

UNIVERZITET CRNE GORE
VIJEĆU PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA

Predmet: Izvještaj komisije o podobnosti teme za izradu master rada pod nazivom „Kvazikonformna harmonijska preslikavanja i Schwarz–Christoffelove transformacije“ kandidatkinje Teute Junčaj.

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 31.05.2022. godine imenovalo je mentora i Komisiju za ocjenu teme master rada pod nazivom „Kvazikonformna harmonijska preslikavanja i Schwarz–Christoffelove transformacije“ kandidatkinje Teute Junčaj.

Nakon uvida u podneseni materijal, a u vezi sa članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, podnosimo sljedeći

IZVJEŠTAJ

1) Podaci o kandidatu

Teuta Junčaj rođena je 04. novembra 1998. godine u Podgorici. Osnovnu i srednju školu završila je u Tuzima. Za ostvareni uspjeh tokom osnovnog i srednjeg obrazovanja dobio je diplomu „Luča“ i proglašavanje za đaka generacije.

Studijske 2017/18 godine upisala je Prirodno-matematički fakultet Univerziteta Crne Gore, odsjek matematika. Osnovne studije (Bachelor) završila je u roku sa prosječnom ocjenom C (8.44).

Studijske 2020/21 godine upisala je master studije, odsjek Matematika, na PMF-u.

2) Obrazloženje teme

- **Naučna oblast**

Predložena tema pripada oblasti kompleksne analize, konkretno teoriji harmonijskih, analitičkih i konformnih preslikavanja kompleksne ravni.

- **Predmet rada**

Kvazikonformna harmonijska preslikavanja između dvije date Žordanove oblasti sa $C^{1,\alpha}$ granicama su Lipschitz neprekidne.

I kvazikonformna preslikavanja između Žordanovih domena koje sadrže ∞ tj. kvazikonformna preslikavanja između domena sa kompaktnim glatkim granicama u proširenoj kompleksnoj ravni su bi-Lipschitzove.

U ovom radu će se između ostalog ocijeniti konstanta co-Lipschitzovosti kompozicije datih Schwarz-Christoffelovih transformacija i afinih preslikavanja pod pretpostavkom da je kodomen pravilni poligon. Ova preslikavanja su kvazikonformna kao kompozicija kvazikonformnih i konformnih preslikavanja.

Ovi rezultati su u direktnoj vezi sa Heinzovom teoremom za harmonijske difeomorfizme između jediničnog diska na sebe, ili između diska i konveksne oblasti, i predstavlja svojevrsnu uvertiru u izučavanju bi-Lipschitzovih svojstava harmonijskih kvazikonformnih preslikavanja diska na glatku Žordanovu oblast.

• Naučni cilj rada

Prvi dio je posvećen kvazikonformno harmonijskim preslikavanjima koje predstavljaju uopštenje konformnih preslikavanja. Predstavimo dokaz da kvazikonformna harmonijska preslikavanja između Žordanovih domena sa $C^{1,\alpha}$ granicama su Lipschitz neprekidne. Kvazikonformna preslikavanja između oblasti sa $C^{1,\alpha}$ granicama pri čemu je kodomen konveksan skup, su bi-Lipschitz neprekidne. Štoviše, preslikavanje između jediničnog diska i nekog konveksnog skupa sa $C^{1,\alpha}$ granicom je kvazikonformno ako i samo ako je to preslikavanje na granici domena bi-Lipschitzova i Hilbertova transformacija izvoda tog granicnog preslikavanja iz prostora L^∞ . Ovi rezultati se u neku mjeru mogu uopštavati u višim dimenzijama. Takođe kvazikonformna preslikavanja između Žordanovih domena koje sadrže ∞ , tj. kvazikonformna preslikavanja između domena sa kompaktnim glatkim granicama u proširenoj kompleksnoj ravni su bi-Lipschitzove. Najnoviji rezultat koji se tiče bi-Lipschitzovog svojstva kvazikonformnih harmonijskih preslikavanja, se odnosi na to da su ta preslikavanja bi-Lipschitzova ako su domen i kodomen Lyapunovi domeni (odnosno domeni sa $C^{1,\alpha}$ granicom).

Dalje, homeomorfizam realne prave koji čuva orijentaciju se može proširiti do kvazikonformnog harmonijskog homeomorfizma gornje poluravni ako i samo ako je ono bi-Lipschitzovo i Hilbertova transformacija izvoda preslikavanja je ograničena.

U drugom dijelu imamo Schwarz-Christoffelove transformacije, njihova svojstva i primjere takvih preslikavanja. Važno svojstvo Schwarz-Christoffelovih transformacija koje jedinični disk slikaju u poligon P sa n stranica je da one zadovoljavaju Heinzovu nejednakost. Ako čak posmatramo njihovu kompoziciju sa afnim transformacijama, i novodobijeno preslikavanje zadovoljava Heinzovu nejednakost. Još se ispostavlja da su ta preslikavanja co-Lipschitzova.

- **Naučne metode**

-U ovom radu će se koristiti standardne metode kompleksne analize.

-Za eventualne potrebe izrade slika koristićemo program Geogebra, a za izračunavanje nekih detalja za "co-Lipschitzovost Schwarz-Christoffelovih transformacija iz D u pravougaonik" koristićemo program Wolfram Mathematica 8.

- **Aktuelnost problematike**

Harmonijska preslikavanja su se godinama izučavala prvenstveno kao dio diferencijalne geometrije, naročito zbog veze sa parametrizacijom sa minimalnim površima. Međutim, zbog veze sa univalentnim analitičkim preslikavanjima, odnosno otkrivanjem mogućnosti da se uopštavaju određeni rezultati iz klase konformnih preslikavanja i u klasu univalentnih harmonijskih funkcija, one su postale objekat intenzivnih istraživanja i u kompleksnoj analizi. U tom pravcu bitnu ulogu je igrao izvrsni rad poznatih svjetskih matematičara James Clunie-a i Terry Sheil-Small-a.

I uprkos brzom razvoju ove oblasti, brojni problemi su ostali otvoreni i neriješeni. Zato, iako u većini slučajeva analitičke funkcije služe kao modeli za generalizaciju rezultata nad harmonijskim preslikavanjima, postoje slučajevi kada je pitanje uopštenja rezultata i dalje otvoreno, a i slučajevi kada se ispostavi da je neko svojstvo specifično samo za analitičke funkcije.

Aktuelni i originalni rezultati rada će biti:

-Heinzova nejednakost konformnog preslikavanja koja jedinični disk preslikava na n -tougao;

-co-Lipschitzova neprekidnost kompozicije konformnih preslikavanja koja jedinični disk preslikava na n -tougao sa afinim transformacijama;

-co-Lipschitzova neprekidnost Schwarz-Christoffelovih transformacija iz regularnog poligona u jedinični disk;

-co-Lipschitzova neprekidnost Schwarz-Christoffelovih transformacija iz jediničnog diska u pravougaonik.

3) Zaključak

Uvidom u podnesenu dokumentaciju, Komisija je utvrdila da predložena tema kandidatkinje Teute Junčaj ima jasno definisane ciljeve i metode istraživanja i očekivane rezultate.

Predlažemo Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da odobri izradu master rada „Kvazikonformna harmonijska preslikavanja i Schwarz–Christoffelove transformacije“.

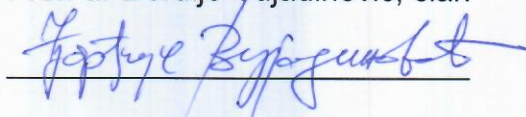
U Podgorici, 17. oktobra 2022. godine

KOMISIJA

Prof. dr David Kalaj, mentor



Prof. dr Đorđije Vujadinović, član



Doc. dr Marijan Marković, član

