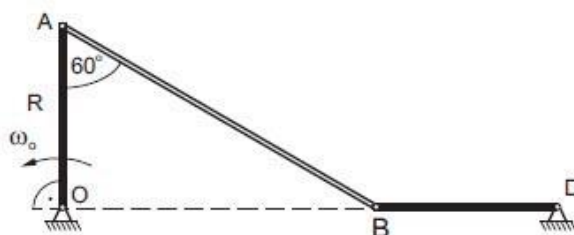


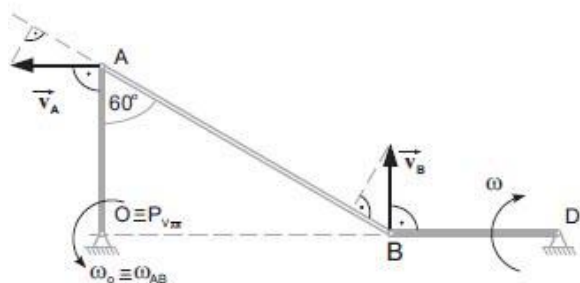
RAVANSKO KRETANJE KRUTOG TIJELA

1. zadatak (Kuzmanović et al. (2012). Zbirka zadataka iz MEHANIKE I, Un. u Beogradu, Saobraćajni fakultet)

Za dati mehanizam, koji se sastoji od štapova OA , AB i BD , odrediti brzinu tačke B u prikazanom položaju, ako je $\overline{OA} = R$ i ako štap OA u tom položaju ima ugaonu brzinu ω_0 . Veze u tačkama O , A , B i D su zglobne.



Rešenje:



$$v_A = \overline{OA}\omega_{OA} = R\omega_0, \quad v_B = \overline{BD}\omega_B$$

I način (projekcija na pravac \overline{AB})

Kako tačke A i B pripadaju istom štapu, a brzine ovih tačka su poznatih pravaca i smerava, tada prema teoremi o projekcijama brzina je:

$$v_A \cos 30^\circ = v_B \cos 60^\circ \quad \Rightarrow \quad R\omega_0 \frac{\sqrt{3}}{2} = v_B \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad v_B = R\omega_0\sqrt{3}.$$

II način (trenutni pol brzina)

Sa slike se vidi da je:

$$\frac{\overline{BP}_v}{R} = \operatorname{tg}60^\circ \quad \Rightarrow \quad \overline{BP}_v = R \operatorname{tg}60^\circ = R\sqrt{3}.$$

Izraz za intenzitet brzine tačke A , preko trenutnog pola brzina, je:

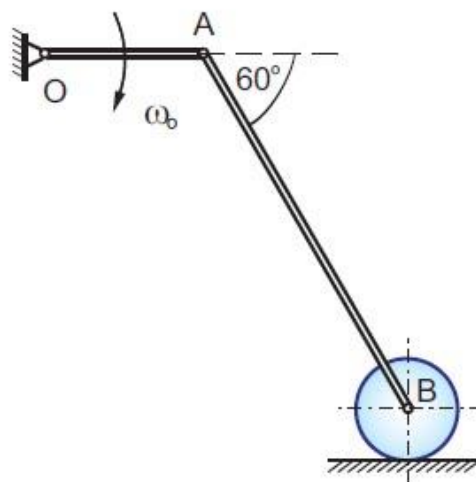
$$\overline{AP}_v\omega_{AB} = v_A \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = \frac{v_A}{\overline{AP}_v} = \frac{R\omega_0}{R} = \omega_0.$$

Izraz za intenzitet brzine u tački B , preko trenutnog pola brzina, za izrač. ugaonu brzinu oko pola brzina:

$$v_B = \overline{BP}_v\omega_{AB} = R\sqrt{3}\omega_0 \quad \Rightarrow \quad v_B = R\omega_0\sqrt{3}.$$

2. zadatak (Kuzmanović et al. (2012). Zbirka zadataka iz MEHANIKE I, Un. u Beogradu, Saobraćajni fakultet)

Krivaja OA , dužine $0,3 [m]$ obrće se konstantnom ugaonom brzinom $\omega_0 = 2 [s^{-1}]$ oko nepomične ose Oz . Krivaja dovodi u kretanje štap AB dužine $0,8 [m]$. Posredstvom štapa AB disk poluprečnika $R = 0,2 [m]$ kotrlja se bez klizanja po ravnoj podlozi. Za dati položaj mehanizma, odrediti ugaonu brzinu diska. Veze u O , A i B su zglobove.



Rešenje:

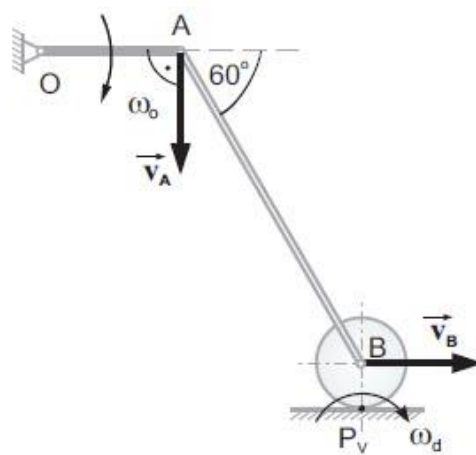
Na osnovu teoreme o projekcijama brzina, projektovanjem na AB , nije teško izračunati brzinu u tački B , a potom i ugaonu brzinu.

$$v_A = \overline{OA}\omega_0 = 0,3 \cdot 2 = 0,6 [m/s],$$

$$v_A \cos 30^\circ = v_B \cos 60^\circ \Rightarrow$$

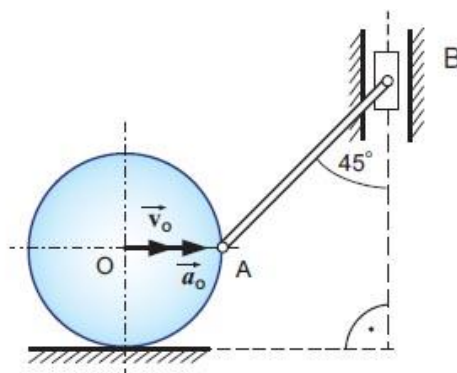
$$v_B = v_A \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = 0,6\sqrt{3} [m/s],$$

$$v_B = R\omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{v_B}{R} = 3\sqrt{3} [s^{-1}].$$



3. zadatak (Kuzmanović et al. (2012). Zbirka zadataka iz MEHANIKE I, Un. u Beogradu, Saobraćajni fakultet)

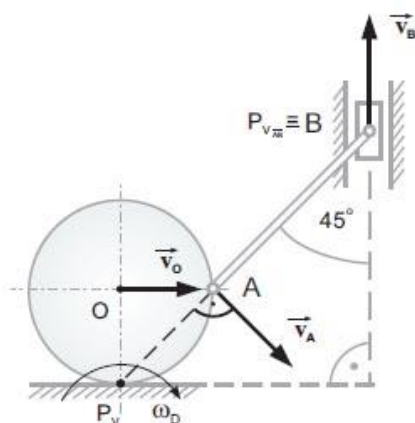
Štap AB dužine ℓ zglibno je vezan za obod diska poluprečnika R koji se kotrlja bez klizanja po pravom delu puta. Ako u prikazanom položaju središte diska ima brzinu v_0 i ubrzanje a_0 , odrediti brzinu i ubrzanje klizača B .



Rešenje:

Brzine:

$$v_0 = R\omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{v_0}{R}, \quad v_A = \overline{AP}_v \cdot \omega_D = R\sqrt{2}\omega_D \Rightarrow v_A = v_0\sqrt{2}.$$



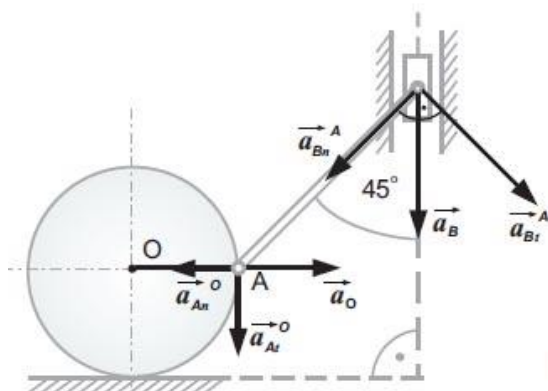
Primenom teoreme o projekcijama brzina, dobija se:

$$v_A \cos 90^\circ = v_B \cos 45^\circ \Rightarrow \boxed{v_B = 0},$$

$$v_A = \overline{AP}_v \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_A}{\overline{AP}_v} = \frac{v_0\sqrt{2}}{\ell}.$$

Ubrzanja:

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_O + \mathbf{a}_{An}^O + \mathbf{a}_{At}^O. \quad (\text{a})$$



$$\varepsilon_D = \frac{\omega_D}{t} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v_0}{R} \right) = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} (v_0) = \frac{a_0}{R},$$

$$a_{At}^O = \varepsilon_D \cdot \overline{OA} = \frac{a_0}{R} R = a_0,$$

$$a_{An}^O = \overline{OA} \omega_D^2 = \frac{v_0^2}{R}.$$

Projektovanjem jednačine (a) na x i y ,

respektivno, dobija se:

$$x: a_{Ax} = a_0 - a_{An}^0 \Rightarrow a_{Ax} = a_0 - \frac{v_0^2}{R}$$

$$y: a_{Ay} = -a_{An}^0 = -a_0.$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{Bn}^A + \mathbf{a}_{Bt}^A,$$

$$a_{Bn}^A = \overline{AB}\omega_{AB}^2 = \frac{2v_0^2}{\ell}.$$

Projektovanjem ove vektorske jednačine dobija se:

$$\text{na } x: 0 = a_0 - \frac{v_0^2}{R} - a_{Bn}^A \cos 45^\circ + a_{Bt}^A \cos 45^\circ,$$

$$a_{Bt}^A \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2v_0^2}{\ell} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{v_0^2}{R} - a_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_{Bt}^A = \frac{2v_0^2}{\ell} + \frac{v_0^2\sqrt{2}}{R} - a_0\sqrt{2},$$

$$\text{na } y: -a_B = -a_0 - a_{Bn}^A \sin 45^\circ - a_{Bt}^A \sin 45^\circ$$

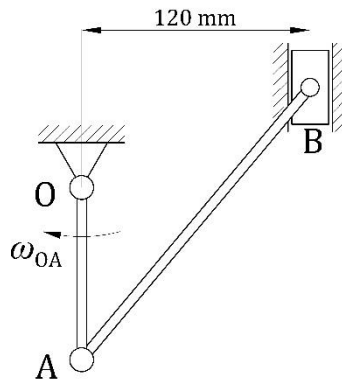
$$-a_B = -a_0 - \frac{2v_0^2}{\ell} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2v_0^2}{\ell} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{v_0^2\sqrt{2}}{R} \frac{\sqrt{2}}{2} + a_0\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{a_B = \frac{v_0^2}{\ell} \left(2\sqrt{2} + \frac{\ell}{R} \right)}.$$

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. zadatak

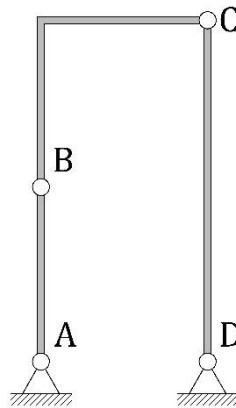
Krivaja OA dužine 60 mm obrće se konstantnom ugaonom brzinom od 4 s^{-1} . Ako je $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$, odrediti ugaono ubrzanje poluge AB u prikazanom položaju.



Rješenje: $\varepsilon_{AB} = 1,69 \text{ s}^{-2}$

2. zadatak

Ako je ugaona brzina poluge CD u trenutku prikazanom na slici 2 s^{-1} , a njeno ugaono ubrzanje -4 s^{-2} , odrediti ugaonu brzinu ugaonika BC i poluge AB, a potom ubrzanje zgloba C i ugaono ubrzanje poluge AB u tom trenutku. Dato je: $\overline{AB} = 0,5 \text{ m}$, $\overline{CD} = 1 \text{ m}$ i $\overline{AD} = 0,5 \text{ m}$.



Rješenje: $\omega_{BC} = 0$; $\omega_{AB} = 4 \text{ s}^{-1}$; $a_C = 4\sqrt{2} \text{ m/s}^2$

Ako se poluga CD obrće u negativnom matematičkom smjeru $\varepsilon_{AB} = 0 \text{ s}^{-2}$

Ako se poluga CD obrće u pozitivnom matematičkom smjeru $\varepsilon_{AB} = 16 \text{ s}^{-2}$