UNIVERZITET CRNE GORE
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DOKTORSKE STUDIJE

Crna Gora
UNIVERZITET CRNE GORE
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
Broj 1965
Podgorica, 02. 11. 2020 god.

VIJEĆU PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA

Predmet: Prijava teme doktorske disertacije i predlog Komisije za ocjenu podobnosti teme

U skladu sa članom 33, stav 4, Pravila doktorskih studija, doktorand **mr Nikola Konatar** je 02. 11. 2020. god. Vijeću Prirodno-matematičkog fakulteta podnio **Prijavu teme doktorske disertacije (PD Obrazac** sa pratećom dokumentacijom) pod naslovom **Zakoni održanja u okviru stohastičkih i determinističkih modela**.

Komisija za doktorske studije PMF-a je na sjednici održanoj 02. 11. 2020. god. razmatrala formalne uslove dostavljene prijave sa stanovišta neophodnih podataka i ispunjavanja uslova za prijavu teme i podnosi Vijeću

P R E D L O G

sastava **Komisije za ocjenu podobnosti teme**:

1. **Dr Oleg Obradović**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: Parcijalne diferencijalne jednačine)
2. **Dr David Kaljaj**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore (naučna oblast: Matematička analiza)
3. **Dr Darko Mitrović**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta Crne Gore, mentor (naučna oblast: Parcijalne diferencijalne jednačine)

Podgorica, 02. 11. 2020. god.

ZA KOMISIJU ZA DOKTORSKE STUDIJE

Doc. dr Goran Popivoda

PRIJAVA TEME DOKTORSKE DISERTACIJE

OPŠTI PODACI O DOKTORANDU	
Titula, ime i prezime	MSc Nikola Konatar
Fakultet	Prirodno-matematički fakultet
Studijski program	Matematika
Broj indeksa	1/16
Ime i prezime roditelja	Radoš Konatar
Datum i mjesto rođenja	08.08.1991., Bijelo Polje
Adresa prebivališta	Sutivan bb, Bijelo Polje
Telefon	067 551 739
E-mail	konatarn@yahoo.com
BIOGRAFIJA I BIBLIOGRAFIJA	
Obrazovanje	Magistar (MSc) Matematike i Računarskih nauka, Prirodno-matematički faultet, Univerzitet Crne Gore, 13.05.2016., 10.00 Specijalista (Spec. Sci.) Matematike i Računarskih nauka, Prirodno-matematički faultet, Univerzitet Crne Gore, 09.07.2014., 9.92 Bachelor (BSc) Matematike i Računarskih nauka, Prirodno-matematički faultet, Univerzitet Crne Gore, 04.07.2013., 9.76
Radno iskustvo	Saradnik u nastavi na Prirodno-matematičkom fakultetu, Univerzitet Crne Gore, od septembra 2014. godine
Popis radova	1. Konatar, N.: Scalar conservation laws with Charatheodory flux revisited, Glasnik Matematicki Vol. 55, No. 1 (2020), 101-111. 2. Konatar, N.: Dynamics of three dimensional flow in porous media, Electron. J. Differential Equations 2017 No. 191 (2017), 1–5. 3. Jacimovic, V.; Konatar, N.: Directional Control of Bifurcation into Targeted Trajectory, International Journal of Bifurcation and Chaos 25 (2015), 10550145.
NASLOV PREDLOŽENE TEME	
Na službenom jeziku	Zakoni održanja u okviru stohastičkih i determinističkih modela
Na engleskom jeziku	Conservation laws in the framework of stochastic and deterministic models

Obrazloženje teme

Trenutno, raste interesovanje za istraživanja u polju stohastičkih parcijalnih diferencijalnih jednačina, a posebno stohastičkih zakona održanja. Ovo je motivisano mnogobrojnim primjenama u biologiji, finansijama, istraživanju poroznih sredina, i, u opštem, u svim situacijama kada ne možemo parametre koji upravljaju procesima odrediti precizno, odnosno u sistemima koji mogu biti pod uticajem šuma. U mnogim slučajevima prisustvo šuma može dovesti do novih fenomena. Mi ćemo razmatrati problem postojanja i jedinstvenosti rješenja jedne klase stohastičkih zakona održanja na Rimanovim mnogostrukostima. Problemi egzistencije i jednistvenosti rješenja stohastičkih zakona održanja su do sada razmatrani iz raznih uglova, ali se metodi koji su korišteni ne mogu direkno prmijeniti na naš problem, zbog strukture same mnogostrukosti na kojoj tražimo rješenje. Zbog toga, potrebno je razviti novi metod za dokazivanje egzistencije i jednistvenosti rješenja naše klase jednačina na mnogostrukosti.

Pregled istraživanja

Kao što smo rekli, oblast stohastičkih parcijalnih jednačina, odnosno stohastičkih zakona održanja se veoma brzo razvija u poslednje vrijeme. Objavljeni su mnogobrojni rezultati vezani za postojanje rješenja ovih jednačina. U [5], autori razmatraju nelinearne stohastičke zakone održanja, daju ograničenja aproksimacija pri metodi nestajuće viskoznosti, i koristeći ova ograničenja izvode teoriju o egzistenciji stohastičkih entropijskih rješenja. U [6], dokazano je da je Košijev zadatak za periodične, multi-dimenzionalne zakone održanja sa stohastičkim upravljanjem i šumom ima jedinstveno rješenje (karakterizovano kinetičkom formulacijom problema). Dalje, u [16] je razmatran Košijev problem za semilinearnu stohastičku parcijalnu diferencijalnu jednačinu kojom upravljamo konačno-dimenzionim Vinerovim procesom, i dokazana je egzistencija neprekidnog jakog rješenja pod uslovom da su koeficijenti dovoljno glatki i imaju ograničene izvode. Što se mnogostrukosti tiče, u [2] je dokazana egzistencija globalnog slabog rješenja stohastičke talasne jednačine , korišćenjem metoda konstruisanja slabih rješenja stohastičkih parcijalnih diferencijalnih jednačina koje se ne oslanjaju na teoreme o reprezentaciji martingala.

Cilj i hipoteze

Razmatramo skalarni zakon održanja sa stohastičkim upravljanjem $du + Div_g \boldsymbol{f}(\mathbf{x},u)dt = \Phi(\mathbf{x},u)dW_t, \mathbf{x} \in M, t \geq 0,$ sa početnim uslovom u_0 na glatkoj, kompaktnoj Rimanovoj mnogostrukosti M . Cilj istraživanja je naći uslove postojanja rješenja, izvesti kinetičku formulaciju problema i dokazati da je pod dobijenim uslovima rješenje jedinstveno.

Materijali, metode i plan istraživanja

Pošto je jednačina koju razmatramo nelinearna hiperbolička jednačina, u opštem slučaju rješenje ne mora biti neprekidno. Zbog toga moramo razmatrati slaba rješenja jednačine, što može biti problematično sa stanovišta jedinstvenosti rješenja, jer možemo konstruisati više slabih rješenja jednačine koja zadovoljavaju isti početni uslov. Mi moramo izolovati rješenja koja su fizički moguća, pa uvodimo uslove dozvoljivosti rješenja entropijskog tipa. Prvo ih moramo uvesti lokalno, a zatim pomoću uslova geometrijske kompatibilnosti dokazati da ovi uslovi važe i globalno, odnosno na cijeloj mnogostrukosti.

Nakon toga, moramo izvesti kinetičku formulaciju problema, koju ćemo koristiti u dokazima postojanja i jedinstvenosti rješenja. Jedinstvenost rješenja, nakon izvedene kinetičke formulacije problema, dokazujemo korišćenjem metoda dupliranja promjenljivih. Zbog prirode rješenja (kao što smo rekli, rješenje može imati prekide) i strukture mnogostrukosti, moramo koristiti aproksimaciju rješenja neprekidnim funkcijama, i dokazati da pod zadatim uslovima takav niz rješenja stvarno konvergira ka slabom rješenju jednačine.

Nakon toga, moramo dokazati da zadati početni uslov postoji rješenje izvedenog kinetičkog problema, a samim tim i rješenje početne jednačine. Koristićemo princip nestajuće viskoznosti, i koristeći aproksimacije Galerkina dokazaćemo postojanje niza aproksimativnih rješenja, koje će konvergirati ka rješenju jednačine po nekom podnizu.

Očekivani naučni doprinos

Kao što smo naglasili, polje stohastičkih zakona održanja se brzo razvija, i stohastički zakoni održanja na mnogostrukostima su još uvijek nedovoljno istraženi. Mi ćemo dobiti uslove za postojanje rješenje ove klase jednačina na glatkim, kompaktnim mnogostrukostima, i prilagodićemo metode dupliranja promjenljivih i nestajuće viskoznosti za primjenu na mnogostrukost kako bi dokazali egzistenciju i jedinstvenost rješenja.

Spisak objavljenih radova kandidata

1. Konatar, N.: Scalar conservation laws with Charatheodory flux revisited, Glasnik Matematicki Vol. 55, No. 1 (2020), 101-111.
2. Konatar, N.: Dynamics of three dimensional flow in porous media, Electron. J. Differential Equations 2017 No. 191 (2017), 1–5.
3. Jacimovic, V.; Konatar, N.: Directional Control of Bifurcation into Targeted Trajectory, International Journal of Bifurcation and Chaos 25 (2015), 10550145.

Popis literature

[1] E. J. Allen, Derivation of stochastic partial differential equations for size- and age- structured populations, Journal of Biological Dynamics 3 (2009), 73-86.
[2] Z. Brzezniak, M. Ondrejat, Weak solutions to stochastic wave equations with values in Riemannian manifolds, Comm. Partial Differential Equations 36 (2011), no. 9, 1624-1653.
[3] M. Ben Artzi, P. LeFloch, Well-posedness theory for geometry-compatible hyperbolic conservation laws on manifolds, Ann. I. H. Poincare 24 (2007), 989-1008.
[4] F.E. Benth, K.H. Karlsen, K Reikvam, Optimal portfolio selection with consumption and nonlinear integro-differential equations with gradient constraint: a viscosity solution approach, Finance and Stochastics 5 (2001), 275-303.
[5] G.-Q Chen, Q. Ding, K.H. Karlsen, On nonlinear stochastic balance laws, Arch. Ration. Mech. Anal. 204, no. 3, 707-743 (2012).
[6] A. Debussche, J. Vovelle, Scalar conservation laws with stochastic forcing, Journal of Functional Analysis 259 (2010), 1014-1042.
[7] A. Debussche, J. Vovelle, Diffusion limit for a stochastic kinetic problem, Comm. Pure Appl. Anal. 11 (2012), 2305-2326.
[8] R. DiPerna, Measure-valued solutions to conservation laws, Archive Rat. Mech. Anal. 88 (1985), 223-270.
[9] G. Dolzmann, N. Hungerbuhler, S. Muller, Nonlinear elliptic systems with measure valued right-hand side, Math. Zeitschrift, 226 (1997), 545-574.
[10] R. E. Edwards, Functional Analysis, Holt, Rinehart and Winston, 1965.
[11] L. C. Evans, Weak convergence method in partial differential equations, Conference Board of the Mathematical Sciences by the American Mathematical Society Providence, Rhode Island, Number 74, 1988.
[12] P. K. Friz, B. Gess, Stochastic scalar conservation laws driven by rough paths, Ann. Inst. H. Poincare Analyse Non Lineaire 33 (2016), 933-963.
[13] J. Feng, D. Nulart, Stochastic scalar conservation laws, 255 (2008), 313-373
[14] B. Gess, M. Hofmanova, Well-posedness and regularity for quasilinear degenerate parabolic-hyperbolic SPDE, Annals of Probability 46 (2018), 2495-2544
[15] M. Grosser, M. Kunzinger, M. Oberguggenberger, R. Steinbauer, Geometric theory of generalized functions, Kluwer, Dordrecht, 2001.
[16] M. Hofmanova, Strong solutions of semilinear stochastic partial differential equations, NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 20 (3) (2013) 757-778.
[17] J.U.Kim, On a stochastic scalar conservation law, Indiana Univ. Math. J. bf 52 (2003), 227-256.
[18] A. Kazuo, A Stochastic Gronwall inequality and its applications, Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics 6 (2005), 1-5.
[19] S. N. Kruzhkov, First order quasilinear equations in several independent variables, Mat. Sb. 81 (1970), 217-243.
[20] D. Lengeler, T. Muller, Scalar conservation laws on constant and time-dependent

Riemannian manifolds, J. Differential Equations 254 (2013), 1705-1727.
[21] P.-L. Lions, B. Perthame, P.Souganidis, Stochastic averaging lemmas for kinetic equations, Seminaire Equations Aux Derivee Partielles (Ecole Polytechnique) 2011-2012, no. 1.
[22] B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry. With Applications to Relativity. Pure and Applied Mathematics 103. Academic Press, New York, 1983.
[23] E. Yu. Panov, The Cauchy problem for the first order quasi-linear equation on manifold, Differential Equations 33 (1997), 257{266.
[24] P. Petersen, Riemannian geometry. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 171. Springer, New York, 2006.
[25] J. Simon, Compact sets in the space Lp(0; T;B), Annali di Mat. Pure ed Appl. CXLVI (1986, 65-96.
[26] A. Tartakovsky, S. Neuman and R. Lenhard, Immiscible front eveolution in randomly heterogeneous porous media, Phys. Fluids 15 (2003), 3331-3341.
[27] M. Taylor, Pseudo-differential operators, 160 pages, 1974, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
[28] Weinan E, K. Khanin, A. Mazel, and Ya. Sinai, Invariant measures for Burgers equation with stochastic forcing, Ann. of Math. (2) 151 (2000), 877-960.
[29] B. Oksendal, Stochastic differential equations, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003.
[30] Xiaoshan Chen, Yu-Jui Huang, Qingshuo Song, Chao Zhu, The stochastic solution to a Cauchy problem for degenerate parabolic equations, Journal of Mathematical Analysis and Applications 451 (2017), 448-472.

SAGLASNOST PREDLOŽENOG/IH MENTORA I DOKTORANDA SA PRIJAVOM

Odgovorno potvrđujem da sam saglasan sa temom koja se prijavljuje.

Prvi mentor	Darko Mitrović	
Drugi mentor	(Ime i prezime)	(Potpis)
Doktorand	Nikola Konatar	

IZJAVA

Odgovorno izjavljujem da doktorsku disertaciju sa istom temom nisam prijavio/la ni na jednom drugom fakultetu.

U Podgorici,
02.11.2021.

Ime i prezime doktoranda
Никола Конатар