

Na LXXIX sjednici Vijeća PMF-a, održanoj 29. marta 2022. godine imenovani smo za članove komisije za ocjenu master rada „Dvodimenzionalni atom vodonika“ studentkinje Milice Nikolić. Nakon što je studentkinja Milica Nikolić predala master rad, a na osnovu uvida u dostavljeni materijal podnosimo Vijeću PMF-a sljedeći

IZVJEŠTAJ

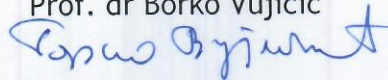
Master rad „Dvodimenzionalni atom vodonika“ je napisan na 60 stranica, ima ukupno 6 poglavlja, dvije tabele, nema fotografija odnosno slika. U prvom poglavlju „Uvod“ dato je obrazloženje, odnosno motivacija za analizu problema atoma vodonika u dvije dimenzije. Napravljen je pregled dosadašnjih radova koji se odnose na problem jednodimenzionalnog i dvodimenzionalnog atoma vodonika. U poglavlju „Električno polje i električni potencijal tačkastog naelektrisanja u dvije dimenzije“ je dato izvođenje odgovarajućih izraza analognom primjenom Maksvelovih jednačina za slučaj dvije dimenzije. Ispostavlja se da potencijal tačkastog naelektrisanja nema formu Kulonovog potencijala (koji opada po zakonu $1/r$ sa rastojanjem), što bi se moglo intuitivno očekivati, već se mijenja po logaritamskom zakonu $\ln r$. U poglavlju „Vremenski nezavisna Šredingerova jednačina u dvije dimenzije“ dat je prikaz opšteg metoda rješavanja Šredingerove jednačine za kretanje čestice u centralnom potencijalu $V(r)$ putem razdvajanja promjenljivih. Prikazana je i riješena ugaona jednačina i dat je izraz za radijalnu jednačinu. Napravljeno je interesantno poređenje sa trodimenzionalnim slučajem. Naime radijalna jednačina u trodimenzionalnom slučaju je po svojoj formi identična Šredingerovoj jednačini za česticu koja se kreće u efektivnom potencijalu $V(r) + \hbar^2 l(l+1)/2mr^2$. Drugi član u efektivnom potencijalu teži da česticu odbije od koordinatnog početka, od izvora sile, pa se taj član iz tog razloga naziva „centrifugalni član“. Centrifugalni član nestaje za slučaj stanja kod kojih je moment impulsa jednak nuli ($l = 0$). Međutim u dvodimenzionalnom slučaju radijalna jednačina se svodi na Šredingerovu jednačinu za kretanje čestice u efektivnom potencijalu $V(r) + \hbar^2(l^2 - 1/4)/2mr^2$. U stanjima kod kojih je moment impulsa jednak nuli dodatni član u potencijalu teži da česticu približi koordinatnom početku (izvoru sile), odnosno nije centrifugalni već centripetalni. U poglavlju „Atom vodonika u slučaju potencijala oblika $V(r) = -\beta r_0/r$ “ dat je prikaz analitičkog rješenja Šredingerove jednačine u dvije dimenzije za potencijal oblika $1/r$. Taj rezultat je poznat u literaturi, a ovom prilikom je ponovljen u master radu jer se to rješenje koristi kasnije kao probna funkcija u varijacionom metodu za dobijanje energije osnovnog stanja. Drugo, treće i četvrto poglavlje se odnose na rezultate koji su do sada poznati u literaturi. Peto poglavlje „Energija osnovnog stanja atoma vodonika u slučaju logaritamskog potencijala u dvije dimenzije“ predstavljaju rezultate do kojih je došla sama studentkinja. Ovo poglavlje je podijeljeno u četiri dijela. U prvom dijelu se određuje energija osnovnog stanja atoma vodonika u dvije dimenzije korišćenjem varijacionog metoda. Kao probna funkcija uzeto je rješenje Šredingerove jednačine za potencijal $V(r) = -\beta r_0/r$, a kao varijacioni parametar je uzet talasni vektor elektrona u osnovnom stanju za potencijal $V(r) = -\beta r_0/r$. U drugom dijelu ovog poglavlja energetski spektar dvodimenzionalnog atoma vodonika je izračunat uz pomoć teorije perturbacija. Iako sam Hamiltonijan elektrona u električnom polju protona (jezgra vodonika) nema oblik koji nam sugeriše da se može primijeniti teorija perturbacija,

formalno je zapisan u obliku $H = T + U_{log} = T + U_{kul} + U_{log} - U_{kul} = H_{kul} + \Delta H$, gdje nam je H_{kul} Hamiltonijan čiji sopstveni problem znamo da riješimo (dato u poglavlju 4), a $\Delta H = U_{log} - U_{kul}$ je perturbacija. Primjenom poznatih izraza iz teorije perturbacija izračunata je energija osnovog stanja do popravke drugog reda. U trećem dijelu petog poglavlja radijalna jednačina u problemu atoma vodonika se pokušava svesti na problem harmonijskog oscilatora. Podesnom smjenom promjenljivih prelazi se na uopštene koordinate u kojima potencijalna energija ima lokalni minimum. Onda za najniži energetske nivo atoma vodonika, osnovno stanje za koje je ukupna energija $E \gtrsim U(r)$ u okolini minimalne vrijednosti potencijalne energije, potencijalnu energiju možemo aproksimirati (razvojem u red) sa parabolom (potencijalom harmonijskog oscilatora). Pošto znamo energetske nivoe harmonijskog oscilatora na taj način dolazimo približno do energetske nivoa elektrona u logaritamskom potencijalu. Pošto ima nebrojeno mogućnosti prelaska sa Dekartovih na uopštene koordinate, u master radu se analizira kako treba da izgleda preslikavanje $(x, y) \rightarrow (q_1, q_2)$, pri čemu oblik Laplasijana ima istu formu (odnosno $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \rightarrow F(q_1, q_2) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} \right\}$). Upravo takva preslikavanja odgovaraju svođenju problema atoma vodonika na harmonijski oscilator. Ispostavlja se da traženu osobinu imaju kvazi-konformna preslikavanja, i u master radu je kao primjer analizirano jedno takvo preslikavanje, odnosno izračunat energetske spektar atoma vodonika. U četvrtom dijelu petog poglavlja energetske spektar atoma vodonika je izračunat uz pomoć WKB metoda (kvaziklasična aproksimacija Šredingerove jednačine). U poglavlju „Zaključak“ dato je poređenje rezultata dobijenih uz pomoć 4 približna metoda sa numerilkim rezultatima do kojih su došli drugi autori. Ispostavlja se da sve metode, bez obzira što se neke u literaturi navode kao grub metod procjene energetske spektra, daju približno iste rezultate. Najpreciznija procjena energetske spektra dvoatomskog atoma vodonika se dobija uz pomoć WKB metoda.

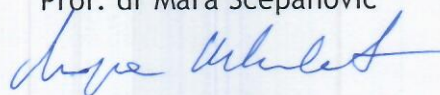
Komisija smatra da je u okviru ovog master rada na sistematizovan način analiziran problem dvoatomskog atoma vodonika, znanje koje je student stekao iz Kvantne Mehanike i Elektrodinamike tokom studija je primijenjeno na jednu nestandardnu situaciju, korišćene su matematičke metode uobičajene za rješavanje ovakvih problema, a master po svojoj strukturi ima formu naučnog rada. Smatramo da Vijeće PMF-a treba da odobri studentkinji Milici Nikolić usmenu javnu odbranu master rada „Dvodimenzionalni atom vodonika“

KOMISIJA

Prof. dr Borko Vujičić



Prof. dr Mara Šćepanović



Prof. dr Predrag Miranović

