

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore

Predmet: Izvještaj komisije o pregledu i ocjeni master rada Majde Šukurice

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj decembra 2024. godine, imenovalo je Komisiju za pregled i ocjenu master rada pod nazivom „Geometrijske konstrukcije iz različitih perspektiva“ kandidata Majde Šukurice, u sastavu:

dr Sanja Rašović Jančić, redovni profesor – član

dr Božidar Popović, vanredni profesor – član

dr Nevena Mijajlović, vanredni profesor – mentor.

Kandidat Majda Šukurica je dana 29. aprila 2025. godine predala master rad na uvid javnosti i ocjenu. Nakon uvida u podneseni materijal, a u vezi sa članom 22 Pravila studiranja na master studijama, podnosimo sljedeći

IZVJEŠTAJ

Master rad Majde Šukurice, pod nazivom „Geometrijske konstrukcije iz različitih perspektiva“ sastoje se od 94 strane originalnog teksta, uz dodatne strane koje se odnose na opšte informacije, sadržaj, izvod rada i izvod rada na engleskom jeziku. Time tekst ispunjava sve zahtjeve propisane članom 27 Pravila studiranja na master studijama.

Rad pripada oblastima klasične euklidske geometrije, algebre i primjene dinamičkih geometrijskih softvera. Takođe, rad pripada oblasti metodike matematike povezane sa sadržnjima koji se izučavaju u osnovnoj i srednjoj školi. Cilj ovog rada je da istraži tri različite perspektive geometrijskih konstrukcija i njihov međusobni uticaj, kao i da razjasni kako se dinamički geometrijski softveri mogu koristiti za poboljšanje razumijevanja i rješavanje geometrijskih problema. Poseban fokus stavljen je na to kako se geometrijske i algebarske tehnike međusobno upotpunjuju, kao i na primjerima gdje algebarske metode omogućavaju rješavanje problema koji su teško dokazivi u klasičnom geometrijskom okviru. Master rad predstavlja značajno obogaćenje literature na temu geometrijskih konstrukcija u Crnoj Gori i regionu koji je postavljene ciljeve ostvario i uspio da izloži jednostavnim, ali naučno korektnim

jezikom koji je dostupan i razumljiv napredijim srednjoškolcima i studentima osnovnih studija.

Rad se sastoji od predgovora, pet poglavlja i zaključka, literature sa 18 bibliografskih jedinica. Pored toga rad sadrži i 70 slika koje su rađene u softverima Geo Gebra i Cinderella koje prate i ilustruju obrađeni materijal. Naslovi poglavlja su: Uvod, Konstrukcije samo šestarom, Konstrukcije samo lenjirom, Geometrijske konstrukcije sa aspekta algebre i Razni konstrukcijski problemi. Prvo poglavlje je podijeljeno na tri potpoglavlja, drugo i treće na po dva, dok je četvrto poglavlje podijeljeno na tri potpoglavlja. Na taj način prvo polavlje se sastoji od sljedećih razdjela: Uvodni pojmovi o geometrijskim konstrukcijama, Istoriski aspekt i Osnovne geometrijske konstrukcije lenjirom i šestarom; drugo od razdjela: Teorema Mohr-Mascheroni i Primjeri geometrijskih konstrukcija koristeći samo šestar; treće od razdjela: Teorema Poncelet-Steiner, Primjeri geometrijskih konstrukcija koristeći samo lenjir; a četvrto poglavlje od razdjela: Polje konstruktibilnih realnih brojeva, Konstrukcije pravilnih n-touglova, Tri klasična konstrukcijska problema.

U drugom i trećem poglavlju istražene su i analizirane mogućnosti geometrijskih konstrukcija pomoću šestara i lenjira, s posebnim naglaskom na dvije ključne teoreme: teorema Mohr-Mascheroni, koja tvrdi da je svaka konstrukcija izvodljiva lenjirom i šestarom takođe izvodljiva i bez lenjira, i druga teorema Poncelet-Steiner, koja pokazuje da je svaka konstrukcija moguća samo pomoću lenjira ako je data proizvoljna kružnica u ravni. Ove teoreme pružaju novo razumijevanje konstrukcija i postavljaju osnovu za proširenje geometrijskih metoda na složenije matematičke probleme. Objedinjena su i sistematizovana postojeća istraživanja i rezultati, uključujući mnoge dokaze koji su bili nedovršeni ili površni, te su detaljno razrađeni kako bi rad bio razumljiv svima koji su zainteresovani za ovu oblast.

U četvrtom poglavlju, geometrijski problemi su transformisani u algebarske izraze, pri čemu su osobine figura i prostorni odnosi predstavljeni algebarskim jednačinama. Ovaj pristup omogućava efikasno rješavanje geometrijskih problema. Ključna teorema koja se razmatra daje potrebne i dovoljne uslove za to da realan broj bude konstruktibilan, a posebno se posvećuje pažnja konstrukciji pravilnih n-touglova. Algebarskim putem pokazano je da je konstrukcija pravilnog 80-ugla moguća, a zatim je u petom poglavlju predstavljena sama konstrukcija, zajedno sa raznim zanimljivim geometrijskim problemima. Konstruktibilnost pravilnih mnogougla povezana je sa razumijevanjem Galoisovih grupa i veza između brojeva i geometrijskih objekata. Tokom cijelog rada korišćeni su geometrijski softveri Cinderella i GeoGebra kao alati za dokazivanje, predstavljanje i rješavanje geometrijskih zadataka.

U glavi Zaključak sumiraju se rezultati predstavljeni u radu, poznati i originalni, i navode mogući pravci za dalje istraživanje.

Zaključak: Rad „Geometrijske konstrukcije iz različitih perspektiva“ je dobro struktuiran, naučni rezultati su jasno predstavljeni. Komisija zaključuje da isti

ispunjava sve konceptualne uslove i kriterijume predviđene Pravilima studiranja na master studijama, te sugeriše Vijeću Prirodnno-matematičkog fakulteta da prihvati ovaj pozitivan izvještaj i odobri dalju proceduru.

U Podgorici, 09. 05. 2025. godine

Komisija

Sanja Jančić Rašović
Prof. dr Sanja Jančić Rašović, član


Prof. dr Božidar Popović, član

Nevena Mijajlović
Prof. dr Nevena Mijajlović, mentor