

## Вијећу Природно-математичког факултета

Оцјена магистарског рада *Ортогонални полиноми у линеарној регресији*  
кандидата кандидата Велимира Ђоровића

На LXXXVI сједници Вијећа Природно-математичког факултета одржаној 23.9.2022. године именовани смо у Комисију за оцјену магистарског рада под називом *Ортогонални полиноми у линеарној регресији* кандидата кандидата Велимира Ђоровића. Вијећу подносимо следећи

## ИЗВЈЕШТАЈ

### 1. Тема рада

Тема магистарског рада припада области Математичке статистике и Нумеричке математике. Регресиона анализа је скуп статистичких метода којима се открива да ли постоје везе између посматраних појава. Основни задатак регресионе анализе је да предвиди понашање зависне промјенљиве ( $Y$ ) помоћу познатих вриједности једне или више независних промјенљивих ( $X$ ), односно да одреди неслучајну функцију  $g$  тако да важи  $g(X) = Y$ .

### 2. Предмет рада

Најранија форма линеарне регресије се појављује почетком 19. вијека у облику методе најмањих квадрата код Гауса и Лежандра. Обојица су овај метод примјењивали на проблем одређивања орбита мањих небеских тијела у Сунчевом систему. Гаус је недugo након тога објавио рад у којем формализује теорију методе најмањих квадрата и наводи један од облика теореме Гаус-Маркова. До данас, линеарна регресија наставља да буде активно поље истраживања јер има широку примјену у свим сферама науке. Наиме, већ од самих почетака линеарна регресија се користи као алат за одредивање типа и јачине везе између двије или више појава. Педесетих и шездесетих годинам прошлог вијека,

економисти су користили електромеханичке калкулаторе за одређивање параметара регресије. Све до 1970. за једно израчунавање је било неохлодно и преко 24 сата. Касније, са развојем рачунарске технике тај проблем је дјелимично решен, међутим и даље остаје важно питање ефикасности модела код великих скупова података.

Дискретни ортогонални полиноми имају занимљиве нумеричке особине и у овом раду показујемо начин на који се те особине могу употребити у линеарној регресији. За израчунавање оцјена параметара линеарне регресије неопходно је решити одређени систем линеарних једначина. Доказано је да је систем који се добија када користимо дискретне ортогоналне полиноме нумерички стабилнији у односу на систем добијен коришћењем стандарног скупа полинома  $\{1, x, x^2, \dots\}$ . Наиме, показано је да је поменути систем повољнији у смислу кондиционих бројева генерисаних нормама  $\| \cdot \|_1$ ,  $\| \cdot \|_2$  и  $\| \cdot \|_\infty$ . Рад је праћен спровођењем експеримената у програмском пакету Матлаб којима се потврђују добијени резултати.

### 3. Организација и садржај рада

Рад је написан на 69 страна. Састоји се од увода, три главе, закључка, литературе са 15 наслова.

У првом поглављу наводимо основне појмове, тврдења и ознаке које ће бити коришћене у раду. Друго поглавље је посвећено нумеричким особинама система линеарних једначина. У воде се појмови норме и кондиционог броја матрице који су важан показатељ стабилности система линеарних једначина. У трећем поглављу се представља општи модел линеарне регресије и начин одређивања непознатих параметара користећи методу најмањих квадрата. Важан дио овог поглавља заузима теорема Гаус-Маркова која говори да је оцјена добијена методом најмањих квадрата најквалитетнија међу свим линеарним оцјенама.

У посљедњем поглављу се дефинисани су ортогонални полиноми и модел ортогоналне регресије. Врши се поређење са стандарним полиномским моделом по неколико критеријума. Наводи се и уопштење централног тврђења из рада Tian (1988). Рад је праћен и конкретним нумеричким примјерима

## **Закључак**

Рад је написан писмено, математички коректно, јасно и прегледно. Постигнут је планирани циљ истраживања.

Предлажемо Вијећу да одобри јавну одбрану магистарског рада под називом *Ортогонални полиноми у линеарној регресији* кандидата кандидата Велимира Ђоровића.

У Подгорици,

11.10.2022. год.

др Невена Мијајловић, ванредни професор, члан

др Божидар Поповић, ванредни професор, ментор

др Горан Попивода, доцент, члан