

PRIJAVA TEME DOKTORSKE DISERTACIJE

OPŠTI PODACI O DOKTORANDU	
Titula, ime i prezime	MSc Jelena Dakić
Fakultet	Prirodno-matematički fakultet
Studijski program	Matematika
Broj indeksa	2/13
Ime i prezime roditelja	Momir Dakić
Datum i mjesto rođenja	13.12.1987., Podgorica, Crna Gora
Adresa prebivališta	Vasa Raičkovića 23, 81000, Podgorica, Crna Gora
Telefon	0038269554746
E-mail	jelenaadakic@gmail.com , jelena.d@ac.me
BIOGRAFIJA I BIBLIOGRAFIJA	
Obrazovanje	Osnovna škola "Maksim Gorki", Gimnazija "Slobodan Škerović" (dobitnik diplome "Luča 1") Prirodno-matematički fakultet, Podgorica Osnovne studije završila sa prosjekom 9.08 Specijalističke sa prosjekom 9.75 Magistarske studije završila sa prosjekom 10.00 Stečeno zvanje: Msc.Sci Matematike i računarskih nauka
Radno iskustvo	-septembar 2010 - sada, saradnik u nastavi na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta Crne Gore
Popis radova	- "Matematički modeli u biologiji", specijalistički rad, Podgorica, 2010 - "Hopfova bifurkacija u sistemima reakcije difuzije", magistarski rad, Podgorica, 2013
NASLOV PREDLOŽENE TEME	
Na službenom jeziku	"Iterativni metodi i neuronske mreže za izračunavanje generalisanih inverza matrica"
Na engleskom jeziku	"Iterative methods and neural networks for the computation of matrix generalized inverses"
Obrazloženje teme	
Pojam generalisanih inverza matrica prvi put uveo je Eliakim Hasting Moore 1920, koji je definisao jedinstveni generalisani inverz kao sredinu projekcija matrica. Tema je posebno postala aktuelna od sredine 1950. sa otkrićem svojstva najmanjih kvadrata izvjesnih generalisanih inverza i njihove veze sa rješenjima sistemima linearnih jednačina. R. Penrose je 1955. pokazao da je Moore-ov inverz jedinstvena matrica koja zadovoljava četiri matrice jednačine. Teorija, primjene i metodi izračunavanja generalisanih inverza rapidno su se razvili u posljednjih pedeset godina zbog svoje široke primjene u statistici, nauci, inženjerstvu kao i matematičkim modelima sa aproksimacijama najmanjih kvadrata, diferencijalnim i diferencnim jednačinama, Markovljevim lancima, loše uslovljenim problemima, itd. U literaturi je dostupan veliki broj različitih metoda za izračunavanje generalisanih inverza, koji se u najopštijem slučaju dijele na direktne (SVD algoritam, QR faktorizacija [1], Gausova eliminacija[2, 3]) i iterativne metode. Iterativni metodi	

oslanjaju se na odgovarajuća uopštenja dobro poznatog hyper-power metoda i Šulcovog metoda.

Pregled istraživanja

Generalisani inverz se definiše kao uopštenje običnog matičnog inverza za neinvertibilne i za nekvadratne matrice. Pretpostavimo da je $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ data matrica i T i S linearni potprostori prostora $\mathbb{C}^n$ i $\mathbb{C}^m$, redom. Jedan od najopštijih generalisanih inverza je $A_{T,S}^{(2)}$. Pod uslovom da je $AT \oplus S = \mathbb{C}^m$, postoji jedinstvena matrica $X \in \mathbb{C}^{n \times m}$ koja zadovoljava:

1. $XAX = X$
2. $\mathfrak{R}(X) = T$
3. $\mathfrak{N}(X) = S$

gdje su $\mathfrak{R}(X)$ i $\mathfrak{N}(X)$ slika i jezgro matrice X . U ovom slučaju kažemo da je matrica X spoljni inverz sa zadatom slikom i jezgrom. Ako je $T = \mathfrak{R}(G)$ i $S = \mathfrak{N}(G)$ za matricu $G \in \mathbb{C}^{n \times m}$ tada je X odgovarajući inverz za matricu G , u radu će biti označen kao G -inverz. Za različite izbore matrice G , X se svodi na različite tipove generalisanih inverza [4].

Uopšteni matični iterativni metod za računanje spoljnog inverza za datu matricu A je oblika $X_{k+1} = X_k p(AX_k)$ gdje je $p(x)$ proizvoljan polinom određenog stepena. Ovi metodi su u literaturi poznati kao uopšteni (generalisani) Schultz-ovi metodi i primenljivi su na širok spektar generalisanih inverza. Poznat je veći broj metoda ovog tipa u literaturi.

Neuronske mreže za izračunavanje inverza i generalisanih inverza matrica predstavljaju dinamičke sisteme oblika $\dot{V}(t) = F(t, A(t), V(t))$ gdje je $A(t)$ data matrica čiji (generalisani) inverz računamo a $V(t)$ matrica stanja koja konvergira ka inverzu. Ovi dinamički sistemi predstavljaju modele za konstrukciju analognih računara i mikrokontrolera koji omogućavaju računanje inverza i rešavanje odgovarajućih sistema linearnih jednačina u realnom vremenu. Ovaj pristup je naročito pogodan u automatici, konkretno za upravljanje pokretnim djelovima robota odnosno rešavanje problema inverzne kinematike.

Cilj i hipoteze

Cilj istraživanja i doktorske disertacije je analiza i implementacija novih algoritama i neuronskih mreža u problemima određivanja generalisanih inverza. Dosadašnji generalisani Schultz-ovi iterativni metodi $X_{k+1} = X_k p(AX_k)$ uglavnom podrazumijevaju da su koeficijenti polinoma $p(x)$ konstantni. Hipoteza koju postavljamo je da ukoliko na pogodan način variramo ove koeficijente, dobijeni metodi biće značajno brži od postojećih sa konstantnim koeficijentima. Drugi glavni cilj je konstrukcija novih i efikasnijih neuronskih mreža za izračunavanje generalisanih inverza, kao i proučavanje odgovarajućih diskretizacija. Novi predloženi metodi biće upoređeni sa već postojećim algoritmima i jasno istaknute njihova poboljšanja u efikasnosti izvršavanja i brzini konvergencije.

Materijali, metode i plan istraživanja

Zadaci i problemi kojima se bavimo i koje rešavamo u disertaciji relevantni su za oblasti numeričke linearne algebre, matične analize i djelimično teorije dinamičkih sistema.

U prvom dijelu rada izložićemo poznate generalisane Shultzove iterativne metode za izračunavanje generalisanih inverza. Razmotrićemo nekoliko različitih generalizacija ovih metoda, kod kojih se koeficijenti polinoma $p(x)$ mijenjaju kroz iteracije. Za svaku od predloženih generalizacija ćemo najprije ispitati konvergenciju, a onda ih uporediti sa poznatim metodima kroz odgovarajuće numeričke primjere. Rezultati testiranja pokazaće da li i u kojoj mjeri ima poboljšanja ukoliko se dopusti da koeficijenti polinoma $p(x)$ budu promjenljivi.

U drugom dijelu razmatraćemo nove dinamičke sisteme (neuronske mreže) za računanje generalisanih inverza konstantnih i (vremenski) promjenljivih matrica. Ideja je da se neke od postojećih neuronskih mreža uopšte na izračunavanje znatno šire klase uopštenih inverza, kao i da se konstruišu nove uz pogodan odabir funkcije greške. Proučićemo i diskretizacije ovih neuronskih mreža i porediti ih sa odgovarajućim iterativnim metodima. Rezultati testiranja pokazaće koje to vrijednosti parametara mreže daju sve skupa brže vrijeme izračunavanja u odnosu na sukcesivnu primjenu odgovarajućih iterativnih metoda.

Za svaki predloženi metod biće jasno prikazana osnovna ideja, postupak izvođenja kao i dokaz konvergencije pod odgovarajućim uslovima i za odgovarajuću klasu matrica. Pored toga, svi novi metodi biće implementirani i testirani na pogodno odabranim numeričkim primjerima. Za potrebe implementacije i testiranja korišće se softveri Matlab i Mathematica. Rezultati testiranja bi trebalo da pokažu koliko su zapravo novi metodi bolji u praksi od postojećih.

Očekivani naučni doprinos

Očekujemo da ćemo predložiti nove iterativne metode i neuronske mreže za izračunavanje generalisanih inverza koje, u nekim slučajevima, mogu biti poboljšanja nekih već poznatih metoda ili sasvim novi algoritmi.

Svi novi dobijeni rezultati, biće izloženi u naučnim časopisima i zbornicima radova koji su od značaja za nauku.

Spisak objavljenih radova kandidata

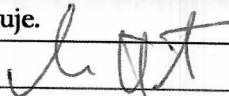
Popis literature

- [1] V. N. Katsikis, D. Pappas, A. Petralias, An improved method for computation of the Moore-Penrose inverse matrix, Appl. Math. Comput. 217 (2011) 9828-9834
- [2] X. Sheng, G. Chen, Full-rank representation of generalized inverse $A_{T,S}^{(2)}$ and its applications, Comput. Math. Appl. 54(2007) 1422-1430
- [3] P.S. Stanimirović, M.D. Petković, Gauss-Jordan elimination method for computing outer inverses, Appl. Math. Comput. 219 (9) (2013) 4667-4679
- [4] A. Ben-Israel, T.N.E. Greville, Generalized Inverses, Theory and Application, second ed., Springer, 2003
- [5] Marko Petković, Predrag Stanimirović, Vasilios Katsikis, Modified discrete iterations for computing the inverse and pseudoinverse of the time-varying matrix, Neurocomputing 289 (2018), 155-165. (M21, IF=3.317)
- [6] Predrag Stanimirović, Marko Petković, Gradient neural dynamics for solving matrix equations and their applications, Neurocomputing 306 (2018), 200-212. (M21, IF=3.317)
- [7] Predrag Stanimirović, Marko Petković, Dimitrios Gerontitis, Gradient neural network with nonlinear activation for computing inner inverses and the Drazin inverse, Neural Processing Letters 48:1 (2018), 109-133. (M22, IF=1.787)
- [8] Marko Petković, Predrag Stanimirović, Two improvements of the iterative method for computing Moore-Penrose inverse based on Penrose equations, Journal of Computational and Applied Mathematics 267 (2014), 61-71. (M21, IF=1.077)
- [9] Marko Petković, Generalized Schultz iterative methods for the computation of outer inverses, Computers & Mathematics with Applications 67:10 (2014), 1837-1847. (M21a, IF=2.069)
- [10] Marko Petković, Miodrag Petković, Hyper-power methods for the computation of outer inverses, Journal of Computational and Applied Mathematics 278 (2015), 110-118. (M21, IF=1.007)
- [11] G. Wang, Y. Wei, S. Qiao Generalized inverses: Theory and Computations, Science Press, Beijing, New York, 2004
- [12] Y. Wei, Successive matrix squaring algorithm for computing the Drazin inverse, Applied Mathematics and Computation 108 (2000), 67 - 75

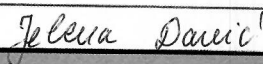
[13] J.J. Climent, N. Thome, Y. Wei, A geometrical approach on generalized inverse by Neumann-type series, Linear Algebra Appl. 332-334 (2001), 533-540

SAGLASNOST PREDLOŽENOG/IH MENTORA I DOKTORANDA SA PRIJAVOM

Odgovorno potvrđujem da sam saglasan sa temom koja se prijavljuje.

Prvi mentor	Prof. dr Marko Petković	
-------------	-------------------------	---

Drugi mentor		
--------------	--	--

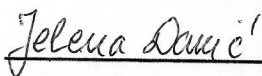
Doktorand	Jelena Dakić	
-----------	--------------	--

IZJAVA

Odgovorno izjavljujem da doktorsku disertaciju sa istom ili sličnom temom nisam prijavila ni na jednom drugom univerzitetu.

U Podgorici,
27.02.2019.

Ime i prezime doktoranda

 Jelena Dakić