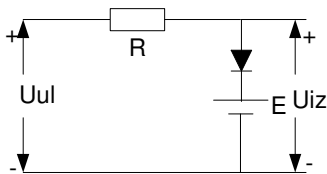


## Rješenje I domaćeg zadatka

**Zad. 1** Naći struju  $I$  i napon  $U_{iz}$  za kolo sa slike:



Slika 1

**Poznati su:**  $R=47K\Omega$ ,  $E=1.3V$  i:

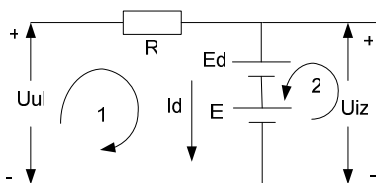
a)  $U_{ul}=6V$ ;

b)  $U_{ul}=-6V$ ;

**Pad napona na direktno polarisanoj diodi iznosi  $E_d=0.6V$ .**

Rješenje:

Obzirom da na diodu djeluje pored ulaznog napona i baterija, ne znamo sa sigurnošću da li je dioda polarisana naponom koji je dovoljno velik da kroz nju protekne struja. Mi pretpostavljamo da jeste. U tom slučaju zamjenjujemo diodu baterijom čija je elektromotorna sila  $E_d = 0.6V$  (dato u postavci zadatka kao pad napona na direktno polarisanoj diodi). + kraj baterije će biti na mjestu gdje je anoda, a – na mjestu gdje je katoda diode. Smjer struje kroz diodu, ako dioda provodi, mora biti od anode ka katodi. Dobija se ekvivalentna šema data na slici 2.



Slika 2

Obilazeći konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 2 dobijamo:

$$U_{ul} - RId - E_d - E = 0$$

$$U_{ul} - E_d - E = RId$$

$$Id = \frac{U_{ul} - E_d - E}{R}$$

a)  $U_{ul} = 6V$

$$Id = \frac{6V - 0.6V - 1.3V}{47K\Omega}$$

$$Id = \frac{4.1V}{47K\Omega} = 0.087mA > 0$$

Dobili smo da je vrijednost za struju veća od nule. Dakle, ima struje, smjer joj je od anode ka katodi, dioda provodi i može se koristiti šema sa slike 2 za izračunavanje izlaznog napona.

Obilazeći konturu 2 u smjeru prikazanom na slici 2 dobijamo:

$$U_{iz} - E_d - E = 0$$

$$U_{iz} = E_d + E$$

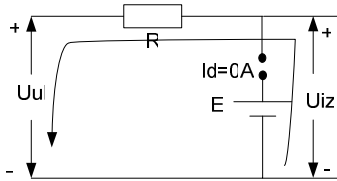
$$U_{iz} = 0.6V + 1.3V = 1.9V$$

b)  $U_{ul} = -6V$ , i u ovom slučaju pretpostavimo da dioda provodi. Možemo koristiti dobijeni izraz za struju kroz diodu:

$$I_d = \frac{U_{ul} - E_d - E}{R}$$

$$I_d = \frac{-6V - 0.6V - 1.3V}{47K\Omega} = \frac{-7.9V}{47K\Omega} < 0$$

Dobili smo negativnu vrijednost za struju. Ovo bi značilo da struja kroz diodu teče u suprotnom smjeru od pretpostavljenog, dakle, od katode ka anodi. Smjer struje, ukoliko dioda provodi, mora biti od anode ka katodi, pa zaključujemo da dioda ne provodi. Obzirom da je šema sa slike 2 nacrtana za slučaj da dioda provodi, ne možemo koristiti više tu šemu. Kada dioda ne provodi, zamjenjuje se otvorenim prekidačem i crtamo novu šemu datu na slici 3.



Slika 3

Znamo da je:

$$I_d = 0A$$

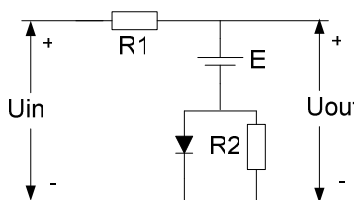
Znamo da je napon između anode i katode manji od  $E_d$ , ali ne i njegovu tačnu vrijednost, pa pri izboru grana za konturu iz koje ćemo odrediti izlazni napon izbjegavamo granu u kojoj je dioda koja ne provodi. Obilazeći konturu kao što je prikazano na slici 3 pišemo:

$$U_{iz} - U_{ul} = 0$$

$$U_{iz} = U_{ul} = -6V$$

Nismo uzeli  $R I_d$  u obzir u gornjoj jednačini jer je  $I_d = 0$  pa nema pada napona na otporniku,  $R \cdot 0 = 0$ .

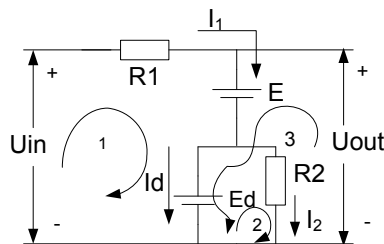
**Zad. 2 Za kolo sa slike poznato je  $R_1 = R_2 = 10K\Omega$  i  $E = 4.5V$ . Naći zavisnost  $U_{iz} = f(U_{ul})$  za  $-10V \leq U_{in} \leq 10V$ . Pad napona na direktno polarisanoj diodi iznosi  $E_d = 0.6V$ .**



Slika 4

Rješenje:

Pretpostavimo da dioda provodi, zamijenimo je baterijom  $E_d = 0.6V$ , smjer struje u grani sa diodom mora biti od anode ka katodi. Sjerove struja u granama koje ne sadrže diodu proizvoljno pretpostavimo. Dobijamo šemu datu na slici 5.



Slika 5

Obilazeći konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 5 pišemo:

$$U_{in} - R_1 I_1 - E - Ed = 0$$

$$U_{in} - E - Ed = R_1 I_1$$

$$I_1 = \frac{U_{in} - E - Ed}{R_1}$$

Ovo je struja kroz granu koja ne sadrži diodu i njen smjer može biti kao što je prikazano na slici, a može i suprotan. Isto važi i za struju  $I_2$  koju ćemo izračunati obilazeći kontuu 2 u smjeru prikazanom na slici 5:

$$Ed - R_2 I_2 = 0$$

$$Ed = R_2 I_2$$

$$I_2 = \frac{Ed}{R_2}$$

Iz čvora u kojem se spajaju sve tri struje dobijamo:

$$I_1 = I_2 + Id$$

$I_1$  utiče u čvor, a  $I_2$  i  $Id$  ističu iz njega.

$$Id = I_1 - I_2$$

$$Id = \frac{U_{in} - E - Ed}{R_1} - \frac{Ed}{R_2}$$

Ova formula važi samo dok dioda provodi. Mi znamo da kada dioda provodi smjer struje kroz nju mora biti kao na slici 5, dakle za sve vrijednosti ulaznog napona za koje je  $Id > 0$  dioda provodi i može se koristiti šema data na slici 5 za izračunavanje izlaznog napona. Računamo koje su to vrijednosti napona:

$$Id = \frac{U_{in} - E - Ed}{R_1} - \frac{Ed}{R_2} > 0$$

$$\frac{U_{in} - E - Ed}{R_1} > \frac{Ed}{R_2}$$

$$U_{in} - E - Ed > R_1 \frac{Ed}{R_2}$$

$$U_{in} > R_1 \frac{Ed}{R_2} + E + Ed$$

$$U_{in} > 10K\Omega \frac{0.6V}{10K\Omega} + 4.5V + 0.6V$$

$$U_{in} > 0.6V + 4.5V + 0.6V$$

$$\mathbf{U_{in} > 5.7V}$$

Znači, sve dok je  $U_{in} > 5.7V$  dioda provodi. Postavkom zadatka je dato da se ulazni napon mijenja u opsegu  $-10V \leq U_{in} \leq 10V$ . Dakle, za  $5.7V \leq U_{in} \leq 10V$  dioda provodi, šema sa slike 5 se može koristiti i iz nje, obilazeći konturu 3 u smjeru prikazanom na slici 5, računati izlazni napon:

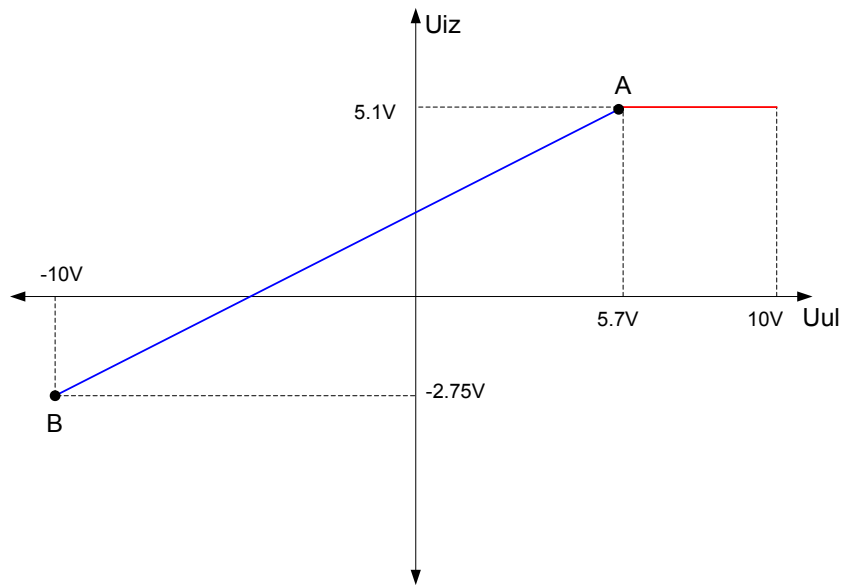
$$U_{out} - E - Ed = 0$$

$$U_{out} = E + Ed$$

$$U_{out} = 4.5V + 0.6V = 5.1V$$

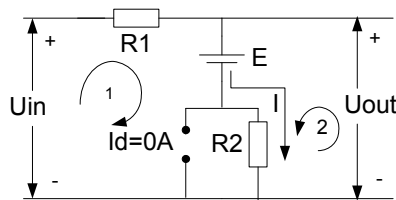
Za bilo koju drugu konturu bi se dobio isti rezultat, samo bi prvo morali izračunati odgovarajuću struju.

Sada možemo nacrtati dio koji smo do proračunali, odnosno, za  $-5.7V \leq U_{in} \leq 10V$ , izlazni napon je konstantan i iznosi  $U_{out} = 5.1V$ , crvena linija na grafiku datom na slici 6.



Slika 6

Za vrijednosti napona  $U_{in} < 5.7V$  ( $-10V \leq U_{in} < 5.7V$ ) dioda ne provodi (vrijednost za struju  $I_d$  bi bila manja od nule, što bi značilo da joj smjer nije od anode ka katodi). Kada dioda ne provodi, ne može se koristiti šema sa slike 5, već se mora crtati nova šema u kojoj će dioda biti zamijenjena otvorenim prekidačem (slika 7) i na osnovu nje računati izlazni napon.



Slika 7

Sva struja koja je tekla kroz granu sa otpornikom  $R_1$ , će nastaviti da teče kroz granu sa  $R_2$ , jer grana sa diodom predstavlja prekid u kolu. Dakle, imamo samo jednu struju  $I$ . Računamo je obilazeći konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 7:

$$U_{in} - R_1 I - E - R_2 I = 0$$

$$U_{in} - E = R_1 I + R_2 I$$

$$U_{in} - E = I(R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{U_{in} - E}{R_1 + R_2}$$

Obilazeći konturu 2 u smjeru prikazanom na slici 2 pišemo:

$$U_{out} - E - R_2 I = 0$$

$$U_{out} - E = R_2 I$$

$$U_{out} - E = R_2 \frac{U_{in} - E}{R_1 + R_2}$$

$$U_{out} = E + R_2 \frac{U_{in}}{R_1 + R_2} - R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$U_{out} = E \left( 1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) + R_2 \frac{U_{in}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{out} = E \left( \frac{R_1 + R_2 - R_2}{R_1 + R_2} \right) + R_2 \frac{U_{in}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{out} = E \frac{R_1}{R_1 + R_2} + R_2 \frac{U_{in}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{out} = 4.5V \frac{10K\Omega}{10K\Omega + 10K\Omega} + 10K\Omega \frac{U_{in}}{10K\Omega + 10K\Omega}$$

$$U_{out} = 2.25V + \frac{1}{2}U_{in}$$

$U_{out} = 2.25V + \frac{1}{2}U_{in}$  je linearna funkcija. Da bi je nacrtali potrebno je da odredimo njenu vrijednost u dvije tačke i spojimo te tačke. Neka A bude tačka u kojoj je:

$$U_{in} = 5.7V \Rightarrow U_{out} = 2.25V + \frac{1}{2}5.7V = 2.25V + 2.85V = 5.1V$$

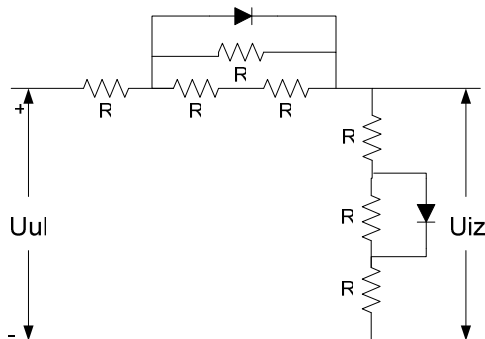
Dakle, tačka A ima koordinate A(5.7,5.1), po x osi 5.7V, po y osi 5.1V. Po x osi crtamo  $U_{in}$ , dok po y osi crtamo  $U_{out}$ . Tačku B možemo dobiti za vrijednost  $U_{in} = -10V$ :

$$U_{in} = -10V \Rightarrow U_{out} = 2.25V + \frac{1}{2}(-10V) = 2.25V - 5V = -2.75V$$

Spojimo tačke A i B i dobijamo dio grafika prikazan plavom linijom na slici 6, za  $-10V \leq U_{in} < 5.7V$ .

**Zad. 3 Izračunati izlazni napon  $U_{iz}$  i struju  $I_{iz}$  za kolo na slici. Dioda je idealna. Poznato je  $R=1K\Omega$ .**

a)  $U_{ul}=5V$ ; b)  $U_{ul}=-3V$ .

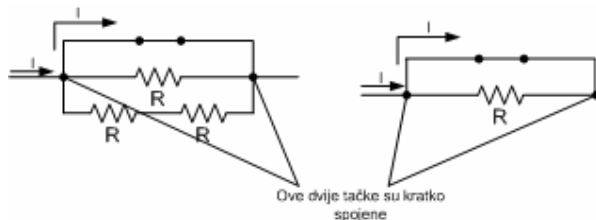


Slika 8

Rješenje:

U ovom zadatku na diode djeluje samo ulazni napon  $U_{ul}$ .

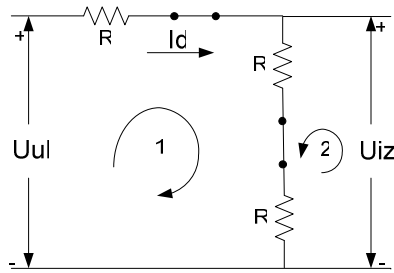
a)  $U_{ul} = 5V$ , krajevi baterije su tako postavljeni da se + prenosi na anodu a – na katodu obje diode. Napon je dovoljno velik da obje diode provedu. Dioda su idealne pa se zamjenjuju zatvorenim prekidačem (kratkim spojem). Dio šeme sa diodama je prikazan na slici 9.



Slika 9

Sa slike 9 se vidi da su krajevi otpornika kratko spojeni, nema pada napona na otpornicima, odnosno nema struje kroz grane sa otpornicima.

Uzimajući u obzir prethodno rečeno, ekvivalentna šema za slučaj kada dioda provodi je data na slici 10.



Slika 10

Smjer struje kroz diodu mora biti od anode ka katodi, dakle kao što je nacrtano na slici 10. Obilazeći konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 10, pišemo:

$$U_{ul} - RI_d - RI_d - RI_d = 0$$

$$U_{ul} = RI_d + RI_d + RI_d$$

$$U_{ul} = 3RI_d$$

$$I_d = \frac{U_{ul}}{3R}$$

Obilazeći konturu 2 u smjeru prikazanom na slici 10 pišemo:

$$U_{iz} - RI_d - RI_d = 0$$

$$U_{iz} = RI_d + RI_d$$

$$U_{iz} = 2RI_d = 2R \frac{U_{ul}}{3R} = \frac{2}{3} U_{ul} = \frac{2}{3} 5V = 3.33V$$

b)  $U_{ul} = -5V$ , ulazni napon je manji od nule, pa posmatrajući šemu sa slike 8 zaključujemo da su obje diode inverzno polarisane i da ne provode. Ako ne provode, diode se zamjenjuju otvorenim prekidačem i dobija se šema prikazana na slici 11 (gore lijevo).

Sa šeme date na slici 11 (gore lijevo) vidimo da su dva otpornika vezana redno i zamjenjujemo ih otpornikom čija je ekvivalentna otpornost jednaka:

$$Re_{k1} = R + R = 2R$$

Dobijamo šemu prikazanu na slici 11 (gore desno).

Sa šeme date na slici 11 (gore desno) vidimo da su dva otpornika vezana paralelno i zamjenjujemo ih otpornikom čija je ekvivalentna otpornost jednaka:

$$Re_{k2} = \frac{Re_{k1} \cdot R}{Re_{k1} + R} = \frac{2R \cdot R}{3R} = \frac{2}{3} R,$$

Kao i tri otpornika redno vezana koja zamjenjujemo jednim otpornikom čija je ekvivalentna otpornost jednaka:

$$Re_k = R + R + R = 3R.$$

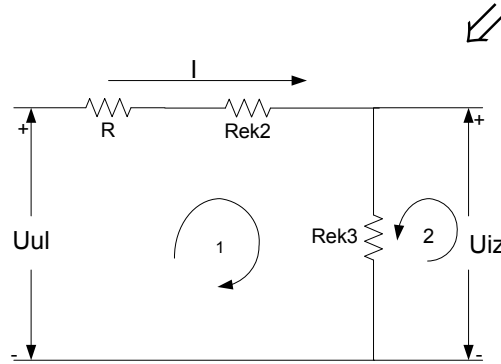
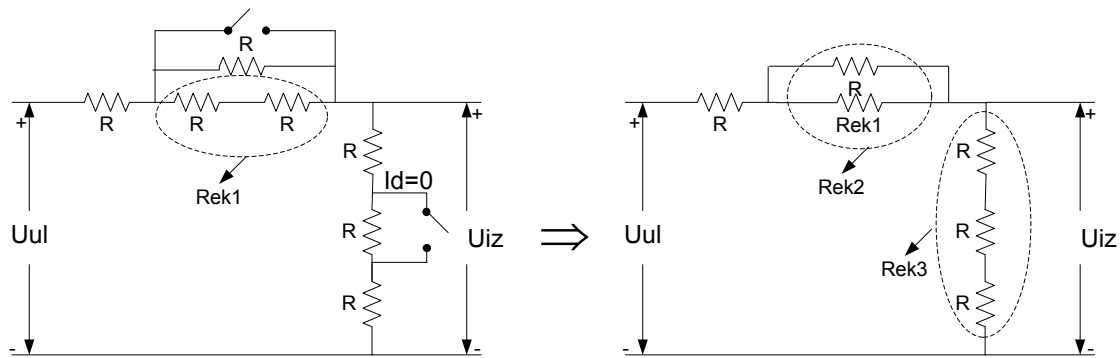
Dobijamo šemu prikazanu na slici 11 dolje i iz ove šeme računamo tražene veličine, struju i izlazni napon  $U_{iz}$ . Da bi odredili struju obilazimo konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 11 dolje i pišemo:

$$U_{ul} - RI - Re_{k2}I - Re_{k3}I = 0$$

$$U_{ul} = RI - Re_{k2}I - Re_{k3}I = I(R + Re_{k2} + Re_{k3}) = I\left(R + \frac{2}{3}R + 3R\right)$$

$$U_{ul} = I \frac{14}{3} R$$

$$I = \frac{3U_{ul}}{14R}$$



Slika 11

Izlazni napon se može odrediti obilazeći konturu 2 u smjeru prikazanom na slici 11 dolje:

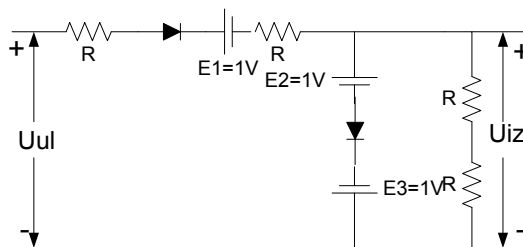
$$U_{iz} - Re_{k3}I = 0$$

$$U_{iz} = Re_{k3}I = 3R \frac{3U_{ul}}{14R}$$

$$U_{iz} = \frac{9}{14} U_{ul} = \frac{9}{14} (-3V) = -1.93V$$

Minus u znači da izlazni napon ima suprotan polaritet od onog koji je prikazan na slici 11 (+ i - treba da zamijene mjesta).

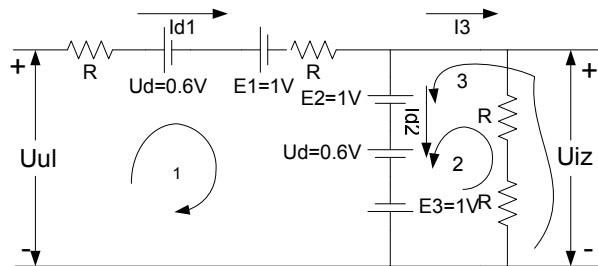
**Zad. 4. Izračunati izlazni napon  $U_{iz}$  i struju  $I_{iz}$  za kolo sa slike. Poznate su vrijednosti:  $U_d=0.6V$ ,  $R=1K\Omega$ ,  $U_{ul}=5V$ .**



Slika 12

Rješenje:

Na diodu djeluje više elektromotornih sila i ulazni napon pa pretpostavimo da dioda provodi. Nije idealna, već je dat pad napona na direktno polarisanoj diodi  $U_d = 0.6V$ , znači zamijenimo je baterijom čija je elektromotorna sila  $U_d = 0.6V$ . Isto važi i za drugu diodu, pa se dobija ekvivalentna šema data na slici 13.



Slika 13

Smjerove struja  $I_{d1}$  i  $I_{d2}$  znamo. To su struje kroz diode, pa im smjer mora biti od anode ka katodi.  $I_3$  je struja kroz otpornike, njen smjer ne znamo tačno već ga pretpostavljamo proizvoljno.

Da bi dokazali da je tačna pretpostavka da diode provode treba da uzračunamo vrijednosti za struje kroz diode,  $I_{d1}$  i  $I_{d2}$ . Ako dobijene vrijednosti budu pozitivne, diode provode, tačna je pretpostavka uz koju smo dobili šemu sa slike 13 i možemo je koristiti za računanje izlaznog napona.

Obilazeći konturu 1 u smjeru prikazanom na slici 13 pišemo:

$$U_{ul} - RI_{d1} - U_d - E_1 - RI_{d1} - E_2 - U_d + E_3 = 0$$

$$U_{ul} - U_d - E_1 - E_2 - U_d + E_3 = RI_{d1} + RI_{d1} = 2RI_{d1}$$

$$I_{d1} = \frac{U_{ul} - U_d - E_1 - E_2 - U_d + E_3}{2R}$$

$$I_{d1} = \frac{5V - 0.6V - 1V - 1V - 0.6V + 1V}{2 \cdot 1K\Omega} = \frac{2.8V}{2K\Omega}$$

$$I_{d1} = 1.4mA > 0$$

Struja  $I_{d1}$  je pozitivna, dakle dioda kroz koju ta struja protiče provodi.

Obilazeći konturu 2 u smjeru prikazanom na slici 13 pišemo:

$$RI_3 + RI_3 - E_2 - U_d + E_3 = 0$$

$$2RI_3 = E_2 + U_d - E_3$$

$$I_3 = \frac{E_2 + U_d - E_3}{2R} = \frac{1V + 0.6V - 1V}{2 \cdot 1K\Omega} = \frac{0.6V}{2K\Omega}$$

$$I_3 = 0.3mA$$

Sada, koristeći I Kirhof-ov zakon za čvor u koji se stiču sve tri struje, slika 13, pišemo:

$$I_{d1} = I_{d2} + I_3$$

$$I_{d2} = I_{d1} - I_3$$

$$I_{d2} = 1.6mA - 0.3mA$$

$$I_{d2} = 1.3mA > 0$$

I za struju koja protiče kroz drugu diodu smo dobili da je veća od nule, čime smo dokazali pretpostavku da ova dioda provodi, i sada možemo koristiti šemu datu na slici 11 za izračunavanje izlaznog napona. Obilazeći konturu 3 u smjeru prikazanom na slici 13, dobijamo:

$$U_{iz} - E_2 - U_d + E_3 = 0$$

$$U_{iz} = E_2 + U_d - E_3 = 1V + 0.6V - 1V$$

$$U_{iz} = 0.6V$$