

UNIVERZITET CRNE GORE
Prirodno-matematički fakultet Podgorica

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta

IZVJEŠTAJ KOMISIJE O PREGLEDU I OCJENI MASTER RADA MARIJE DOŠLJAK

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 26. 09. 2023. godine imenovalo je Komisiju za pregled i ocjenu master rada pod nazivom "Fundamentalna grupa komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni", kandidata Marije Došljak, u sastavu dr. Svjetlana Terzić, redovni profesor-mentor, dr. Žana Kovijanić-Vukićević, redovni profesor-član i dr. Goran Popivoda, vanredni profesor-član.

Marija Došljak predala je tekst master rada 11. 10. 2023. godine na uvid javnosti i ocjenu.

Nakon uvida u podneseni tekst, a u vezi sa članom 29 Pravila studiranja na master studijama, podnosimo sledeći

IZVJEŠTAJ

Master rad Marije Došljak, bečelora matematike, pod nazivom "Fundamentalna grupa komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni" se sastoji od 61 strane originalnog teksta, uz dodatne strane koje se odnose na opšte informacije, izvod rada i izvod rada na engleskom jeziku. Na taj način tekst ispunjava sve zahtjeve propisane članom 27 Pravila studiranja na master studijama.

Rad pripada oblasti matematike, odnosno uže specijalizovanoj oblasti algebarske topologije. Rad se sastoji iz pet poglavlja: Uvod, Topologija aranžmana, Prikaz algoritma za izračunavanje fundamentalne grupe, Izračunavanje fundamentalne grupe specijalnih aranžmana i Zaključak. Prva i četvrta glava su podijeljene na potpoglavlja u kojima se detaljno i nadovezano prikazuju pojmovi i tvrdjenja koja se razmatraju. U tom smislu se prva glava sastoji od razdjela: Fundamentalna grupa, Slobodne grupe, generatori i relacije, Aranžmani hiperravni, dok se četvrta

glava sastoji od razdjela: Pletenični aranžmani, Generički aranžmani, Fundamentalna grupa $\tilde{J}(n)$ aranžmana.

Izdvajaju se sledeći ciljevi rada. Prvi je da se prikažu u literaturi do sada poznati rezultati o fundamentalnoj grupi komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni. U tom smislu su prikazani rezultati koji izračunavanje fundamentalne grupe komplementa ovih aranžmana svode na izračunavanje fundamentalne grupe komplementa aranžmana kompleksnih pravih u dvodimenzionom kompleksnom prostoru. Ovaj rezultat je u literaturi poznat kao Zariskijeva teorema Lefšecovog tipa.

Drugi cilj je da se prikaže rezultat rada Arvole, također prikazan u knjizi Orlik-Terao, koji koristeći teoriju grafova, konstruiše algoritam za opis strukture fundamentalne grupe komplementa aranžmana kompleksnih pravih u kompleksnoj ravni.

Treći cilj je da se usvojeni i prikazani rezultati primjene na izračunavanje fundamentalne grupe komplementa specijalnog aranžmana $\tilde{J}(n)$ kompleksnih hiperravni. Ovaj aranžman se dobija kao kompleksifikacija realnog aranžmana koji je od velikog značaja pri izučavanju ekvivarijantne topologije kanonskog dejstva maksimalnog kompaktnog torusa na kompleksne Grasmanove mnogostrukosti. Ovaj aranžman se može dobiti i kao restrikcija u literaturi poznatog $J(n)$ aranžmana na hiperravan koja je data uslovom da je suma koordinata njenih tačaka jednaka 2.

Kao originalni i novi rezultat dobijen u radu je eksplicitan opis fundamentalne grupe komplementa aranžmana $\tilde{J}(4)$.

U radu se primjenjuju metode algebarske topologije, algebre i teorije grafova.

Detaljan pregled rada po poglavljima je sledeći.

U prvoj glavi je definisan pojam fundamentalne grupe, opisana su neka njena svojstva, a nakon toga su definisani algebarski pojmovi koji se odnose na slobodne grupe, generatore i relacije, a koji će biti korišćeni u radu. U prvoj glavi je definisan i pojam aranžmana hiperravni, kao i njegovog poseta.

U drugoj glavi su formulisani pojmovi i tvrdjenja koja se odnose na topologiju komplementa aranžmana hiperravni, kao i topološki pojmovi i topološka tvrdjenja koja će se dalje koristiti u radu. U ovoj glavi se formuliše i Zariskijeva teorema Lefšecovog tipa, koja uz postojanje generičkog sječenja opis fundamentalne grupe komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni proizvoljne dimenzije, svodi na slučaj aranžmana kompleksnih pravih u kompleksnoj ravni.

U trećoj glavi se daje pregled poznatih rezultata koji se odnose na izračunavanje fundamentalne grupe komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni. U ovoj glavi se detaljno izlaže algoritam dobijen u radu W. Arvole kojim se aranžmanu kompleksnih pravih u dvodimenzionalnom kompleksnom prostoru pridružuje graf na osnovu kojeg se daje algoritam za određivanje relacija u fundamentalnoj grupi

komplementa aranžmana. Generatori u toj grupi odgovaraju kompleksnim pravcima koje obrazuju aranžman.

U četvrtoj glavi se, algoritam koji je opisan u prethodnom poglavlju, primjenjuje za izračunavanje fundamentalne grupe komplementa određenih aranžmana. Jedan od aranžmana za koji se navodi opis fundamentalne grupe, a koja je u literaturi poznata, je braid, pletenični, aranžman. U ovoj glavi se izvodi i metod za opis fundamentalne grupe komplementa specijalnog kompleksificiranog aranžmana hiperravni koji daje matroidnu dekompoziciju hypersimpleksa $(n, 2)$. U slučaju $n = 4$ eksplicitno je opisana fundamentalna grupa, što predstavlja novi i originalni doprinos rada ovoj problematici.

U glavi Zaključak se sumiraju rezultati predstavljeni u radu, poznati i originalni, i navode se mogući pravci za dalje istraživanje.

Zaključak i predlog

Na osnovu prethodno izloženog smatramo da je master rad Marije Došljak napisan jasno, da su svi pojmovi i tvrdjenja koja se koriste tačno prikazani, uz neophodne interpretacije. Smatramo i da je konačan rezultat koji daje eksplicitan opis fundamentalne grupe komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni, koji u realnom slučaju daje matroidnu dekompoziciju hypersimpleksa $\Delta_{4,2}$, tačan i da je jasno izveden. Na osnovu toga smatramo da rad ispunjava sve uslove predviđene Pravilima studiranja na master studijama. Kandidat je kroz izradu ovog rada ovladao jednom od savremenih matematičkih tehnika i uspješno je primijenio sa ciljem dobijanja eksplicitnih rezultata. Smatramo da je na taj način kandidat u potpunosti realizovao postavljene ciljeve. U skladu sa tim, Komisija pozitivno ocjenjuje master rad "Fundamentalna grupa komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni" kandidata Marije Došljak.

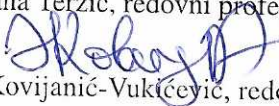
Komisija predlaže Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da rad pod naslovom "*Fundamentalna grupa komplementa aranžmana kompleksnih hiperravni*" Marije

Došljak prihvati kao master rad i odobri njegovu javnu usmenu odbranu.

U Podgorici, 10. 11. 2023.

KOMISIJA


dr Svjetlana Terzić, redovni profesor PMF-a – mentor


dr Žana Kovijanić-Vukićević, redovni profesor PMF-a – član

dr Goran Popivoda, vanredni profesor PMF-a – član

