

Vijeću PMF-a

Ocjena teme za izradu magistarskog rada pod nazivom "Analiza rekorda u atletici primjenom teorije ekstremnih vrijednosti" kandidatkinje Anđele Mijanović

Na sjednici Vijeća PMF-a održanoj 04.09. 2018. godine imenovani smo u Komisiju za ocjenu teme za izradu magistarskog rada pod nazivom "Analiza rekorda u atletici primjenom teorije ekstremnih vrijednosti" kandidatkinje Anđele Mijanović. Vijeću podnosimo sljedeći izvještaj.

Podaci o kandidatu

Anđela Mijanović je rođena 17.09.1994. u Nikšiću. Gimnaziju je pohađala u Nikšiću, nosilac je diplome Luča. Osnovne studije na Odsjeku za matematiku PMF-a u Podgorici, smjer Matematika i računarne nauke je upisala 2013. i završila 2016.; prosječna ocjena 9,27. Specijalističke studije je upisala 2016. i završila 18.07.2017. odbranivši specijalistički rad sa naslovom "Maksimum Vincerovog procesa i arkus sinusni zakon"; prosječna ocjena 9,92. Magistarske akademske studije na studijskom programu Matematika i računarne nauke je upisala u novembru 2017. Položila je sve ispite, prosječna ocjena 10.

Stekla je dobre vještine u: C, C++, HTML5, CSS, jQuery, Canvas, PHP, Laravel, Matlab, R, Baze SQL.

Govori engleski i ruski.

Obrazloženje teme

a) Naučna oblast

Tema pripada teoriji ekstremnih vrijednosti. Teorija ekstremnih vrijednosti, koristi se i naziv EVA, Extreme value analysis, je značajna stohastička disciplina koja se intenzivno razvija u domenu teorije kao i u domenu primjena. Inicijalni rezultat u oblasti ekstrema je Gnedenkova teorema o ekstremalnim tipovima [6]. Gnedenko je dokazao da se nakon dobrog izbora centrirajućeg niza b_n i normirajućeg a_n , $a_n > 0$, kao granična raspodjela niza $\frac{M_n - b_n}{a_n}$, M_n je uzorački maksimum, dobija raspodjela koja pripada jednom od triju tipova. Riječ

je o raspodjelama Gumbelovog, Frešeovog i Vejbulovog tipa. Formulacija teoreme nameće sličnost sa centralnom graničnom teoremom. Gnedenkov rezultat se vrednuje kao jedan od najznačajnijih probabilističkih rezultata dvadesetog vijeka. Pretpostavka o nezavisnosti i jednakoj raspodijeljenosti ulaznih komponenti je kasnije oslabljena. Razmatrani su slučajevi slabo zavisnih i stacionarnih nizova. Teorija ekstrema se primjenjuje u hidrologiji - procjena najvećeg mogućeg vodostaja u cilju određivanja bezbjedne visine brane; osiguranju sa ciljem ocjene visine reosiguranja; građevinarstvu - ocjene dužine piste koja obezbjeđuje sigurno poljetanje i slijetanje. Teorija se takođe primjenjuje u finansijskoj matematici, tehnologiji, biologiji, sportu. Paralelno sa razvojem teorije ekstrema razvija se i statistika ekstrema.

b) Predmet rada

U radu [4] autori su sprovedli statističku analizu najboljih atletskih rezultata u dvanaest muških i dvanaest ženskih disciplina. Analiza je radena na osnovu rezultata sa zaključno krajem 2005. godine. Cilj rada je bio odgovoriti na sljedeća dva pitanja. Da li se rezultati uklapaju u modele ekstremnih raspodjela i ako je odgovor pozitivan ocijeniti indeks raspodjele tj. parametar γ . Budući da je ocjena parametra γ u svim disciplinama sa izuzetkom muškog skoka u dalj bila negativna, dobijena ocjena je poslužila za ocjenu gornje granice nosača raspodjele obilježja. Drugo pitanje se odnosilo na kvalitete u tom trenutku aktuelnih svjetskih rekorda. Mjera kvaliteta se dobija nakon procjene očekivanog broja bilježenja rezultata koji će biti bolji od trenutnog svjetskog rekorda. Vrijeme je pokazalo da su rezultati analize bili veoma kvalitetni. Jednostavno rečeno, prognoze su bile odlične. U radu [5] je istovjetna analiza urađena za rezultate sprinta na 100 metara, muškarci i žene; korišćeni su rezultati zaključno sa 2009. godinom. Kako je prošlo 13, odnosno 9 godina od vremena kada su urađena gore navedene analize, nametnula se potreba da se uzimajući u obzir nove okolnosti, napravi nova analiza. Nove okolnosti podrazumijevaju nove tehnike u atletskim disciplinama, nove metode treninga, novu sportsku opremu i novi način ishrane koji uključuje i dodatke ishrani. U radu će biti sprovedena analiza rekorda u sprintu na 100 metara i u bacanju kugle, muškarci i žene; biće korišćeni rezultati zaključno sa avgustom 2018. Jedan od razloga za izbor upravo ove teme je dostupnost podataka. Naime, na sajtu International Association of Athletics Federations (IAAF) se mogu naći svi potrebni podaci za analizu. Neke klasične teme iz statistike ekstrema koje obrađuju podatke sa berze ili meteorologije su otpale zbog nedostupnosti potrebnih podataka u našoj sredini.

c) Naučni cilj rada

Cilj istraživanja je statistička analiza rekorda u sprintu na 100 metara i u bacanju kugle, muškarci i žene; biće korišćeni rezultati zaključno sa avgustom 2018. Primarni naučni cilj je

primjena teorijskih rezultata iz domena statistike ekstremnih vrijednosti u obradi konkretnih podataka. U radu se primjenjuju procedure testiranja, ocjenjivanja nepoznatog parametra, formiranja intervala povjerenja.

Takode, cilj je upoređivanje dobijenih rezultata sa rezultatima iz rada [5]. Svrha je praćenje dinamike svjetskih rekorda.

e) Naučne metode

Prvi korak u radu podrazumijeva testiranje hipoteze o primjenjivosti teorije ekstremnih vrijednosti u analizi prikupljenih podataka. Procedura testiranja je formulisana u radovima [3],[8],[9]. Očekuje se da test potvrdi hipotezu o primjenjivosti teorije ekstremnih vrijednosti u analizi rekorda.

Sljedeći korak podrazumijeva ocjenjivanje nepoznatog indeksa γ i gornje granice $x^* := \sup\{x : F(x) < 1\}$ gdje je F teorijska funkcija raspodjela obilježja tj. slučajne promjenljive koja generiše rekorde [1]. Teorijska osnova ocjenjivanja je izložena u radovima [2],[7]. Očekuje se da kao i u radovima prethodnicima, ocjena nepoznatog parametra bude negativna. Ocjena nepoznatog parametra γ se izražava u funkciji od k , gdje je k broj najboljih rezultata, $k \in \{2, \dots, n-1\}$, n je obim uzorka. Male vrijednosti broja k povlače veliku disperziju ocjene, dok velike vrijednosti impliciraju pristrasnost. Dobre vrijednosti za k se dobijaju primjenom metode bazirane na minimizovanju asimptotske srednje kvadratne greske (AMSE, asymptotic mean-squared error).

I na kraju se ocjenjuje kvalitet postojećeg svjetskog rekorda. Kvalitet se mjeri sa $n(F(x^*) - F(y_n))$, gdje je y_n najbolji trenutni rezultat, tj. aktuelni svjetski rekord. U radu će biti primjenjivana teorija ekstrema u smislu maksimuma. Stoga će se u slučaju sprinta rezultat mjeriti srednjom brzinom. Teorija na kojoj se zasniva ocjena za $n(F(x^*) - F(y_n))$ je izložena u [7]. Označima sa $\hat{Q}$ ocjenu kvaliteta, a sa $\hat{q}$ njenu realizaciju. Manje vrijednosti za $\hat{q}$ ukazuju na kvalitetniji rezultat, a prelaskom na $e^{-\hat{q}}$ se dobija parametar čija veća vrijednost povlači kvalitetniji rezultat. U radu [4] se dokazuje da $\hat{Q} \xrightarrow{d} X : \mathcal{E}(1), n \rightarrow \infty$.

Korišćenjem programskog jezika R kandidatkinja će realizovati teorijske rezultate. Realizacija će se ostvariti pisanjem izvornog koda u R.

Rad na temi zahtijeva visok nivo matematičke pismenosti. Kandidatkinja će morati da usvoji statističke procedure koje su izložene u monografijama [1],[7],[9] i u nekoliko radova publikovanih u odlično kotiranim časopisima *Extremes* i *Annals of Statistics*.

Literatura

- [1] Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer.
- [2] Dekkers, A. L. M, Einmahl, J. H. J. and de Haan, L. (1989). A moment estimator for the index of an extreme value distribution. *Annals of Statistics* **16**, 1833-1855.
- [3] Dietrich, D., de Haan, L. and Husler, J. (2002). Testing extreme value conditions. *Extremes* **5**, 71-86.
- [4] Einmahl, J. and Magnus, J. (2008). Records in athletics through extreme value theory, *Journal of the American Statistical Association* **103**, 1382-1391.
- [5] Einmahl, J. and Smeets, J. (2011). Ultimate 100-m world records through extreme-value theory, *Statistica Neerlandica* **65**, 32-42.
- [6] Gnedenko, B. V. (1943). Sur la distribution limite du terme du maximum d'une série aleatoire. *Ann. Math.*, **44**, 423-453.
- [7] de Haan, L. and Ferreira, A. (2006). *Extreme Value Theory: An Introduction*. Springer.
- [8] Husler, J. and Li, D. (2006). On testing extreme value conditions. *Extremes* **9**, 69-86.
- [9] Husler, J. and Li, D. (2007). Testing extreme value conditions with applications, in: Reiss, R.-D. and Thomas, M. (Eds.), *Statistical Analysis of Extreme Values*, 3rd edn., Birkhauser, Basel.

Zaključak

Predložena tema ima jasno definisane ciljeve i precizno navedene metode istraživanja.

Predlažemo Vijeću da odobri izradu magistarskog rada pod nazivom "Analiza rekorda u atletici primjenom teorije ekstremnih vrijednosti" kandidatkinje Anđele Mijanović.

U Podgorici, 20. septembar 2018.

dr Siniša Stamatović, redovni profesor, mentor

S. Stamatović

dr Vladimir Božović, vanredni profesor

V. Božović

dr Božidar Popović, docent

B. Popović