

Crna Gora  
UNIVERZITET CRNE GORE  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Broj 2280  
Podgorica, 29.08.2018.

UNIVERZITET CRNE GORE  
Prirodno-matematički fakultet Podgorica

### Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta

### IZVJEŠTAJ KOMISIJE O PREGLEDU I OCJENI MAGISTARSKOG RADA DRAGANE BOROVIĆ

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 15. 06. 2018-te godine imenovalo je Komisiju za pregled i ocjenu magistarskog rada pod nazivom "Homotopska Ljeva algebra nekih 4-mnogostrukosti", kandidatkinje Dragane Borović, u sastavu dr Svjetlana Terzić, redovni profesor-mentor, dr Sanja Jančić-Rašović, vanredni profesor-član i dr Vladimir Božović, vanredni profesor-član. Kandidatkinja Dragana Borović je predala tekst magistarskog rada 16. 07. 2018-te godine na uvid javnosti i ocjenu. Nakon uvida u podneseni tekst, a u vezi sa članom 29 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, podnosimo sledeći

#### IZVJEŠTAJ

Magistarski rad Dragane Borović, specijaliste matematike, pod nazivom "Homotopska Ljeva algebra nekih 4-mnogostrukosti" je napisan na 65 strana originalnog teksta, uz dodatne strane koje se odnose na predgovor, izvor rada, izvor rada na engleskom jeziku i sadržaj, i time ispunjava sve zahtjeve propisane članom 27 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama. Rad pripada oblasti matematike, odnosno uže specijalizovanoj oblasti algebarske topologije. Rad se sastoji iz pet poglavlja, pri čemu je svako od ovih poglavlja podijeljeno na potpoglavlja u kojima se detaljno i nadovezano definišu potrebni pojmovi i prikazuju ili dokazuju potrebna ili novoizvedena tvrđenja, a pozivajući se na odgovarajuću renomiranu literaturu.

Cilj ovog rada je određivanje homotopske Ljeve algebре, a posljedično i racionalnog Pontrjaginovog homološkog prstena prosti povezanih 4-mnogostrukosti sa malim Betijevim brojevima, primjenjujući tehniku teorije minimalnih modela.

Poznata je teorema Milnor-Moor-a koja daje opis Pontrjaginove racionalne algebре homologija baznih petlji topološkog prostora u terminima homotopske Ljeve algebре prostora, pri čemu je poslednja Ljeva algebra na vektorskom prostoru racionalnih homotopskih grupa prostora.

Zahvaljujući Sullivan-ovoj i Quillen-ovoj teoriji modela, homotopska Ljeva algebra topološkog prostora se može algebarski modelovati, što značajno doprinosi mogućnostima eksplicitnog izračunavanja u ovoj teoriji. U radu se prvo navodi detaljan prikaz onog dijela teorije modela koji je potreban za opis racionalnog Pontrjaginovog homološkog prstena baznih petlji. Zatim se, korak po korak, ova teorija primjenjuje u slučaju 4-mnogostrukosti, kroz određivanje minimalnih modela, homotopske Ljeve algebре, da bi se na kraju došlo do eksplizitnih formula za Pontrjaginov homološki prsten baznih petlji na 4-mnogostrukostima čiji je drugi Betijev broj  $b_2 \leq 3$ .

U radu se primjenjuju metode racionalne homotopske teorije i odgovarajuće algebarske teorije.

Detaljan pregled po poglavljima je sledeći.

U prvom poglavlju pod nazivom *Diferencijalna graduisana algebra* se definišu poznati osnovni pojmovi i navode njihova svojstva, a koji vode ka definiciji diferencijalne graduisane algebре. U tom smislu su definisani graduisani moduli i kompleksi, a zatim i graduisane algebре, kao i njihov tensorski proizvod.

U drugom poglavlju pod nazivom *Minimalna Salivanova algebra* se definišu pojmovi Salivanove algebре i minimalne Salivanove algebре. Zatim se prikazuje, na osnovu odgovarajuće literature, opis konstrukcije minimalnog modela prosto povezane kolančane algebре konačnog tipa i navodi se detaljan dokaz da prikazana konstrukcija daje minimalni model ovakve algebре. Formulišu se, pozivajući se na odgovarajuću literaturu, tvđenja o jedinstvenosti minimalnog modela za prosto povezane algebре i prostore.

Treće poglavlje *Kolančana  $A_{PL}(X)$  algebra i racionalni topološki prostori* je posvećeno prikazu poznatih rezultata koji se odnose na opis  $A_{PL}$  funktora odnosno Salivanove funktorijalne konstrukcije koja svakom prosto povezanom topološkom prostoru pridružuje kolančanu algebру. Ovo je jedna od najznačajnijih konstrukcija u racionalnoj homotopskoj teoriji jer je njome uspostavljen funktorijalni prelaz sa topoloških prostora na komutativne kolančane algebре. U tom smislu je prvo definisan pojam simplicijalnog skupa i ukazano da, pomoću singularnih simpleksa svakom topološkom prostoru možemo pridružiti simplicijalni skup. Zatim je za proizvoljni simplicijalni skup  $K$  u odjeljku 3.1.3 navedena konstrukcija koja mu pridružuje kolančani kompleks  $A(K)$ . Ova konstrukcija je dalje primijenjena u odjeljku 3.1.4 u kome je prikazano, kako se, polazeći od simplicijalnog skupa singularnih simpleksa, svakom topološkom prostoru  $X$  pridružuje simplicijalna komutativna kolančana algebra  $A_{PL}(X)$ .

U ovom poglavlju su takođe definisani pojmovi racionalno homotopskog prostora i racionalno homotopskog tipa, pri čemu je ukazano na poznati rezultat da je racionalni homotopski tip određen klasom slabe ekvivalentnosti njegove komutativne kolančane algebre, odnosno klasom izomorfizma njegovog minimalnog modela.

U četvrtom poglavlju pod nazivom *Homotopska Ljeva algebra i Pontrjaginov prsten* daje se prvo prikaz poznate konstrukcije Ljeve algebre na vektorskom prostoru racionalnih homotopskih grupa topološkog prostora, a zatim definiše, kroz njenu konstrukciju, i homotopska Ljeva algebra minimalne Salivanove algebre. Takođe se formuliše i teorema Milnor-Moore koja opisuje algebru racionalnih homologija prostora baznih petlji prosto povezanog topološkog prostora, kao univerzalnu obuhvatajuću algebru homotopske Ljeve algebre prostora.

Peto poglavlje nosi naziv *Minimalni model, Homotopska Ljeva algebra i Pontrjaginov prsten nekih 4-mnogostruktosti* i u njemu su primijenjeni pojmovi, konstrukcije i tvrđenja izloženi u prethodnim poglavljima u konkretnom slučaju prosto povezanih 4-mnogostruktosti. U tom smislu su u odjeljku 5.2 eksplicitno određeni minimalni modeli 4-mnogostruktosti sa drugim Betijevim brojem 1 i 2. U ovom odjeljku je u Teoremi 5.3 dobijen novi i tehnički složen rezultat koji opisuje generatore i diferencijale minimalnog modela do stepena 6 za 4-mnogostruktosti čiji je drugi Betijev broj 3. U odjeljku 5.3 eksplicitno su opisane homotopske Ljeve algebre minimalnog modela 4-mnogostruktosti sa drugim Betijevim brojevima 1 i 2. Istimemo da Teorema 5.4 ovog odjeljka sadrži novi i netrivijalan rezultat kojim su opisani generatori kao i zagarde do stepena 5 homotopske Ljeve algebre 4-mnogostruktosti sa drugim Betijevim brojem 3.

U Odjeljku 5.4 koristeći prethodno dobijene rezultate u odjelicima 5.2 i 5.3 eksplicitno su određeni racionalni Pontrjaginovi homološki prsteni prostora baznih petlji na 4-mnogostrukturistima sa Betijevim brojevima 1, 2, 3. U tom smislu naročito ističemo Teoremu 5.6 kojom se izvodi eksplicitna formula koja opisuje pomenuti prsten u slučaju 4-mnogostruktosti čiji je drugi Betijev broj 3, a za koju smatramo da predstavlja nov i značajan doprinos ovoj problematiki.

## ZAKLJUČAK I PREDLOG

Na osnovu prethodno izloženog smatramo da je rad napisan jasno sa prikazivanjem i pregledom svih pojmoveva i tvrdjenja koja se koriste, a da su novi rezultati dobijeni u radu izvedeni i dokazani detaljno i jasno. Kandidatkinja je ovim radom potvrdila da je ovlađala složenom matematičkom teorijom i matematičkim tehnikama, i pokazala je, kroz njihovu primjenu u konretnom slučaju i dobijanjem novih rezultata, da posjeduje zavidne istraživačke sposobnosti.

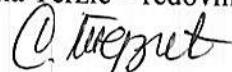
Kandidatkinja je u radu u potpunosti i nedvosmisleno realizovala postavljene ciljeve. U skladu sa tim, Komisija veoma pozitivno ocjenjuje magistraski rad "Homotopska Lijeva algebra nekih 4-mnogostrukturki" kandidatkinje Dragane Borović

Komisija predlaže Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da rad pod nazivom "Homotopska Lijeva algebra nekih 4-mnogostrukosti" kandidatkinje Dragane Borović prihvati kao magistarski rad i odobri njegovu javnu usmenu odbranu.

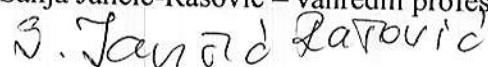
U Podgorici, 28. 08. 2018.

KOMISIJA

dr Svjetlana Terzić – redovni professor PMF-a, mentor



dr Sanja Jančić-Rašović – vanredni profesor PMF-a, član



dr Vladimir Božović – vanredni profesor PMF-a, član

