

1. Metodom karakterističnih funkcija dokazati da niz slučajnih promjenljivih  $Y_n = \frac{X_n - n}{\sqrt{n}}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , gdje  $X_n : \mathcal{P}(n)$ , u raspodjeli konvergira ka  $Z : \mathcal{N}(0; 1)$ .

2. a) Ako su članovi niza  $X_n, n = 1, 2, \dots$  skoro izvjesno sa segmenta  $[0, 1]$ , tada iz  $X_n \xrightarrow{p} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{L_2} X$  Dokazati.

b) Neka je  $X_n, n = 1, 2, \dots$ , niz jednako raspodijeljenih slučajnih promjenljivih sa  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodjelom i neka je  $Y_n = \frac{1}{1+n^3 X_n^2}$ . Ispitati konvergencije niza  $Y_n$ .

3. U opitu u kojem se novčić poluprečnika 1 baca na ravan koja je premrežena pravougaonicima čije su stranice dužina 5 i 6,  $A$  je događaj da novčić nakon padanja ne zasijeca mrežu. Koliko puta treba ponoviti opit (tj. baciti novčić) pa da sa vjerovatnoćom većom od 0,95 relativna učestalost događaja  $A$  odstupa od  $P(A)$  manje od 0,01?

4. a) Obilježje  $X$  ima gustinu  $g(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ . Dokazati da je  $\bar{X}_n$  najbolja centrirana ocjena za  $\theta$ . Dokazati da je ta ocjena postojana. Naći  $\gamma$  interval povjerenja za  $\theta$ .

5. a) Nejman Pirsonova lema, formulacija i dokaz.

b) Obilježje  $X$  ima  $\mathcal{N}(m, 1), m \in \{1, 2\}$ . Naći najbolju kritičnu oblast veličine  $\alpha = 0,05$  za testiranje  $H_0(m = 2)$  protiv  $H_1(m = 1)$ , a zatim izračunati  $\beta, n = 9$ .

1. Metodom karakterističnih funkcija dokazati da niz slučajnih promjenljivih  $Y_n = \frac{X_n - n}{\sqrt{n}}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , gdje  $X_n : \mathcal{P}(n)$ , u raspodjeli konvergira ka  $Z : \mathcal{N}(0; 1)$ .

2. a) Ako su članovi niza  $X_n, n = 1, 2, \dots$  skoro izvjesno sa segmenta  $[0, 1]$ , tada iz  $X_n \xrightarrow{p} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{L_2} X$  Dokazati.

b) Neka je  $X_n, n = 1, 2, \dots$ , niz jednako raspodijeljenih slučajnih promjenljivih sa  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodjelom i neka je  $Y_n = \frac{1}{1+n^3 X_n^2}$ . Ispitati konvergencije niza  $Y_n$ .

3. U opitu u kojem se novčić poluprečnika 1 baca na ravan koja je premrežena pravougaonicima čije su stranice dužina 5 i 6,  $A$  je događaj da novčić nakon padanja ne zasijeca mrežu. Koliko puta treba ponoviti opit (tj. baciti novčić) pa da sa vjerovatnoćom većom od 0,95 relativna učestalost događaja  $A$  odstupa od  $P(A)$  manje od 0,01?

4. a) Obilježje  $X$  ima gustinu  $g(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ . Dokazati da je  $\bar{X}_n$  najbolja centrirana ocjena za  $\theta$ . Dokazati da je ta ocjena postojana. Naći  $\gamma$  interval povjerenja za  $\theta$ .

5. a) Nejman Pirsonova lema, formulacija i dokaz.

b) Obilježje  $X$  ima  $\mathcal{N}(m, 1), m \in \{1, 2\}$ . Naći najbolju kritičnu oblast veličine  $\alpha = 0,05$  za testiranje  $H_0(m = 2)$  protiv  $H_1(m = 1)$ , a zatim izračunati  $\beta, n = 9$ .