

UNIVERZITET CRNE GORE
Prirodno-matematički fakultet Podgorica

Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta

IZVJEŠTAJ KOMISIJE O PODOBNOSTI TEME MAGISTARSKOG RADA KANDIDATA VLADIMIRA IVANOVIĆA

Vijeće Prirodno-matematičkog fakulteta na sjednici održanoj 10. 09. 2019-te godine imenovalo je mentora i Komisiju za ocjenu podobnosti teme za izradu magistarskog rada pod nazivom "Kohomologije nekih GKM grafova", kandidata Vladimira Ivanovića, u sastavu dr Svjetlana Terzić, redovni profesor-mentor, dr Žana Kovijanić-Vukićević, redovni profesor-član, dr Vladimir Božović, vanredni profesor-član.

Nakon uvida u podneseni materijal, a u vezi sa članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, podnosimo sledeći

IZVJEŠTAJ

Vladimir Ivanović, specijalista matematike, prijavio je temu magistarskog rada pod nazivom "Kohomologije nekih GKM grafova". Tema spada u oblast matematike za koju je matičan Prirodno-matematički fakultet. Dokumenta podnesena za prijavu teme sadrže: biografiju kandidata, naziv i kratku razradu teme, kao i kratko obrazloženje predmeta istraživanja i strukture rada.

Podaci o kandidatu

Vladimir Ivanović je rođen 13. 07. 1995. godine u Podgorici. Završio je bečelor studije Odsjeka za matematiku i računarske nauke Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore 2015. godine, nakon čega je upisao specijalističke studije smjer za Matematiku, modul Teorijska matematika Prirodno-matematičkog fakulteta i položio sve ispite završno sa 07. 2016. godine. U periodu 09. 2016.- 03. 2017. godine Vladimir Ivanović je boravio na magistarskim studijama na Univezitetu u Gracu i Tehničkom Univerzitetu u Gracu. Nakon povratka u Podgoricu odbranio je specijalistički rad "Tenzori u Rimanovoj geometriji" pod mentorstvom prof. dr Svjetlane

Terzić i stekao zvanje specijaliste matematike. U novembru 2017. godine upisao je magistarske studije odsjeka za Matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta.

Od 2016. godine do danas Vladimir Ivanović je dodatno radno angažovan na različitim IT projektima Societe Generale Banke Crna Gora, Abb firme Crna Gora i Crnogorskog Telekom.

Aktuelnost teme

Teorija kohomologija je izuzetno značajna, široka i sadržajna invarijanta topološkog prostora. Ova teorija predstavlja jednu od osnova algebarske topologije, njeni sadržaji su se razvijali i našli primjenu u skoro svim oblastima matematike i matematičke fizike. Prvo osnivanje ove teorije vezuje se za francuskog matematičara Poincare-a, zatim de Rham-a, Pontrjagina, da bi 1935. godine Kolmogorov i Alexander, a onda konačno i Eilenberg 1944. godine, formalno definisali teoriju kohomologija. Kohomološkom teorijom se svakom topološkom prostoru, recimo nad fiksiranim poljem, pridružuje niz Abelovih grupa koje se nazivaju kohomološkim grupama. Na tako dobijenom modulu se može definisati množenje i time se dobija kohomološki prsten. U slučaju kada na topološki prostor djeluje grupa, kao što je torus, čuveni francuski matematičar Borel je uveo pojam ekvivarijantnog kohomološkog prstena. Ova konstrukcija predstavlja uopštenje običnih kohomologija i detektuje interakciju između topologije prostora i dejstva grupe. Problem opisa kako običnih, tako i ekvivarijantnih kohomoloških grupa i prstena je složen, i u svrhu njegovog rješavanja, za različite klase topoloških prostora, su se razvijale i danas razvijaju različite teorije i tehnike. Jedna od takvih teorija je i GKM teorija glatkih mnogostrukosti, zasnovana u radu matematičara Goresky-Kottwitz-MacPherson. Ova teorija sadrži konstrukciju kojom se svakoj mnogostrukosti sa dejstvom torusa, pod određenim pretpostavkama, pridružuje GKM graf čije su kohomologije izomorfne ekvivarijantnim kohomologijama same mnogostrukosti. Recimo kompleksnim kompletnom flagovim mnogostrukostima se pridružuje Kejljev graf S_n . Na taj način se topološki problem opisa ekvivarijantnih kohomologija GKM mnogostrukosti svodi na čisto algebarsko-kombinatorni problem opisa kohomologija pridruženog GKM grafa. Samim tim postaje veoma aktuelan zadatak izučavanja GKM grafova i opisa njihovih kohomologija.

S druge strane GKM graf (G, α) je običan graf G na kome je definisana aksijalna funkcija α . To je funkcija koja svakom paru (v, e) koji se sastoji od čora v i njemu susjedne grane e pridružuje linearni funkcional $\alpha(p, e) \in V^*$ na fiksiranom vektorskom prostoru V , pri čemu su zadovoljena određena svojstva. Kohomološke klase GKM grafa se definišu kao elementi faktora

simetrične algebre $S(V^*)$ po idealu koji je generisan vrijednostima aksijalne funkcije, a zatim se standardnim metodama homološke algebre definiše prsten koji se naziva kohomološkim prstenom GKM grafa. Razvoj teorije GKM mnogostrukosti je donio i značajna tvrdjenja koja se odnose i na vezu GKM grafova sa značajnim pitanjima, kao što su postojanje Morsove funkcije na GKM mnogostrukosti, zatim postojanje skoro kompleksne strukture, njihove integrabilnosti i slično.

Cilj, struktura i metodologija rada

Cilj rada je opis modula kohomoloških grupa nekih važnih GKM grafova. U prvom redu to se odnosi na GKM grafove tipa A_n , G_2 i $G_{4,2}$. Ovi GKM grafovi odgovaraju flagovim mnogostrukostima grupe $U(n)$, specijalne Lijeve grupe G_2 i Grasmanove mnogostrukosti $G_{4,2}$, redom. S obzirom da se radi o složenim algebarsko-kombinatornim izračunavanjima, rezultati koji se odnose na opisivanje dimenzija ovih kohomoloških grupa takodje imaju značajnu vrijednost.

U tu svrhu, u prvom dijelu rada će biti definisani pojmovi grafa i aksijalne funkcije, kao i orijentacije grafa, i navedena njihova osnovna svojstva. Biće prikazani i osnovni primjeri GKM grafova koji će se razmatrati u radu, a to su: kompletan graf K_N , multigraf S_2^3 , Kejlijev graf S_n , graf tipa G_2 i graf tipa $G_{4,2}$. U drugom dijelu rada biće definisan pojam kohomološkog prstena GKM grafa i biće prikazano kako se u literaturi direktno, na osnovu definicije, opisuje modul kohomologija grafa S_2^3 i K_3 . U okviru drugog dijela biće definisan pojam raslojenja grafova, grupe holonomija grafa kao i osnovni primjeri raslojenja koje uključuju grafove koji se i radu obrađuju. Zatim će biti razmatrano pitanje kohomologija raslojenja GKM grafova i u tom kontekstu biće formulisana i dokazana, u literaturi poznata, teorema koja daje vezu između modula kohomoloških grupa totalnog grafa i modula kohomoloških grupa baznog grafa. U trećoj glavi će biti definisani sistemi korijena, njihove grupe Weyl-a, a predstaviće se i način kako se Weyl-ovoj grupi nekog sistema korijena može pridružiti GKM graf. Zatim će ovaj metod, u kombinaciji sa tvrdjenjima koja se odnose na raslojenja grafova, biti primijenjen da se opiše modul kohomologija nekih grafova. Preciznije primjenom ovih tehnika, kao glavni rezultat rada, biće opisan modul kohomologija grafa S_3 koji odgovara sistemu korijena tipa A_2 , zatim grafa G_2 koji odgovara sistemu korijena specijalne Lijeve grupe G_2 , kao i dimenzije kohomoloških grupa grafa tipa $G_{4,2}$ koji odgovara Grasmanovoj mnogostrukosti $G_{4,2}(C)$.

U radu na ovoj temi koristiće se teorija grafova, teorija simetričnih poli-

nomijalnih algebri i teorija korijena i Weyl-ovih grupa.

Zaključak

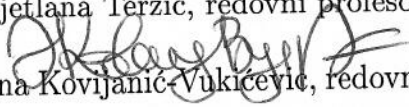
Na osnovu prethodno izloženog smatramo da predložena tema magistarskog rada kandidata Vladimira Ivanovića ispunjava sve uslove predviđene Pravilima studiranja na postdiplomskim studijama, propisanim od strane Senata Univerziteta Crne Gore.

Komisija predlaže Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta da kandidatu Vladimiru Ivanoviću odobri izradu magistarskog rada pod nazivom "Kohomologije nekih GKM grafova".

U Podgorici, 23. 09. 2019.

KOMISIJA

dr Svjetlana Terzić, redovni profesor PMF-a – mentor


dr Žana Ković-Vukicević, redovni profesor PMF-a – član

dr Vladimir Božović, vanredni profesor PMF-a – član

