

UNIVERZITET CRNE GORE

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET, PODGORICA

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore

Predmet: Izvještaj komisije o pregledu i ocjeni master rada Radojke Poleksić

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 15. oktobra 2024. godine, imenovalo je Komisiju za pregled i ocjenu master rada pod nazivom „Metrička dimenzija grafa“, kandidata Radojke Poleksić, u sastavu:

dr Milenko Mosurović, redovni profesor – član,

dr Goran Popivoda, vanredni profesor – član,

dr Žana Kovijanić Vukićević, redovni profesor – mentor.

Kandidat Radojka Poleksić je dana 8. novembra 2024. godine predala master rad na uvid javnosti i ocjenu. Nakon uvida u podneseni material, a u vezi sa članom 22 Pravila studiranja na master studijama, podnosimo sljedeći

IZVJEŠTAJ

Master rad Radojke Poleksić, pod nazivom „Metrička dimenzija grafa“ sastoji se od 64 strane originalnog teksta, uz dodatne strane koje se odnose na opšte informacije, sadržaj, izvod rada i izvod rada na engleskom jeziku. Time tekst ispunjava sve zahtjeve propisane članom 27 Pravila studiranja na master studijama.

Rad pripada oblasti Diskretne matematike odnosno, uže specijalizovano, oblasti Teorije grafova. Sastoji se iz šest poglavlja: Uvod, Metrička dimenzija i skupovi razrješenja, Metrička dimenzija i skupovi razrješenja stabla, Povezani parametri, Primjeri i otvoreni problemi i Zaključak. Drugo poglavlje je podijeljeno na tri, treće takođe na tri, a peto na dva potpoglavlja. Na taj način druga glava se sastoji od sljedećih razdjela: Osnovni pojmovi i elementarni primjeri, NP-kompletnost, Primjeri i osobine metričke dimenzije grafa, treća od razdjela: Metrička dimenzija stabla, Metrička dimenzija unicykličnih grafova i Program za računanje metričke dimenzije stabla, a peta od razdjela: Primjene i Otvoreni problemi.

Problem kojim se kandidat bavi povezan je sa pojmom metričke dimenzija grafa koji je analogan minimalnom broju satelita potrebnih da bi GPS sistem funkcionisao. Naime, metrička dimenzija grafa G , u oznaci $\beta(G)$, je minimalna kardinalnost skupa čvorova R (podskup skupa svih čvorova zadatog grafa G) koji ima osobinu da za svaka dva različita čvora

u, v grafa G postoji čvor $r \in R$ takav da je rastojanje od u do r različito od rastojanja od v do r . Dakle, skup R , koji se naziva skupom razrješenja, „igra“ ulogu skupu satelita potrebnih za dešifrovanje pozicije proizvoljnog čvora u grafu. Pojam metričke dimenzije grafa prvi su uveli P. J. Slater, u radu „Leaves of trees“ iz 1975. godine, i nezavisno od njega R. A. Melter i F. Harary u rada „On metric dimension of graph“, publikovanom u Ars Combinatoria 1976. godine.

U radu se primjenjuju metode iskazne logike i teorije grafova, kao i programiranje u jeziku python. Detaljan pregled rada po poglavljima je sljedeći:

U prvoj, uvodnoj glavi, detaljno je opisana motivacija, cilj rada i njegova organizacija po poglavljima.

U drugom poglavlju date su formalne definicije i navedeni primjeri izračunavanja metričke dimenzije puta, kompletnog grafa i grafa dvodimenzione mreže. Takođe, u posebnom potpoglavlju, dat je dokaz NP kompletnosti problema: Da li važi $\beta(G) \leq k$, za proizvoljan graf G i prirodan broj k ? Kako to kandidat i naglašava u Uvodu, ovaj dokaz prvi put je publikovan u radu Khuller-a 1996. godine.

U trećem poglavlju kandidat se dominantno bavi problemom dimenzije acikličnih povezanih grafova, to jeste, stabala. Kreiran je algoritam kojim se pomoću pratećeg interfejsa izračunava metrička dimenzija stabla. **Dat je detaljan opis algoritma uz odgovarajući kod napisan u programskom jeziku Python. Program je originalni doprinos rada.**

U četvrtom poglavlju definisani su neki novi parametri povezani sa metričkom dimezijom (jaka metrička dimenzija, k -metrička dimenzija i lokalna metrička dimenzija), a čiji je detaljan prikaz dat u radu Yero-a i Kuziak-a iz 2021. godine.

U petom poglavlju detaljnije su objašnjene primjene skupova razrješenja i metričke dimenzije: navigacija, lociranje izvora transmisije, primjena u biologiji i hemiji ...Posebno potpoglavlje definisano je za spisak nekih otvorenih problema.

U glavi Zaključak sumiraju se rezultati predstavljeni u radu, poznati i originalni, i navode mogući pravci za dalje istraživanje.

Zaključak: Rad „Metrička dimenzija grafa“ je dobro strukturiran, naučni rezultati su jasno predstavljeni. Komisija zaključuje da isti ispunjava sve konceptualne uslove i kriterijume predviđene Pravilima studiranja na master studijama, te sugeriše Vijeću PMF-a da prihvati ovaj pozitivan izvještaj i odobri dalju proceduru.

U Podgorici 5. 12. 2024. godine

Komisija:


Prof. dr Milenko Mosurović, član


Prof. dr Goran Popivoda, član


Prof. dr Žana Kovijanić Vukićević, mentor