

Crna Gora
UNIVERZITET CRNE GORE
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Broj 2280
Podgorica, 29. 08. 2018.

UNIVERZITET CRNE GORE
Prirodno-matematički fakultet Podgorica

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta

IZVJEŠTAJ KOMISIJE O PREGLEDU I OCJENI MAGISTARSKOG RADA DRAGANE BOROVIĆ

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 15. 06. 2018-te godine imenovalo je Komisiju za pregled i ocjenu magistarskog rada pod nazivom "Homotopska Lijeva algebra nekih 4-mnogostrukosti", kandidatkinje Dragane Borović, u sastavu dr Svjetlana Terzić, redovni profesor-mentor, dr Sanja Jančić-Rašović, vanredni profesor-član i dr Vladimir Božović, vanredni profesor-član. Kandidatkinja Dragana Borović je predala tekst magistarskog rada 16. 07. 2018-te godine na uvid javnosti i ocjenu. Nakon uvida u podneseni tekst, a u vezi sa članom 29 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, podnosimo sledeći

IZVJEŠTAJ

Magistarski rad Dragane Borović, specijaliste matematike, pod nazivom "Homotopska Lijeva algebra nekih 4-mnogostrukosti" je napisan na 65 strana originalnog teksta, uz dodatne strane koje se odnose na predgovor, izvor rada, izvor rada na engleskom jeziku i sadržaj, i time ispunjava sve zahtjeve propisane članom 27 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama. Rad pripada oblasti matematike, odnosno uže specijalizovanoj oblasti algebarske topologije. Rad se sastoji iz pet poglavlja, pri čemu je svako od ovih poglavlja podijeljeno na potpoglavlja u kojima se detaljno i nadovezano definišu potrebni pojmovi i prikazuju ili dokazuju potrebna ili novoizvedena tvrđenja, a pozivajući se na odgovarajuću renomiranu literaturu.

Cilj ovog rada je određivanje homotopske Lijeve algebre, a posljedično i racionalnog Pontrjaginovog homološkog prstena prosto povezanih 4-mnogostrukosti sa malim Betijevim brojevima, primjenjujući tehnike teorije minimalnih modela.

Poznata je teorema Milnor-Moor-a koja daje opis Pontrjaginove racionalne algebre homologija baznih petlji topološkog prostora u terminima homotopske Lijeve algebre prostora, pri čemu je poslednja Lijeva algebra na vektorskom prostoru racionalnih homotopskih grupa prostora.

Zahvaljujući Sullivan-ovoj i Quillen-ovoj teoriji modela, homotopska Lijeva algebra topološkog prostora se može algebarski modelovati, što značajno doprinosi mogućnostima eksplicitnog izračunavanja u ovoj teoriji. U radu se prvo navodi detaljan prikaz onog dijela teorije modela koji je potreban za opis racionalnog Pontrjaginovog homološkog prstena baznih petlji. Zatim se, korak po korak, ova teorija primjenjuje u slučaju 4-mnogostrukosti, kroz određivanje minimalnih modela, homotopske Lijeve algebre, da bi se na kraju došlo do eksplicitnih formula za Pontrjaginov homološki prsten baznih petlji na 4-mnogostrukostima čiji je drugi Betijev broj $b_2 \leq 3$.

U radu se primjenju metode racionalne homotopske teorije i odgovarajuće algebarske teorije.

Detaljan pregled po poglavljima je sledeći.

U prvom poglavlju pod nazivom *Diferencijalna graduisana algebra* se definišu poznati osnovni pojmovi i navode njihova svojstva, a koji vode ka definiciji diferencijalne graduisane algebre. U tom smislu su definisani graduisani moduli i kompleksi, a zatim i graduisane algebre, kao i njihov tenzorski proizvod.

U drugom poglavlju pod nazivom *Minimalna Salivanova algebra* se definišu pojmovi Salivanove algebre i minimalne Salivanove algebre. Zatim se prikazuje, na osnovu odgovarajuće literature, opis konstrukcije minimalnog modela prosto povezane kolančane algebre konačnog tipa i navodi se detaljan dokaz da prikazana konstrukcija daje minimalni model ovakve algebre. Formulisu se, pozivajući se na odgovarajuću literaturu, tvđenja o jedinstvenosti minimalnog modela za prosto povezane algebre i prostore.

Treće poglavlje *Kolančana $A_{PL}(X)$ algebra i racionalni topološki prostori* je posvećeno prikazu poznatih rezultata koji se odnose na opis A_{PL} funktora odnosno Salivanove funktorijalne konstrukcije koja svakom prosto povezanom topološkom prostoru pridružuje kolančanu algebru. Ovo je jedna od najznačajnijih konstrukcija u racionalnoj homotopskoj teoriji jer je njome uspostavljen funktorijalni prelaz sa topoloških prostora na komutativne kolančane algebre. U tom smislu je prvo definisan pojam simplicijalnog skupa i ukazano da, pomoću singularnih simpleksa svakom topološkom prostoru možemo pridružiti simplicijalni skup. Zatim je za proizvoljni simplicijalni skup K u odjeljku 3.1.3 navedena konstrukcija koja mu pridružuje kolančani kompleks $A(K)$. Ova konstrukcija je dalje primijenjena u odjeljku 3.1.4 u kome je prikazano, kako se, polazeći od simplicijalnog skupa singularnih simpleksa, svakom topološkom prostoru X pridružuje simplicijalna komutativna kolančana algebra $A_{PL}(X)$.

U ovom poglavlju su takođe definisani pojmovi racionalno homotopskog prostora i racionalno homotopskog tipa, pri čemu je ukazano na poznati rezultat da je racionalni homotopski tip određen klasom slabe ekvivalentnosti njegove komutativne kolančane algebre, odnosno klasom izomorfizma njegovog minimalnog modela.

U četvrtom poglavlju pod nazivom *Homotopska Lijeva algebra i Pontrjaginov prsten* daje se prvo prikaz poznate konstrukcije Lijeve algebre na vektorskom prostoru racionalnih homotopskih grupa topološkog prostora, a zatim definiše, kroz njenu konstrukciju, i homotopska Lijeva algebra minimalne Salivanove algebre. Takođe se formuliše i teorema Milnor-Moore koja opisuje algebru racionalnih homologija prostora baznih petlji prosto povezanog topološkog prostora, kao univerzalnu obuhvatajuću algebru homotopske Lijeve algebre prostora.

Peto poglavlje nosi naziv *Minimalni model, Homotopska Lijeva algebra i Pontrjaginov prsten nekih 4-mnogostrukosti* i u njemu su primijenjeni pojmovi, konstrukcije i tvrdjenja izloženi u prethodnim poglavljima u konkretnom slučaju prosto povezanih 4-mnogostrukosti. U tom smislu su u odjeljku 5.2 eksplicitno određeni minimalni modeli 4-mnogostrukosti sa drugim Betijevim brojem 1 i 2. U ovom odjeljku je u Teoremi 5.3 dobijen novi i tehnički složen rezultat koji opisuje generatore i diferencijale minimalnog modela do stepena 6 za 4-mnogostrukosti čiji je drugi Betijev broj 3. U odjeljku 5.3 eksplicitno su opisane homotopske Lijeve algebre minimalnog modela 4-mnogostrukosti sa drugim Betijevim brojevima 1 i 2. Ističemo da Teorema 5.4 ovog odjeljka sadrži novi i netrivialan rezultat kojim su opisani generatori kao i zagarde do stepena 5 homotopske Lijeve algebre 4-mnogostrukosti sa drugim Betijevim brojem 3.

U Odjeljku 5.4 koristeći prethodno dobijene rezultate u odjeljcima 5.2 i 5.3 eksplicitno su određeni racionalni Pontrjaginski homološki prsteni prostora baznih petlji na 4-mnogostrukostima sa Betijevim brojevima 1, 2, 3. U tom smislu naročito ističemo Teoremu 5.6 kojom se izvodi eksplicitna formula koja opisuje pomenuti prsten u slučaju 4-mnogostrukosti čiji je drugi Betijev broj 3, a za koju smatramo da predstavlja nov i značajan doprinos ovoj problematici.

ZAKLJUČAK I PREDLOG

Na osnovu prethodno izloženog smatramo da je rad napisan jasno sa prikazivanjem i pregledom svih pojmova i tvrdjenja koja se koriste, a da su novi rezultati dobijeni u radu izvedeni i dokazani detaljno i jasno. Kandidatkinja je ovim radom potvrdila da je ovladala složenom matematičkom teorijom i matematičkim tehnikama, i pokazala je, kroz njihovu primjenu u konkretnom slučaju i dobijanjem novih rezultata, da posjeduje zavidne istraživačke sposobnosti.

Kandidatkinja je u radu u potpunosti i nedvosmisleno realizovala postavljene ciljeve.
U skladu sa tim, Komisija veoma pozitivno ocjenjuje magistrski rad "Homotopska
Lijeva algebra nekih 4-mnogostruksoti" kandidatkinje Dragane Borović

Komisija predlaže Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da rad pod nazivom
"Homotopska Lijeva algebra nekih 4-mnogostrukosti" kandidatkinje Dragane Borović
prihvati kao magistarski rad i odobri njegovu javnu usmenu odbranu.

U Podgorici, 28. 08. 2018.

KOMISIJA

dr Svjetlana Terzić – redovni profesor PMF-a, mentor

S. Terzić

dr Sanja Jančić-Rašović – vanredni profesor PMF-a, član

S. Jančić Rašović

dr Vladimir Božović – vanredni profesor PMF-a, član

V. Božović