

ISPIT, 09.01.2019.

Zadaci

1. (20 poena)

a) Dat je matematički model problema linearnog programiranja:

$$(\min)Z = 30X_1 + 40X_2$$

$$3X_1 + X_2 \geq 12$$

$$9X_1 \geq 36$$

$$X_1 + X_2 \leq 9$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Napisati matematički model dualnog problema.

b) Optimalno rešenje dualnog problema zadatka pod a) je:

$$Y_B = \beta^{-1} \cdot c = \begin{bmatrix} Y_2 \\ Y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$V_0 = (b_2 \quad b_5) \begin{bmatrix} Y_2 \\ Y_5 \end{bmatrix} = (36 \quad 0) \begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ 40 \end{bmatrix} = 120$$

$$Y_{ij} = \beta^{-1} B_j = \begin{bmatrix} Y_{21} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{51} & Y_{53} & Y_{54} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{21} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{51} & Y_{53} & Y_{54} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_j = (V_1 \quad V_3 \quad V_4) = (b_2 \quad b_5) \begin{bmatrix} Y_{21} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{51} & Y_{53} & Y_{54} \end{bmatrix}$$

$$(V_1 \quad V_3 \quad V_4) = (36 \quad 0) \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = (12 \quad -4 \quad 4)$$

Prema I simpleks kriterijumu je:

$$b1 - V1 = 12 - 12 = 0$$

$$b3 - V3 = -9 - (-4) = -5$$

$$b4 - V4 = 0 - 4 = -4$$

Koristeći optimalno rešenje dualnog problema naći optimalno rešenje primarnog problema.

c) U postupku postoptimalne analize ispitati da li će optimalno rešenje i dalje ostati optimalno, ako se koeficijent c_1 smanji za 8 jedinica.

2. (20 poena)

Potrebno je, uz minimalne transportne troškove, prevesti automobilske gume iz tri skladišta do četiri prodavnice. Transportni troškovi po jednoj gumi, od svih skladišta do svih prodavnica su:

$$c_{11} = 3, \quad c_{12} = 5, \quad c_{13} = 7, \quad c_{14} = 11,$$

$$c_{21} = 1, \quad c_{22} = 4, \quad c_{23} = 6, \quad c_{24} = 3,$$

$$c_{31} = 5, \quad c_{32} = 8, \quad c_{33} = 12, \quad c_{34} = 7,$$

Dnevne ponude skladišta respektivno su: 130, 100, 200 guma, a tražnje pojedinih prodavnica su: 130, 140, 80, 50 guma. Odrediti optimalno rešenje koristeći Vogelov metod i metod potencijala.

Pitanja (po 2 poena):

1. Kakav je odnos između vrijednosti funkcija cilja primarnog i dualnog problema za njihova optimalna rješenja?
2. Kakav je odnos između optimalnih vrijednosti dodatnih promjenljivih primarnog problema i realnih promenljivih dualnog problema i obrnuto?
3. Šta predstavlja kriterijum za optimizaciju programa transporta?
4. Šta izražava funkcija cilja u transportnom problemu?
5. Koja ograničenja moraju biti zadovoljena pri određivanju funkcije cilja transportnog problema?

Ispit se radi 1,5 sat!