

Domaci zadaci

1/2

1) Izračunati

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{2n-1}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5n+3n^2}{(n-1)^2+3}$; c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5-3n^2}{1+2+\dots+n}$; d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (94)^n$
e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{3^n}$; f) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2})^n$; g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot (-3)^n + 7^{n+2}}{(-3)^{n+1} + 2 \cdot 7^{n+1}}$; h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$;
i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{5n}\right)^{n+1}$; j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-1}\right)^n$; k) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n+1})$
l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}\right)$.

2) Izračunati

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-5}{3x-1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+2} - 1}{x}$; c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^3}{5x^3-x+7}$; d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}$
e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-2x-1}{2x^2-x+1}$; f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-x-1}{x^2-1}$; g) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x}\right)$; h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$
i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - x - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$; j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+1)}{x+1}$; l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2 x}{x}$
m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+3}\right)^{5x+1}$; n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$; o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\sqrt[3]{x^3+2} - x)$.

3) Ispitati neprekidnost funkcije u zavisnosti od parametra λ .

a) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 0 \\ \lambda, & x = 0 \\ 1+x, & x > 0 \end{cases}$; b) $g(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \geq 0 \\ x + \lambda, & x < 0 \end{cases}$.

4) Nadi ~~na~~ oblost definisanosti i izvod funkcije

a) $y = \operatorname{arctg} e^{2x} + \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}}$; b) $y = 3 \sin \frac{x+1}{x-1} - \ln \frac{3+x}{x+2}$
c) $y = x + \frac{1}{2} (x^2-1) \ln (x + \sqrt{x^2-1})$.

5) Naci sledeće izvode

a) $\left(\ln \frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)''$; b) $\left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)''$; c) $\left(\sqrt[5]{1-3x}\right)'''$; d) $(e^x)^{(100)}$
 e) $(\sin x)^{(n)}$, $n \in \mathbb{N}$, f) $(\ln(1+x))^{(7)}$

6) Lopitalovim pravilom izračunati

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \cdot \sin x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^{3x}}$; c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x-1}}$
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$; f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 2^x}{x}$.

7) Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije.

a) $y = \frac{x-1}{x+2}$; b) $y = \frac{x-1}{x^2+1}$; c) $y = \frac{5-x}{9-x^2}$; d) $y = \frac{x^2}{x^4+1}$;

e) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$; f) $y = \frac{(1-x)^3}{(1+x)^2}$; g) $y = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$; h) $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$

i) $y(x) = x + \frac{2x}{x^2-1}$; j) $y = 2\left(x + \frac{2x}{x^2-1}\right) - 2$; k) $y = \frac{|3-x|}{(2-x)^2}$;

l) $y = -x + \sqrt{\frac{x^3}{x-3}}$; m) $y = \sqrt[3]{2x^2-x^3}$; n) $y = \sqrt[3]{4x^3-12x}$

o) $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^2+1}$; p) $y = 1 - x e^{-\frac{2}{x}}$; q) $y = x e^{\frac{x}{1-x}}$

r) $y = (2-x) e^{\frac{1}{(2-x)^2}}$; s) $y = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$; t) $y = (x+1) \ln^2(x+1)$;

u) $y = \sqrt{x} (2 - \ln x^2)$; v) $y = \ln(1+e^{x-1}) - \frac{x+1}{2}$; w) $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$;

x) $y = x - \sin 2x$; y) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$; z) $y = 8 \cos^3 \frac{x}{2} - 1$

Domadi teorija

- 1) a) Navesti operacije s vektorima i svojstva tih operacija.
b) Definirati linearnu nezavisnost vektora.
- 2) a) Navesti operacije sa kompleksnim brojevima i svojstva tih operacija.
b) Napisati Moavrove formule ($\mathbb{Z}^n$, $\sqrt[n]{z}$).
- 3) Napisati: a) opšti oblik jednačine ravni, b) kanonski oblik jednačine prave, c) jednačinu prave kroz dvije tačke, d) formulu za računanje rastojanja tačke od ravni.
- 4) a) Navesti operacije s matricama i svojstva tih operacija.
b) Navesti definiciju determinante i svojstva determinanti.
c) Navesti definiciju inverzne matrice i objasniti kako se računa.
- 5) a) Navesti definiciju rješenja sistema linearnih jednačina.
b) Navesti Kramerova pravila. c) Formulirati Kroncker-Kapelijevu teoremu.
d) Odgovoriti kada homogeni sistem lin. jed. ima netrivialno rješenje.
- 6) a) Navesti definicije granične vrijednosti niza i funkcije. b) Navesti teoremu o monotonom i ograničenom nizu. c) Formulirati teoremu o "lopuvu i dva poljepta". d) Navesti svojstva granične vrijednosti funkcije u odnosu na aritmetičke operacije (+, -, ·, :) i operaciju kompozicije funkcija.
- 7) a) Navesti definiciju neprekidnosti funkcije u tački. b) Formulirati teoreme o nuli, ograničenosti i ekstremnim vrijednostima neprekidne funkcije na segmentu $[a, b]$.
- 8) Navesti: a) definiciju izvoda funkcije, b) formule za tangentu, brzinu i ubrzanje, c) pravila diferenciranja, d) Rolovu i Lagranžovu teoremu, e) Tejlorovu formulu.