

RAČUN DIOBE

Opšti problem koji se rješava **PROSTIM RAČUNOM DIOBE** možemo formulirati na sljedeći način: *Datu veličinu A predstaviti kao zbir veličina x_1, x_2, \dots, x_n tako da te veličine budu proporcionalne ili obrnuto proporcionalne datim veličinama a_1, a_2, \dots, a_n sa istim koeficijentom proporcionalnosti k.*

$$A = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$x_i = k a_i \quad \text{ili} \quad x_i = \frac{k}{a_i}, \quad i = \overline{1, n}$$

PROSTI RAČUN DIOBE

DIREKTNJA PROPORCIONALNOST: $x_i = k a_i \quad i = \overline{1, n}$

Slijede **PROSTE** proporcije: $x_1 : x_2 = a_1 : a_2$

$$x_1 : x_3 = a_1 : a_3$$

....

$$x_1 : x_n = a_1 : a_n$$

Odnosno, jedna **PRODUŽENA** proporcija:

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n$$

PROSTI RAČUN DIOBE

U slučaju **OBRNUTE PROPORCIONALNOSTI** važe relacije:

$$\sum_{i=1}^n x_i = A \quad \text{i} \quad \sum_{i=1}^n x_i = k \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}$$

Slijedi da je koeficijent

$$k = \frac{A}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}$$

SLOŽENI RAČUN DIOBE

$$x_i = k(a_i b_i c_i \dots p_i)$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots, p_i$

$$x_i = \frac{k}{a_i b_i c_i \dots p_i}$$

veličina x_i je obrnuto proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots, p_i$

$$x_i = k a_i b_i \dots \frac{p_i}{\alpha_i \beta_i \dots \eta_i}$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama $a_i, b_i, c_i, \dots, p_i$ i istovremeno obrnuto proporcionalna nekim drugim veličinama $\alpha_i, \beta_i, \dots, \eta_i$

PRIMJER 1:

U elementarnoj nepogodi brod je pretrpio štetu od $A=11.400.000$. Vrijednost broda je $a_1=210.600.000$, vrijednost tereta $a_2=16.300.000$, prevoz je $a_3=1.100.000$. Nastalu štetu snose brodovlasnik, vlasnik tereta i prevoznik proporcionalno navedenim vrijednostima. Koliku štetu snosi svaki od njih pojedinačno?

Neka su x_1, x_2, x_3 djelovi štete koju snose navedena lica redom.

$$x_1 = 210.600.000 \text{ k}$$

$$x_2 = 16.300.000 \text{ k} \quad \text{odnosno} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 228.000.000 \text{ k}$$

$$x_3 = 1.100.000 \text{ k}$$

$$\text{Ukupna šteta je } 11.400.000 : 228.000.000 \text{ k} = 11.400.000$$

$$\text{odnosno: } k = 0,005 \quad x_1 = 0,05 \cdot 210.600.000 = 10.530.000$$

$$x_2 = 815.000$$

$$x_3 = 55.000$$

PRIMJER 2:

Tri naselja napravila su most za 3.720.000. Prvo naselje udaljeno je od mosta 3 km, drugo 2 km i treće 5 km. Učešće u cijeni mosta je obrnuto proporcionalno udaljenosti naselja od mosta. Koliko je učešće svakog naselja pojedinačno?

Označimo sa x_1, x_2, x_3 učešća naselja u cijeni mosta.

$$x_1 = \frac{k}{3} \quad x_2 = \frac{k}{2} \quad x_3 = \frac{k}{5}$$

$$\text{Kako je ukupna cijena: } x_1 + x_2 + x_3 = 3.720.000$$

Iz navedenih uslova slijedi da je: $k = 3.600.00$ odnosno:

$$x_1 = 1.200.000, \quad x_2 = 1.800.000, \quad x_3 = 720.000$$

RAČUN SMJEŠE

Primjenjuje se u slučaju kada treba odrediti količinu ili odnose roba iste vrste ali različitog kvaliteta da bi se njihovim miješanjem dobila roba iste vrste ali određenog kvaliteta.

$$k = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

ponderisana aritmetička
sredina brojeva k_1, k_2, \dots, k_n

k_i - brojno izražen odgovarajući kvalitet robe od koje se pravi smješa

x_i - potrebna količina i-te robe

PRIMJER 3:

Ako je procenat soli u morskoj vodi 3 % koliko litara čiste vode treba dodati na 40 l morske vode da bi koncentracija soli pala na 2 %?

Uvedimo sledeće oznake:

$$k_1 = 3\% = 0,03$$

$$x_1 = 40$$

$$k_2 = 0\% = 0$$

$$x_2 = ?$$

$$k = 2\% = 0,02$$

Kako je relacija za račun smješe $k x_1 + k x_2 = k (x_1 + x_2)$

$$\text{slijedi } 0,03 \cdot 40 + 0 \cdot x_2 = 0,02 \cdot (40 + x_2)$$

čijim rješavanjem se dobija da je

$$x_2 = 20$$

PROCENTNI RAČUN

Razlomak $\frac{p}{100}$ zovemo **procentom** i označavamo sa p%

$$\frac{p}{100} \equiv p\%$$

Broj K od koga se izračunava procenat zove se *osnova* ili *glavnica*, broj p *procentna stopa*, a proizvod procenta p% i glavnice K - *interes* ili *procentni iznos* i.

$$i = p\% K = \frac{pK}{100}$$

odnosno zapisano u obliku proporcije:

$$K : i = 100 : p$$

Razlomak čiji je imenilac 1.000 zove se *promil* i za njegovu oznaku koristimo simbol ‰

$$\frac{p}{1000} \equiv p\text{‰}$$

PRIMJER 4:

Razliku prodajne cijene od 3.036 i nabavne cijene od 2.640 neke robe izraziti procentom od nabavne cijene?

I način: Primjenom formule $p = 100i/K$.

II način: Postavljanjem jednačine:

$$2640 + p\% 2640 = 3.036$$

$$\Rightarrow p = 15$$

VERIŽNI RAČUN I ARBITRAŽA ROBE

✓ Verižni račun se koristi za određivanje odnosa dvije veličine, ako je on dat indirektno preko niza direktno proporcionalnih veličina.

✓ Njegovu ispravnost možemo provjeriti preko niza pravila, tj. prostih proporcija.

✓ Početak i kraj "lanca" moraju biti istorodne veličine.

✓ Ina primjenu u arbitraži robe, tj. kod donošenja odluke koju ponudu za kupovinu određene robe treba prihvatiti.

PRIMJER 5:

Koliko treba platiti na ime poreza na promet na 5.000 l nafte, ako se po 1 kg plaća 0,7 n.j. i ako je 25 l nafte teško 19,325 kg.

$$x \text{ nj } 15.000 \text{ l}$$

$$25 \text{ l } 119,325 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg } 10,7 \text{ n.j.}$$

$$x = 5.000 \cdot 19,325 \cdot \frac{0,7}{25 \cdot 1} = 2.705,5 \text{ n.j.}$$

AMORTIZACIJA OSNOVNOG SREDSTVA

Vrijednost osnovnog sredstva se svake godine umanjuje za određeni iznos - **godišnju amortizaciju**, koja se izražava **amortizacionom stopom** - brojem koji kazuje za koliko se procenata od a) nabavne (početne) vrijednosti, ili b) vrijednosti sredstava iz prethodne godine, umanjuje vrijednost osnovnog sredstva.

RAVNOMJERNA (LINEARNA) AMORTIZACIJA - amortizaciona stopa se primjenjuje na početnu vrijednost (slučaj a).

DEGRESIVNA AMORTIZACIJA - amortizaciona stopa primjenjuje na vrijednost osnovnog sredstva iz prethodne godine (slučaj b).

Zbir svih godišnjih amortizacija zove se **amortizacioni fond**.

RAVNOMJERNA AMORTIZACIJA

$$A_1 = \frac{aK}{100} = A_2 = \dots = A_n \quad \text{godišnje amortizacije su jednake}$$

Vrijednost osnovnog sredstva krajem prve, druge, ..., n-te godine:

$$K_1 = K - A_1 = K - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{a}{100})$$

$$K_2 = K_1 - A_2 = K - \frac{aK}{100} - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{2a}{100})$$

...

$$K_n = K_{n-1} - A_n = K(1 - \frac{na}{100})$$

K - početna vrijednost osnovnog sredstva,

a - amortizaciona stopa,

K_n - vrijednost osnovnog sredstva krajem n-te godine

A_n - godišnja amortizacija za n-tu godinu.

RAVNOMJERNA AMORTIZACIJA

Uzastopne vrijednosti K, K_1, K_2, \dots, K_n osnovnog sredstva su članovi aritmetičkog niza čiji je prvi član $a_1 = K$ i razlika $d = -A_1$.

Amortizacioni fond za n godina je: $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = nA_1$

Osnovno sredstvo se otpisuje onda kada je njegova vrednost nula, tj.:

$$K_n = 0 \quad \text{odnosno} \quad K(1 - \frac{na}{100}) = 0$$

Iz ove jednačine dobijamo **vijek trajanja** osnovnog sredstva:

$$n = \frac{100}{a}$$

DEGRESIVNA AMORTIZACIJA

$$A_1 = a\% K \Rightarrow K_1 = K - A_1 = K - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{a}{100})$$

$$A_2 = a\% K_1 = \frac{a}{100} \cdot K(1 - \frac{a}{100}) \Rightarrow K_2 = K_1 - A_2 = K(1 - \frac{a}{100})^2$$

...

$$A_n = \frac{a}{100} \cdot K(1 - \frac{a}{100})^{n-1} \Rightarrow K_n = K(1 - \frac{a}{100})^n$$

✓ Godišnje amortizacije A_1, A_2, \dots, A_n su prvih n uzastopnih članova geometrijskog niza čiji je prvi član A_1 i količnik $q = 1 - \frac{a}{100}$

✓ Uzastopne vrijednosti osnovnog sredstva su članovi geometrijskog niza sa prvim članom K i količnikom $q = 1 - \frac{a}{100}$

✓ Amortizacioni fond za prvih n godina je zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = A_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$