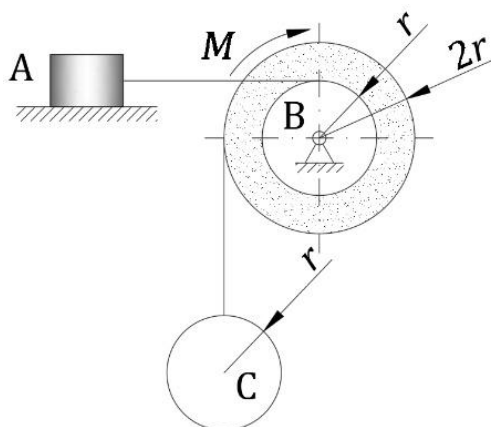


ЗАДАТАК БР. 1

Систем приказан на слици доводи се у кретање дејством константног момента M интензитета $M = 16mgr$ [Nm]. Коефицијент трења између тијела А и подлоге је 0,25. Одредити почетну брзину коју треба да има тијело С да би се његова брзина удвостручила након што тијело С пређе пут од 1,63 m. Дато је: $m_A = 8m$, $m_B = 32m$, $m_C = 4m$, $m = 500$ g и $i_B = r/2$.



$$E_{kS} = E_{kA} + E_{kB} + E_{kC}$$

$$E_{kA} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} 8m \left(\frac{v_C}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} 8m \frac{v_C^2}{4} = mv_C^2$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 = \frac{1}{2} m_B i_B^2 \left(\frac{v_C}{2r}\right)^2 = \frac{1}{2} 32m \frac{r^2}{4} \frac{v_C^2}{4r^2} = mv_C^2$$

$$E_{kC} = \frac{1}{2} m_C v_C^2 = \frac{1}{2} 4m v_C^2 = 2mv_C^2$$

$$E_{kS} = 4mv_C^2$$

$$v_{C0} = ?$$

$$v_{C1} = 2v_{C0}$$

$$A = A_{m_Cg} + A_{F_{tr}} + A_M$$

$$A_{m_Cg} = -m_C g s_C = -4m g s_C$$

$$A_{F_{tr}} = -F_{trA} s_A = -\mu N_A \frac{s_C}{2} = -\mu m_A g \frac{s_C}{2} = -0,25 \cdot 8m g \frac{s_C}{2} = -m g s_C$$

$$A_M = \int \vec{M} \cdot \vec{d\varphi}_B = \int M d\varphi_B = \int 16mgr d\varphi_B = 16mgr \varphi_B = 16mgr \frac{s_C}{2r}$$

$$A_M = 8mgs_C$$

$$A = -4mgs_C - mgs_C + 8mgs_C = \mathbf{3mgs_C}$$

$$E_{ks1} - E_{ks0} = A_{01}$$

$$4mv_{C1}^2 - 4mv_{C0}^2 = 3mgs_{C01}$$

$$4 \cdot 4v_{C0}^2 - 4v_{C0}^2 = 3gs_{C01}$$

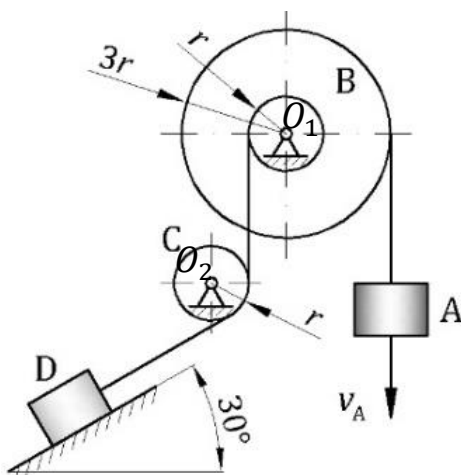
$$12v_{C0}^2 = 3gs_{C01}$$

$$v_{C0} = \sqrt{\frac{3gs_{C01}}{12}} = \sqrt{\frac{gs_{C01}}{4}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 1,63}{4}} = \mathbf{2 \frac{m}{s}}$$

ЗАДАТАК БР. 2

СЕДМИ ГРАФИЧКИ ЗАДАТАК – варијанта В

Занемарујући масу неистегљивих ужади и клизање, одредити кинетичку енергију система у **функцији брзине тијела А**, а потом пут који пређе центар инерције тијела D док се угаона брзина диска В не удвостручи. Дато је: $v_{A0}, i_B = 1,5r, m_A = 6m_B = 3m_C = 2m_D = m$.



$$E_{kS1} - E_{kS0} = A_{01}$$

$$E_{kS} = E_{kA} + E_{kB} + E_{kC} + E_{kD}$$

A – праволинијска транслација

B – обртање око непокретне осе

C – обртање око непокретне осе

D – праволинијска транслација

$$E_{kA} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2} J_{BO_1} \omega_B^2$$

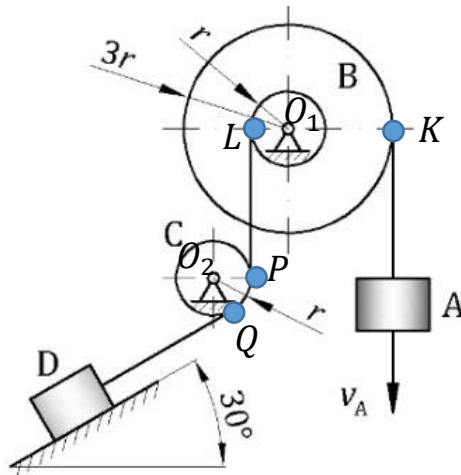
$$J_{BO_1} = \frac{m}{6} (1,5r)^2 = \frac{m}{6} 2,25r^2 = \frac{2,25}{6} m r^2$$

$$E_{kC} = \frac{1}{2} J_{CO_2} \omega_C^2$$

$$J_{CO_2} = \frac{m_C r^2}{2} = \frac{1}{6} m r^2$$

$$E_{kD} = \frac{1}{2} m_D v_D^2 = \frac{1}{4} m v_D^2$$

$$E_{kS} = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} \frac{12,25}{6} m r^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} \frac{11}{6} m r^2 \omega_C^2 + \frac{1}{4} m v_D^2$$



$$\left. \begin{array}{l} v_K = v_A \\ v_K = 3r\omega_B \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_B = \frac{v_A}{3r}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_L = r\omega_B = \frac{v_A}{3} \\ v_L = v_P \end{array} \right\} \Rightarrow v_P = \frac{v_A}{3}$$

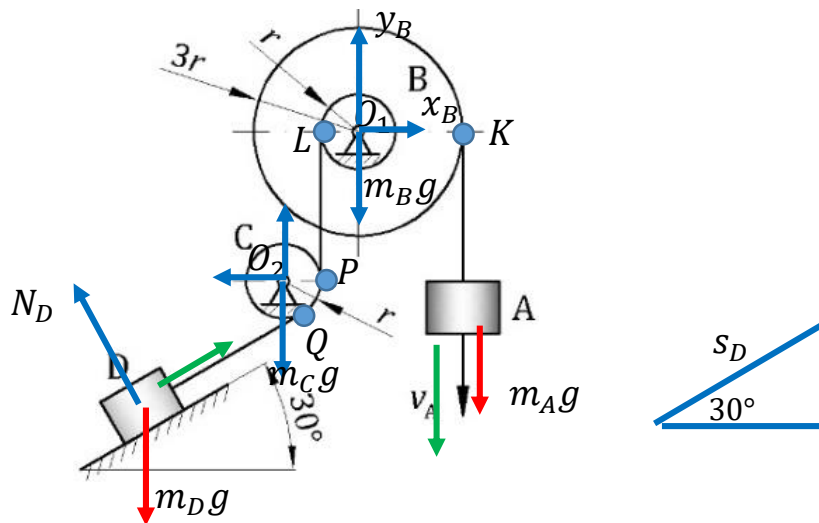
$$\left. \begin{array}{l} v_P = \frac{v_A}{3} \\ v_P = r\omega_C \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_C = \frac{v_A}{3r}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_Q = v_P = \frac{v_A}{3} \\ v_Q = v_D \end{array} \right\} \Rightarrow v_D = \frac{v_A}{3}$$

$$E_{kS} = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} \frac{12,25}{6} m r^2 \frac{v_A^2}{9r^2} + \frac{1}{2} \frac{11}{6} m r^2 \frac{v_A^2}{9r^2} + \frac{1}{4} m \frac{v_A^2}{9}$$

$$E_{kS} = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{2,25}{108} m v_A^2 + \frac{1}{108} m v_A^2 + \frac{1}{36} m v_A^2$$

$$E_{kS} = m v_A^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{2,25}{108} + \frac{1}{108} + \frac{1}{36} \right) = \mathbf{0,56 m v_A^2}$$



$$A = A_{m_A g} + A_{m_D g} = +m_A g s_A - m_D g s_D \sin 30^\circ$$

$$v_D = \frac{v_A}{3} \Rightarrow s_D = \frac{s_A}{3}$$

$$A = m g s_A - \frac{m g s_A}{12} = \frac{11}{12} m g s_A$$

$$E_{kS1} - E_{kS0} = A_{01}$$

$$0,56 m v_{A1}^2 - 0,56 m v_{A0}^2 = \frac{11}{12} m g s_{A01}$$

Пут који пређе центар инерције тијела D док се угаона брзина диска B не удвостручи

$$v_{A0}$$

$$\omega_B = \frac{v_A}{3r} \Rightarrow v_A = 3r\omega_B$$

$$\omega_{B0} = \frac{v_{A0}}{3r}; \omega_{B1} = 2\omega_{B0}$$

$$0,56 m 9r^2 \omega_{B1}^2 - 0,56 m 9r^2 \omega_{B0}^2 = \frac{11}{12} 3m g s_{D01}$$

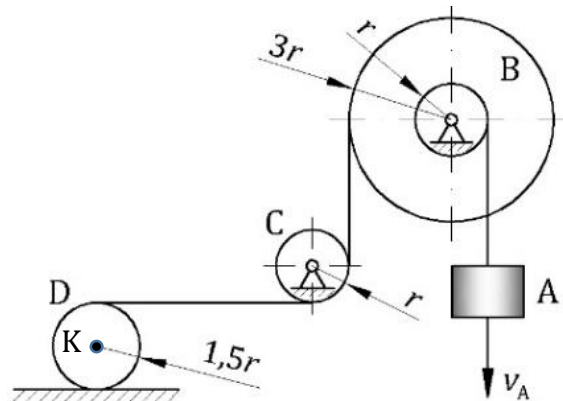
$$s_{D01} = 0,19r^2 (\omega_{B1}^2 - \omega_{B0}^2) = 0,19r^2 (4\omega_{B0}^2 - \omega_{B0}^2) = 0,56r^2 \omega_{B0}^2$$

$$s_{D01} = 0,56r^2 \frac{v_{A0}^2}{9r^2} = 0,06v_{A0}^2$$

ЗАДАТАК БР. 3

СЕДМИ ГРАФИЧКИ ЗАДАТАК – варијанта D

Занемарујући масу неистегљивих ужади и клизање, одредити кинетичку енергију система у функцији брзине тијела A, а потом пут који пређе центар инерције тијела D док се угаона брзина диска B не удвостручи. Дато је: $v_{A0}, i_B = 1,5r, m_A = 6m_B = 3m_C = 2m_D = m$.



$$E_{kS1} - E_{kS0} = A_{01}$$

$$E_{kS} = E_{kA} + E_{kB} + E_{kC} + E_{kD}$$

A – праволинијска транслација

B – обртање око непокретне осе

C – обртање око непокретне осе

D – котрљање без клизања (равно кретање)

$$E_{kA} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2} J_{BO_1} \omega_B^2$$

$$J_{BO_1} = \frac{m}{6} (1,5r)^2 = \frac{m}{6} 2,25r^2 = \frac{2,25}{6} m r^2$$

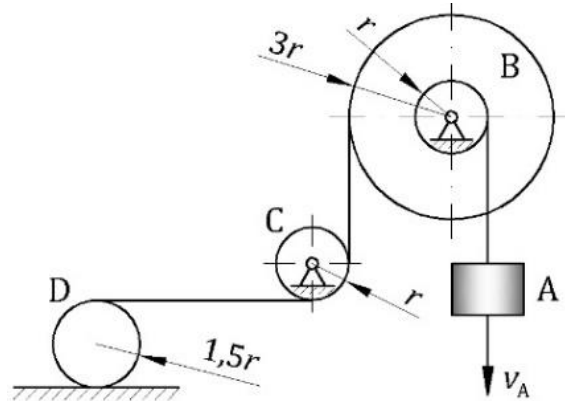
$$E_{kC} = \frac{1}{2} J_{CO_2} \omega_C^2$$

$$J_{CO_2} = \frac{m_C r^2}{2} = \frac{1}{6} m r^2$$

$$E_{kD} = E_{kD}^{tr} + E_{kD}^{rot} = \frac{1}{2} m_D v_K^2 + \frac{1}{2} J_{DK} \omega_D^2 = \frac{1}{2} \frac{m}{2} v_K^2 + \frac{1}{2} \frac{m_D (1,5r)^2}{2} \omega_D^2$$

$$E_{kD} = \frac{1}{4}mv_K^2 + \frac{2,25}{8}mr^2\omega_D^2$$

$$E_{kS} = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{2,25}{12}mr^2\omega_B^2 + \frac{1}{12}mr^2\omega_C^2 + \frac{1}{4}mv_K^2 + \frac{2,25}{8}mr^2\omega_D^2$$



Из брзина заједничких тачака слиједи:

$$v_A = r\omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{v_A}{r}$$

$$3r\omega_B = r\omega_C \Rightarrow \omega_C = 3\omega_B = 3\frac{v_A}{r}$$

$$r\omega_C = 2(1,5r)\omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{\omega_C}{3} = \frac{v_A}{r}$$

$$v_K = 1,5r\omega_D = 1,5r\frac{v_A}{r} = 1,5v_A$$

$$E_{kS} = m\left(\frac{1}{2}v_A^2 + \frac{2,25}{12}r^2\frac{v_A^2}{r^2} + \frac{1}{12}r^29\frac{v_A^2}{r^2} + \frac{1}{4}2,25v_A^2 + \frac{2,25}{8}r^2\frac{v_A^2}{r^2}\right)$$

$$E_{kS} = mv_A^2\left(\frac{1}{2} + \frac{2,25}{12} + \frac{3}{4} + \frac{2,25}{4} + \frac{2,25}{8}\right) = 2,28mv_A^2$$

$$A = A_{m_Ag} = +m_Ags_A = mgs_A$$

$$E_{kS1} - E_{kS0} = A_{01}$$

$$2,28mv_{A1}^2 - 2,28mv_{A0}^2 = mgs_{A01}$$

$$s_{A01} = \frac{2,28((2v_{A0})^2 - v_{A0}^2)}{g} = \frac{3 \cdot 2,28v_{A0}^2}{g}$$

Пут који пређе центар инерције тијела D док се угаона брзина диска B не удвостручи:

$$v_K = 1,5v_A \Rightarrow s_K = 1,5s_A$$

$$s_{K01} = 1,5 \frac{3 \cdot 2,28v_{A0}^2}{g} = 1,05v_{A0}^2$$