

Prof. dr Žarko Pavićević

Lekcija 18. 03. 2020.

Literatura: udžbenik V. I. Gavrilov, Ž. Pavićević, MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. Str. 276–277:
Određeni (Rimanov) integral kao granična vrijednost brojnog niza
Teorema 4 (sa dokazom).
2. Str. 275:
Svojstvo linearnosti za određeni (Rimanov) integral
Teorema 3 (dokaz pomoću teoreme 4),
3. Str. 277–278: **Gornja i donja Darbova suma**
4. Str. 278–279: **Geometrijska interpretacija donje i gornje Darbove sume**
5. Str. 279–280: **Svojstvo monotonosti**
Teorema 1 (sa dokazom).
6. Str. 280–281: **Svojstvo razdvajanja**
Teorema 2 (sa dokazom).
7. Str. 280–281: **Darbova i integralna suma**
Teorema 3 (sa dokazom).
8. Str. 281: **Gornja i donja Darbova suma za neprekidne funkcije**
9. Str. 282: **Gornji i donji Darbov integral**
10. Str. 282–284: **Prvi kriterijum za integrabilnost funkcije**

Teorema 4. Funkcija f koja je definisana i ograničena na segmentu $[a, b]$ biće integrabilna na tom segmentu ako i samo ako je:

$$\lim_{d(T) \rightarrow 0} s(f, T) = \underline{I} \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon))(\forall T \in P)(d(T) < \delta \Rightarrow |s(f, T) - \underline{I}| < \varepsilon),$$

$$\lim_{d(T) \rightarrow 0} S(f, T) = \bar{I} \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon))(\forall T \in P)(d(T) < \delta \Rightarrow |S(f, T) - \bar{I}| < \varepsilon) \text{ i } \underline{I} = \bar{I} = I.$$

Tada je $\int_a^b f(x) dx = \bar{I} = \underline{I} = I$.

Napomena: Dokaz izvedite onako kako je dato u knjizi, ali koristite navedene definicije za

$$\lim_{d(T) \rightarrow 0} s(f, T) = \underline{I} \text{ i } \lim_{d(T) \rightarrow 0} S(f, T) = \bar{I}$$