a sadržaj obuhvata:

1. Uvod

2. Tema rada, pregled dosadašnjih rezultata i teoreme koje se koriste u radu

2.1 Gausovi procesi

2.2 Slepianov proces

2.3 Linearne barijere

3. Raspodjela momenta u kojem Slepianov proces prvi put dostiže zadatu barijeru

4. Brzo detektovanje početka epidemije

5. Zaključak

Bibliografija - broji petnaest naslova.

Motivacija je bila nastavak istraživanja na temi iniciranoj u respektabilnom radu

A Zhigljavsky, J Noonan. First passage times for Slepian process with linear and piecewise linear barriers, Extremes, 1-25, 2021.

Inicijalni zadatak u master radu je bio računanje

$$F_{a,b}(T|x) := P(S(t) < a + bt, \forall t \in [0, T] | S(0) = x),$$

gdje je $S(t)$ Slepianov proces. Odgovarajuća vjerovatnoća je nađena i u slučaju linearnih barijera sa nekoliko promjena nagiba. U rješenje upravo formulisanog zadatka je ugrađen centralni rezultat rada

M. Katori. Reciprocal time relation of noncolliding Brownian motion with drift. Journal of Statistical Physics, 148(1):38-52, 2012.

U pomenutom radu se izučava model kretanja $n+1$ nezavisne čestice, čije su putanje modelirane Vinerovim procesom, pri čemu kolizija putanja nije dozvoljena.

Neka je

$$\tau(h) := \inf\{t : S(t) \geq h\}$$

tj. momenat u kojem Slepianov proces prvi put dostiže nivo h . Gustina slučajne promjenljive $\tau(h)$ se izražava u funkciji od F . Neka je ν momenat početka epidemije, a $H_0 : \nu = \infty$ i $H_1 : \nu < \infty$. Koristeći prethodno dobijene rezultate, kandidatkinja rješava jednačinu

$$E_0(\tau(h)) = C,$$

gdje je $C > 0$ velik broj. Dobijeno h ukazuje na nivo čijim dostizanjem se konstatuje početak epidemije. I na kraju, za konkretne vrijednosti C , kao epilog rada se dobijaju vrijednosti funkcije moći testa. Potvrđena je očekivana kvalitetnija aproksimacija moći testa nakon primjene složenijih barijera.

Zaključak

Kandidatkinja je zahtijevnu, aktuelnu i primjenjivu temu kvalitetno obradila. Konstatujemo da je tekst master rada napisan matematički korektno, pedantno i predano.

Predlažemo Vijeću PMF-a da odobri javnu odbranu master rada **Statistička procedura brzog detektovanja početka epidemije** kandidatkinje Marijane Grbović.

U Podgorici, 30. avgust 2021.

dr Siniša Stamatović, redovni profesor, mentor

S. Stamatović

dr Božidar Popović, docent

Božidar Popović
dr Goran Popivoda, docent

Goran Popivoda