

Vježbe 4

1. Data je poruka:

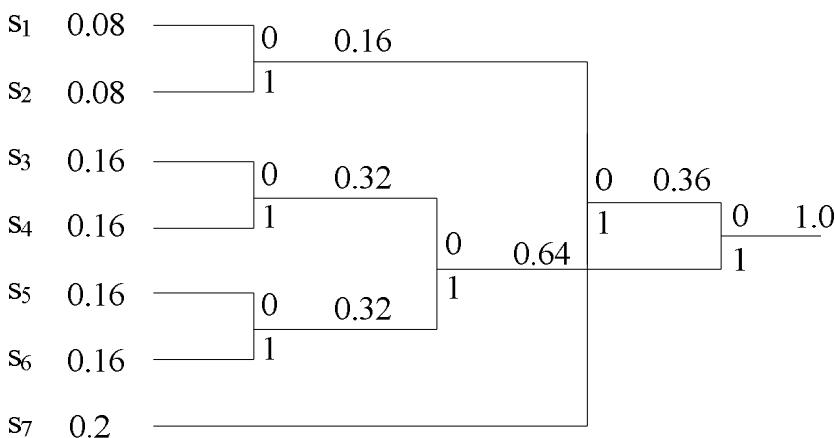
7 8 9 11 9 8 7 6 5 3 5 6 7 8 9 11 9 8 7 6 5 3 5 6 7

Kodirati ovaku poruku Huffman-ovim kodom i odrediti prosječnu dužinu kodne riječi. Odrediti za svaki simbol odgovarajući kod. Odraditi diferencijalno kodiranje i primjeniti Huffman-ov kod na diferencijalnom kodu. Odrediti prosječnu dužinu kodne riječi i kodne simbole i u ovom slučaju.

Rješenje:

Ukupan broj simbola u datoј sekvenci je 25. Shodno tome, vjerovatnoće simbola koji se u njoj pojavljuju su:

$$\begin{aligned} p(3) &= 2/25 = 0.08; & p(5) &= 4/25 = 0.16; & p(6) &= 4/25 = 0.16; & p(7) &= 5/25 = 0.2; \\ p(8) &= 4/25 = 0.16; & p(9) &= 4/25 = 0.16; & p(11) &= 2/25 = 0.08; \end{aligned}$$



$$\begin{array}{lll} s_1: & 000 & s_4: & 101 & s_7: & 01 \\ s_2: & 001 & s_5: & 110 & & \\ s_3: & 100 & s_6: & 111 & & \end{array}$$

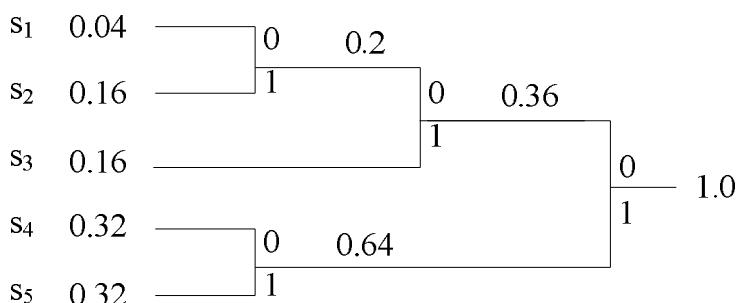
$$L = \sum_{i=1}^N l_i p_i = 3(0.08 + 0.08 + 0.16 + 0.16 + 0.16 + 0.16) + 2 * 0.2 = 1.2$$

Diferencijalni kod je:

7 8 9 11 9 8 7 6 5 3 5 6 7 8 9 11 9 8 7 6 5 3 5 6 7
7 1 1 2 -2 -1 -1 -1 -2 2 1 1 1 1 2 -2 -1 -1 -1 -1 -2 2 1 1

I diferencijalni kod ima ukupno 25 simbola, koji se pojavljuju sa sljedećim vjerovatnoćama:

$$\begin{aligned} p(-1) &= 8/25 = 0.32; & p(1) &= 8/25 = 0.32; & p(2) &= 4/25 = 0.16; & p(-2) &= 4/25 = 0.16; \\ p(7) &= 1/25 = 0.04; & & & & & \end{aligned}$$



$s_1: 000$ $s_4: 10$
 $s_2: 001$ $s_5: 11$
 $s_3: 01$

$$L = \sum_{i=1}^N l_i p_i = 3(0.04 + 0.16) + 2(0.16 + 0.32 + 0.32) = 2.2$$

2. Sistem ima 9 kodnih simbola sa vjerovatnoćama: 0.23, 0.17, 0.16, 0.14, 0.12, 0.10, 0.03, 0.03, 0.02. Izvršiti kodiranje ternarnim (sa tri simbola) Huffman-ovim kodom. Izvršiti kodiranje Huffman-ovim kodom sa četiri simbola. Odrediti za svaki simbol odgovarajući kod, kao i prosječne dužine kodnih riječi u oba slučaja.

Rješenje:

- a) Neka su {a, b, c} simboli ternarnog Huffman-ovog koda. Očigledno, kod ovog Huffman-ovog koda se koristi nebinarni alfabet. U ovom slučaju je potrebno odrediti koliki broj kodnih simbola sa najmanjom vjerovatnoćom treba kodirati u prvom koraku. To se određuje na sljedeći način: od ukupnog broja kodnih poruka oduzima se po D-1 u svakom koraku (D je broj simbola u alfabetu Huffman-ovog koda). Broj kodnih poruka koji ostane u proceduri a manji je ili jednak D, a se kodira u prvom koraku:

$$D=3 \text{ i } Q=9$$

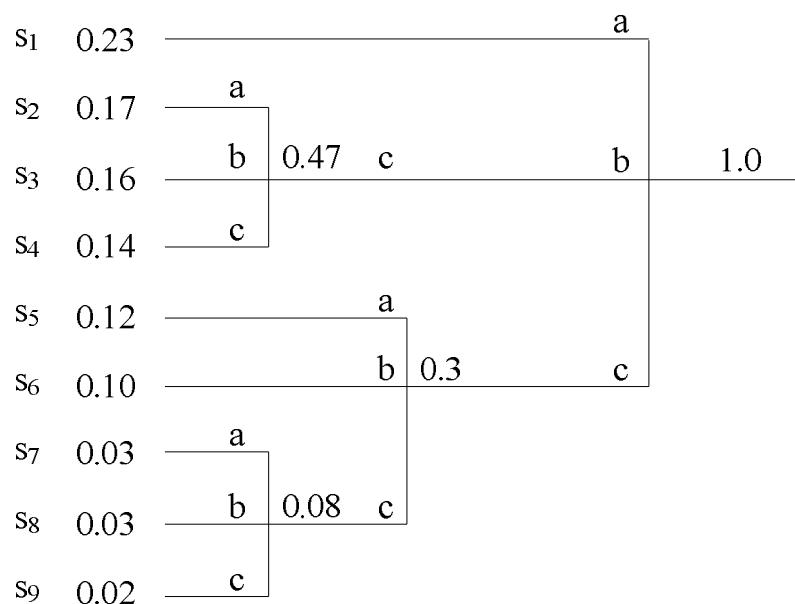
$$Q-(D-1)=Q$$

$$9-2=7$$

$$7-2=5$$

$$5-2=3$$

$3 \leq 3 \Rightarrow$ u prvom koraku uzimamo 3 kodne poruke



Kodne riječi su:

- | | |
|-----------|------------|
| $s_1: a$ | $s_7: cca$ |
| $s_2: ba$ | $s_8: ccb$ |
| $s_3: bb$ | $s_9: ccc$ |
| $s_4: bc$ | |
| $s_5: ca$ | |
| $s_6: cb$ | |

$$L = \sum_{i=1}^N l_i p_i = 0.23 + 2(0.17 + 0.16 + 0.14 + 0.12 + 0.1) + 3(0.03 + 0.03 + 0.02) = 0.23 + 1.38 + 0.24 = 1.85$$

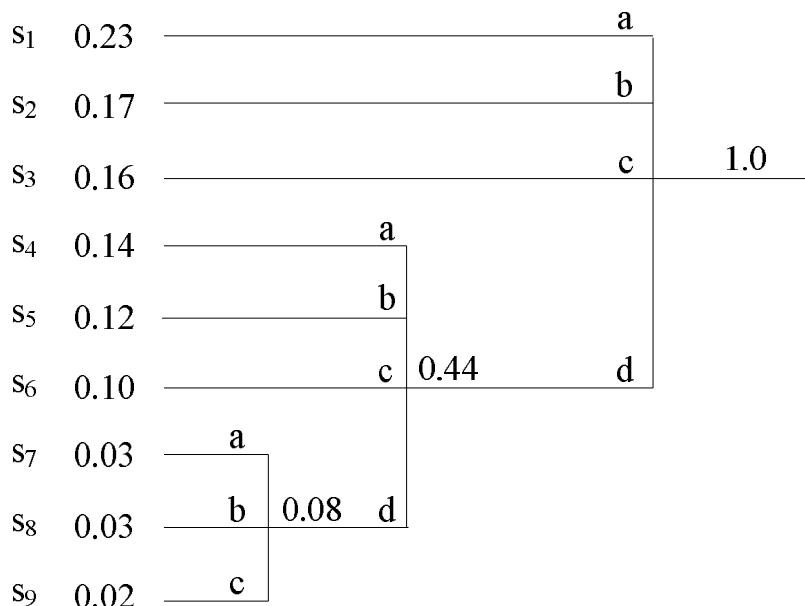
b) $D=4$ i $Q=9$

$$Q - (D-1) = Q$$

$$9 - 3 = 6$$

$$6 - 3 = 3$$

$3 \leq 4 \Rightarrow$ u prvom koraku uzimamo 3 kodne poruke



Kodne riječi su:

- | | |
|-----------|------------|
| $s_1: a$ | $s_7: dda$ |
| $s_2: b$ | $s_8: ddb$ |
| $s_3: c$ | $s_9: ddc$ |
| $s_4: da$ | |
| $s_5: db$ | |
| $s_6: dc$ | |

$$L = \sum_{i=1}^N l_i p_i = 0.23 + 0.17 + 0.16 + 2(0.14 + 0.12 + 0.1) + 3(0.03 + 0.03 + 0.02) = 0.56 + 0.72 + 0.24 = 1.52$$

3. Dat je string:

abacbabcbabcbababcbaacbbabaaabbcbaba

Treba kodirati dati string LZ kodom. Rječnik ima 16 upisa i na početku sadrži kod izvora. Nakon popunjavanja, rječnik se resetuje.

Rješenje:

0	null	
1	a	(1,b) (1,c) (2,a) (2,c) (6,b) (3,b) (4,a) (7,b) (5,b) (8,a) (1,a) (2,b)
2	b	
3	c	
4	ab	
5	ac	
6	ba	
7	bc	
8	bab	
9	cb	
10	aba	
11	bcb	
12	acb	
13	baba	
14	aa	
15	bb	
0	null	
1	a	(3,b) (1,b) (1,null)
2	b	
3	c	
4	cb	
5	ab	