

Crna Gora
UNIVERZITET CRNE GORE
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Primljeno:		01. 02. 2017	
Org. jed.	Broj	Prilog	Vrijednost
	184		

UNIVERZITET CRNE GORE
Prirodno-matematički fakultet Podgorica

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta

IZVJEŠTAJ KOMISIJE O PODOBNOSTI TEME MAGISTARSKOG RADA KANDIDATA ALEKSANDRA PETROVIĆA

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 24. 01. 2017-te godine imenovalo je mentora i Komisiju za ocjenu podobnosti teme za izradu magistarskog rada pod nazivom "Kompleksni projektivni prostor sa metrikom Fubini-Študi i uopštenja", kandidata Aleksandra Petrovića, u sastavu dr Svjetlana Terzić, redovni profesor-mentor, dr David Kalaj, redovni profesor-član, dr Vladimir Jaćimović, vanredni profesor-član.

Nakon uvida u podneseni materijal, a u vezi sa članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, podnosimo sledeći

IZVJEŠTAJ

Aleksandar Petrović, specijalista matematike, prijavio je temu magistarskog rada pod nazivom "Kompleksni projektivni prostor sa metrikom Fubini-Študi i uopštenja". Tema spada u oblast matematike za koju je matičan Prirodno-matematički fakultet. Dokumenta podnesena za prijavu teme sadrže: biografiju kandidata, naziv i kratku razradu teme, kao i kratko obrazloženje predmeta istraživanja i strukture rada.

Podaci o kandidatu

Aleksandar Petrović je rođen 19. 04. 1989-te godine u Podgorici. Završio je u Podgorici Osnovnu školu "Radojica Perović" i Gimnaziju "Slobodan Škerović", prirodno-matematički smjer. Diplomirao je 2013-te godine na bečelor studijama Odsjeka za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore. Potom je 2014-te godine diplomirao je na specijalističkim studijama smjera za Matematiku, modul Teorijska matematika Prirodno-matematičkog fakulteta sa specijalistički radom pod nazivom "Sfera kao homogena Ajnštajnova mnogostrukost", pod mentorstvom prof.

dr Svjetlane Terzić. U toku 2105-te godine završio je pripravnički staž u Srednjoj građevinskoj školi "Inž. Marko Radević" u Podgorici.

Aktuelnost teme

Kompleksni projektivni prostor CP^n je mnogostrukost čije su tačke kompleksne prave kroz koordinatni početak u kompleksnom n -dimezionom vektorskom prostoru. Ovaj prostor predstavlja jedan od važnijih primjera kako topološkog prostora u opštoj i algebarskoj topologiji, tako i mnogostrukosti u diferencijalnoj geometriji. Služi kao most između mnogih oblasti diferencijalne geometrije, između ostalog teorije Ajnštajnovih mnogostrukosti i teorije homogenih i simetričnih prostora. Jedna od bitnijih primjena ovog prostora je u fizici, tačnije generalnoj teoriji relativnosti, gdje se ovaj prostor pojavljuje kao netrivialno rješenje Ajnštajnovih jednačina polja. Prirodnim uopštenjem pojma kompleksnog projektivnog prostora dobijaju se Grasmanove mnogostrukosti $G_k(C^n)$, čije su tačke kompleksni k -dimenzioni potprostori kompleksnog n -dimenzionog prostora. Grasmanove mnogostrukosti su, osim široke primjene u raznim oblastima matematika, našle primjenu i u savremenoj računarskoj tehnici, gdje su osnova za kreiranje sofisticiranog softverskog sistema koji služi za prepoznavanje lica. Kompleksni projektivni prostor, kao i Grasmanove mnogostrukosti, spadaju u klasu homogenih prostora, odnosno na njima postoji tranzitivno dejstvo grupe koje omogućava da se ovi prostori mogu opisati kao količinski prostori Lijevih grupa. Dalje važno uopštenje ovih prostora predstavljaju flag mnogostrukosti, koje se takodje mogu predstaviti kao homogeni prostori, ali s druge strane ne posjeduju neke važne osobine Grasmanovih mnogostrukosti kao što je simetričnost.

Na kompleksnom projektivnom prostoru se na prirodan način može definisati metrika poznata pod nazivom metrika Fubini-Študi. Jedno od važnih svojstava ove metrike je da kompleksnom projektivnom prostoru daje strukturu Ajnštajnovih mnogostrukosti. Ajnštajnova mnogostrukost je Rimanova ili pseudo-Rimanova mnogostrukost čiji je Ričijev tenzor krivine proporcionalan metriki. Naziv je u čast Alberta Ajnštajna, jer je uslov da je metrika Ajnštajnova ekvivalentan uslovu da je metrika rješenja vakumske Ajnštajnovih jednačina polja na mnogostrukosti, pri čemu dimenzija mnogostrukosti i signatura metrike mogu biti proizvoljni. U opštoj teoriji relativnosti izučava se Ajnštajnova jednačina na četvoro- dimenzionim Lorentzovim mnogostrukostima.

Jedan od aktuelnih problema savremene matematike, a time i diferencijalne geometrije je mogućnost predstavljanja mnogostrukosti kao homogenog prostora, kao i opis Ajnštajnovih metrika na homogenim prostorima. U ovom slučaju, veoma razvijena teorija homogenih prostora omogućava da

se Ajnštajnova jednačina za invarijantne metrike svede na sistem algebarskih jednačina, koje se u mnogo slučajeva mogu riješiti.

Cilj, struktura i metodologija rada

Cilj ovog rada je da se sistematizuju postojeći rezultati kojii se odnose na metriku Fubini-Študi na kompleksnom projektivnom prostoru CP^n , kao i na homogenu metriku na Grasmanovim mnogostrukostima $G_k(C^n)$, a vezani su sa rezultatom da ove metrike ovim prostorima daju strukturu Ajnštajnovе mnogostrukosti. U tom smislu u radu se prikazuju detaljni dokazi ovih tvrdjenja koji u ovoj mjeri nijesu sistematizovani u literaturi.

U tu svrhu u radu se prvo daje detaljan prikaz dokaza da kompleksni projektivni prostor sa metrikom Fubini-Študi predstavlja Ajnštajnovu mnogostrukost, i to sa dva aspekta. Jedan pristup se bazira na opisu kompleksnog projektivnog prostora kao količničkog prostora kompleksnog vektorskog prostora, odnosno kao količničkog prostora neparno dimezione sfere po kružnici. Drugi pristup se bazira na predstavljanju kompleksnog projektivnog prostora CP^n kao homogenog prostora unitarne grupe tj. $U(n)/U(1) \times U(n-1)$, pri čemu se ovo predstavljanje detaljno izvodi u radu. Zatim se razmatraju kompleksne Grasmanove mnogostrukosti $G_k(C^n)$ i daje se detaljan opis njihovog predstavljanja kao homogenih prostora takodje unitarne grupe tj. $U(n)/U(k) \times U(n-k)$. U oba slučaja, i kompleksnog projektivnog prostora i Grasmanovih mnogostrukosti, izvedena predstavljanja kao homogenih prostora pripadaju klasi simetričnih prostora G/H , koji se karakterišu uslovom da postoji involutivni automorfizam grupe G za koji je H podgrupa fiksnih tačaka. Korišćenjem teorije simetričnih prostora u radu se takodje detaljno dokazuje da su metrika Fubini-Študi na CP^n , kao i homogena invarijantna metrika na $G_k(C^n)$ Ajnštajnovе metrike. Dalje se definišu flagove mnogostrukosti i izvodi se detaljan prikaz ovih mnogostrukosti kao homogenih prostora. Flagove mnogostrukosti nijesu simetrični prostori i na njima postoje više homogeneih metrika, tako da se u radu navode neki nedavno dobijeni rezultati o postojanju Ajnštajnovih metrika na ovim mnogostrukostima.

U radu na ovoj temi koriste se aktuelne teorije savremene matematike, odnosno klasična teorija diferencijabilnih mnogostrukosti, teorija homogenih prostora i teorija simetričnih prostora.

Zaključak

Na osnovu prethodno izloženog smatramo da predložena tema magistarskog rada kandidata Aleksandra Petrovića ispunjava sve uslove predviđene Pravilima studiranja na postdiplomskim studijama, propisanim od strane

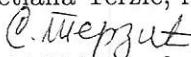
Senata Univerziteta Crne Gore.

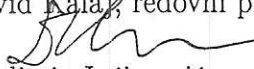
Komisija predlaže Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da kandidatu Aleksandru Petroviću odobri izradu magistarskog rada pod nazivom "Kompleksni projektivni prostori sa metrikom Fubini-Študi i uopštenja".

U Podgorici, 02. 02. 2017.

KOMISIJA

dr Svjetlana Terzić, redovni profesor PMF-a – mentor


dr David Kalaj, redovni profesor PMF-a – član


dr Vladimir Jaćimović, vanredni profesor PMF-a – član

