



UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ

Biljana Terić

RJEŠAVANJE PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ
NASTAVI MATEMATIKE

Master rad

Nikšić, 2024.



UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ

RJEŠAVANJE PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ
NASTAVI MATEMATIKE

Master rad

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Kandidat: Biljana Terić

Broj indeksa: 780/23

Nikšić, 2024.

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

Ime i prezime: Biljana Terić

Datum i mjesto rođenja: 09. 01. 1992. godine u Nikšiću

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: Master studije za obrazovanje učitelja

Naslov rada: Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike

Fakultet na kojem je rad odbranjen: Filozofski fakultet Nikšić

UDK, OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada:

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema:

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Komisija za ocjenu/odbranu rada: prof. dr Veselin Mićanović

Lektor:

Datum odbrane:

Datum promocije:

Zahvalnica

Želim iskreno da se zahvalim svojoj porodici, čija ljubav, podrška i strpljenje nijesu imali granica tokom svih faza izrade ovog master rada. Njihova vjera u mene bila je stalni izvor snage i inspiracije. Takođe, zahvaljujem svom mentoru na neizmjernoj pomoći, stručnim savjetima i neprestanom ohrabrenju, koji su bili ključni za uspješan završetak ovog rada.

REZIME

U radu istražujemo ulogu i značaj rješavanja problemskih zadataka u okviru dodatne nastave matematike, pri čemu rad uključuje teorijski i istraživački dio. Teorijski dio posvećen je analizi ključnih karakteristika dodatne nastave matematike, s posebnim naglaskom na specifičnosti problemskih zadataka i njihovu primjenu. Naglašava se uloga učitelja u planiranju i osmišljavanju ovih zadataka, kao i važnost podsticanja učenika na razvijanje motivacije i samopouzdanja pri rješavanju problemskih zadataka. U teorijskom dijelu takođe je predstavljen model pisane pripreme za čas dodatne nastave, koji uključuje razne vrste problemskih zadataka i pruža učiteljima konkretan okvir za primjenu u nastavi.

U istraživačkom dijelu rada sprovedena je analiza kako bi se procijenili stavovi i iskustva učitelja prema planiranju i upotrebi problemskih zadataka. Uzorak istraživanja obuhvatio je 150 učitelja, a podaci su prikupljeni metodama anketnog upitnika i fokus-grupnog intervjua, čime su obuhvaćena mišljenja o uspješnosti i izazovima u primjeni problemskih zadataka. Anketni upitnik sadržavao je pitanja koja su omogućila dublji uvid u metodičke pristupe i percepciju učitelja o korisnosti problemskih zadataka u dodatnoj nastavi, dok su grupni intervjui sa fokusiranim pitanjima pružili priliku za detaljniju diskusiju i razmjenu iskustava među učiteljima.

Rezultati istraživanja pokazuju da učitelji planiraju i realizuju raznovrsne problemske zadatke, često koristeći fazni pristup koji učenicima olakšava razumijevanje i rješavanje zadataka kroz postepeno savladavanje koraka. Prema stavovima učitelja, problemski zadaci u velikoj mjeri doprinose razvoju matematičkog mišljenja kod učenika i pomažu im u prevazilaženju teškoća u savladavanju složenijih koncepata. Na osnovu prikupljenih podataka, zaključeno je da učitelji imaju pozitivan stav prema planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, prepoznajući ih kao značajan faktor u unapređenju kvaliteta matematičkog obrazovanja.

Ključne riječi: problemski zadaci, dodatna nastava matematike, metodika rješavanja, motivacija učenika, uloga učitelja

APSTRAKT

This paper explores the role and significance of solving problem tasks within supplementary mathematics classes, including both theoretical and research sections. The theoretical section is dedicated to analyzing the key characteristics of supplementary mathematics classes, with a particular emphasis on the specific nature of problem tasks and their application. The role of the teacher in planning and designing these tasks is highlighted, as well as the importance of encouraging students to develop motivation and confidence in solving problem tasks. The theoretical section also presents a model of written lesson preparation for supplementary classes, which includes various types of problem tasks and provides teachers with a concrete framework for classroom application.

In the research section, an analysis was conducted to assess teachers' attitudes and experiences regarding the planning and use of problem tasks. The research sample included 150 teachers, and data were collected using survey questionnaires and focus group interviews, encompassing opinions on the effectiveness and challenges of implementing problem tasks. The survey questionnaire contained questions that enabled a deeper insight into teachers' methodological approaches and perceptions of the usefulness of problem tasks in supplementary classes, while focus group interviews with targeted questions provided an opportunity for detailed discussion and experience sharing among teachers.

The research results show that teachers plan and implement various problem tasks, often using a phased approach that facilitates students' understanding and task-solving by gradually mastering steps. According to teachers' opinions, problem tasks significantly contribute to the development of mathematical thinking in students and help them overcome difficulties in mastering more complex concepts. Based on the collected data, it was concluded that teachers hold a positive attitude towards planning and applying problem tasks in supplementary mathematics classes, recognizing them as a significant factor in improving the quality of mathematical education.

Keywords: problem tasks, supplementary mathematics classes, methodology of problem-solving, student motivation, teacher's role

SADRŽAJ

UVOD.....	9
I TEORIJSKI DIO	11
1. KARAKTERISTIKE DODATNE NASTAVE MATEMATIKE.....	11
1.1. Razvijanje metakognitivnih sposobnosti u dodatnoj nastavi matematike.....	12
1.2. Značaj diferencijacije i individualizacije u organizaciji dodatne nastave matematike	14
1.3. Specifičnosti organizacije dodatne nastave matematike.....	16
2. SPECIFIČNOSTI RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE.....	17
2.1. Karakteristike problemskih zadataka.....	18
2.2. Vrste problemskih zadataka u nastavi matematike.....	20
2.3. Faze rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike	21
2.4. Poteškoće u rješavanju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.....	24
3. ULOGA UČITELJA U PLANIRANJU I PRIMJENI PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE	25
3.1. Primjena optimalnih strategija za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.....	26
3.2. Motivisanje učenika na rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike ..	28
3.3. Model jedne pisane pripreme sa problemskim zadacima.....	29
Problemski zadaci	35
3.4. Primjer plana rada za dodatnu nastavu matematike za peti razred osnovne škole	36
II ISTRAŽIVAČKI DIO	38
1.1. Problem i predmet istraživanja	38
1.2. Cilj i zadaci istraživanja.....	38
1.3. Istraživačke hipoteze.....	39
1.4. Metode, tehnike i instrumenti istraživanja	39

1.5. Uzorak ispitanika	40
2. INTERPRETACIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA.....	41
2.1. Rezultati dobijeni anketiranjem učitelja	41
2.2. Rezultati dobijeni intervjuisanjem učitelja.....	67
DISKUSIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA	76
ZAKLJUČAK.....	81
LITERATURA.....	82
Prilog 1 – Anketni upitnik za učitelje	86
Prilog 2 – Fokus grupni intervju.....	92

UVOD

Dobro obrazovano društvo, osnaženo sposobnošću da primijeni matematičko razmišljanje u svakodnevnim životnim izazovima, ključno je za ostvarenje nacionalnog cilja da postanemo industrijski razvijena nacija. Stoga se preduzimaju naponi kako bi se obezbijedilo društvo koje integriše matematiku u svoj svakodnevni život. Učenici se od malih nogu podstiču da razvijaju vještine za rješavanje problema i matematičko komuniciranje, kako bi im se omogućilo da donose efikasne odluke. Matematika je ključna za pripremu radne snage sposobne da odgovori na zahtjeve progresivne nacije. Kao takva, ona preuzima svoju ulogu kao pokretačka snaga različitih razvoja u nauci i tehnologiji. U skladu sa ciljem nacije da stvori ekonomiju zasnovanu na znanju, vještine istraživanja i razvoja u matematici se njeguju i razvijaju od ranog uzrasta.

Dodatna nastava matematike omogućava svakom učeniku da razvije ljubav prema matematici u skladu sa svojim preferencijama i mogućnostima. Ova vrsta nastave može imati značajnu ulogu u motivaciji učenika za rješavanje složenih problemskih zadataka (Pavleković, 2009).

Da bi učenici stekli bolje matematičke kompetencije u dodatnoj nastavi matematike, potrebno je primjenjivati problemske zadatke. Tokom rješavanja problemskih zadataka, učenik se suočava sa određenim izazovima koje prevazilazi pomoću svoje upornosti, istrajnosti, kao i misaone angažovanosti (Đaković i Đaković, 2004). Učenik samostalnim aktivnostima nastoji da utvrdi problem i pronađe put do rješenja (Klasnić, 2009). Problemski zadaci su često povezani sa svakodnevnim životom učenika, što ima pozitivan uticaj na motivaciju (Vlahović-Štetić, Rovanić & Mendek, 2004).

Učenici tokom rješavanja problemskih zadataka u nastavi matematike razvijaju svoje kognitivne i metakognitivne sposobnosti. Kroz stalno rješavanje problemskih zadataka, učenici postepeno usvajaju strategije za rješavanje problemskih situacija i razvijaju vještine koje su značajne za snalaženje u svakodnevnim životnim situacijama. Tokom rješavanja problemskih zadataka, učenici razvijaju i vještine saradnje i komunikacije, posebno kada učestvuju u grupnim aktivnostima (Klasnić, 2009).

Dakle, problemski zadaci u dodatnoj nastavi matematike ne pomažu učenicima samo da razviju i unaprijede svoje matematičke kompetencije, već im omogućavaju da razvijaju kreativnost, kooperativnost i niz drugih osobina, što ima veliki značaj na sveukupni razvoj učenika.

Imajući na umu važnost logičkog mišljenja i vještina zaključivanja i rezonovanja u svakodnevnom životu, značajno je da ciljevi nastave matematike budu bazirani na procesu sticanja matematičkih kompetencija kroz aktivnu upotrebu različitih tehnika učenja. Rješavanje problemskih zadataka omogućava učenicima da se suoče sa nizom izazova koji iziskuju upotrebu prethodno stečenih matematičkih vještina.

Razvijanje funkcionalnog znanja treba da predstavlja jedan od primarnih ciljeva nastave matematike. Ovakvo znanje omogućava učenicima da prepoznaju matematičke pojmove u svakodnevnom životu, čime se stvaraju povoljni uslovi za sposobnost donošenja odluka od strane učenika. Učenje matematike na ovaj način nije pasivno usvajanje znanja, već predstavlja proces traženja rješenja za konkretne problemske situacije, što je veoma značajno za razvoj kritičkog mišljenja.

Učenici koji na dodatnoj nastavi kroz rješavanje problemskih zadataka razvijaju funkcionalno znanje, postaju sposobni da dublje sagledaju širi kontekst u kojem se upotrebljava matematika, što im omogućava da na efikasniji način shvate njenu primjenu u raznim oblastima.

I TEORIJSKI DIO

1. KARAKTERISTIKE DODATNE NASTAVE MATEMATIKE

Dodatna nastava matematike odlikuje se nizom specifičnosti koje je izdvajaju od redovne nastave, a naročito u domenu vaspitno-obrazovnih ishoda, sadržaja, nastavnih strategija i metodičkih pristupa. Primarni cilj dodatne nastave matematike odnosi se na proširivanje znanja iz matematike za one učenike koji pokazuju interesovanje, motivaciju ili naprednije vještine u ovoj oblasti. Na časovima dodatne nastave matematike učenici razvijaju kreativno i analitičko mišljenje (Prodanović i Ničković, 1979).

Dodatna nastava matematike vrlo često uključuje zadatke koji nijesu propisani redovnim planom i programom. Cilj je da se učenici podstiču na rješavanje matematičkih zadataka koji zahtijevaju logičko mišljenje i rezonovanje. Na časovima dodatne nastave matematike učenici razvijaju deduktivno mišljenje i matematičko modelovanje (Đurović, 1998).

Za razliku od redovne nastave matematike, dodatna nastava omogućava učiteljima da posvete veliku pažnju svakom učeniku i na taj način upoznaju njihove talente i sposobnosti. U dodatnoj nastavi matematike učitelji upotrebljavaju raznovrsne metode i strategije rada, kao što su rad u paru ili u grupi, kako bi na što efikasniji način pružili podršku učenicima (Laketa i Vasiljević, 2006).

Jedan od značajnih segmenata dodatne nastave matematike jeste priprema učenika za takmičenja. Navedeno podrazumijeva upoznavanje sa specifičnim vrstama matematičkih zadataka koji se pojavljuju na matematičkim takmičenjima, razvijanje metoda za rješavanje složenih problemskih situacija i podsticanje entuzijazma i istrajnosti za učestvovanje na takmičenjima. Takmičenja predstavljaju jednu vrstu platforme na kojoj učenici imaju mogućnost da upotrijebe svoje znanje, razvijajući pri tome sigurnost u vlastite sposobnosti i vještine (Burušić i Šerepac, 2019).

U dodatnoj nastavi matematike upotrebljavaju se raznovrsni didaktički materijali, kao što su digitalni alati i programi za simulaciju matematičkih problemskih situacija. Recimo, softveri za geometrijske oblike pružaju mogućnost učenicima da stiču znanja na način koji

često nije dostupan u redovnoj nastavi matematike (Đurović, 1998). Rješavanje složenih matematičkih zadataka u dodatnoj nastavi matematike omogućava učenicima da istraže različite pristupe i strategije rješavanja problema. Navedeno kod učenika razvija kritičko mišljenje i podstiče ih da razmišljaju "izvan okvira". Učenici koji učestvuju u dodatnoj nastavi matematike znatno su bolje osposobljeni za dalji proces obrazovanja u STEM oblastima. Kroz znanja i vještine stečene na dodatnoj nastavi matematike, učenici formiraju afirmativan stav prema matematici (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Dodatna nastava matematike stvara povoljne uslove da učenici iskuse zadovoljstvo prilikom rješavanja matematičkih zadataka. Učenici na dodatnoj nastavi matematike razvijaju upornost, istrajnost, marljivost i druge društveno poželjne dispozicije ličnosti.

1.1. Razvijanje metakognitivnih sposobnosti u dodatnoj nastavi matematike

Što su kritičke vještine razmišljanja učenika izraženije, to su bolji u rješavanju matematičkih problema i formulisanju argumenata, koristeći široku bazu znanja. Tokom dodatne nastave matematike, učitelji mogu pomoći učenicima da prošire svoje matematičko razmišljanje povezano s naprednom matematikom, što zahtijeva viši nivo razmišljanja, kritičkog razmišljanja ili razmišljanja o razmišljanju (što se često naziva metakognicijom). Stoga, učitelji bi trebalo da ponude različite aktivnosti i mogućnosti koje omogućavaju učenicima da preispitaju postojeće koncepte i dalje razvijaju svoje matematičke vještine. Kooperativno učenje i metakognitivni trening mogu značajno unaprijediti matematičko razmišljanje kod učenika (Su, Marinas i Furner, 2010).

Iako je metakognicija jednostavno definisana kao razmišljanje o razmišljanju, bolje razumijevanje definicije metakognicije je sljedeće: „razmišljanje višeg reda koje omogućava razumijevanje, analizu i kontrolu vlastitog kognitivnog procesa, naročito kada je uključen u učenje. Suštinski, kada koristi metakogniciju, učenik postaje svjestan svog stila učenja i sposoban je da prepozna i primijeni strategije, što je često najsvrsishodnije kada rješava probleme unutar grupa ili tokom kooperativnog učenja” (Reichenbach, 2001: 16).

Učitelji koji upotrebljavaju Blumovu taksonomiju za razmatranje kognitivnog domena mogu ubrzati i usmjeriti proces prema višim nivoima mišljenja, od osnovnih domena

(znanje, razumijevanje, primjena, analiza, sinteza, evaluacija) prema višim nivoima mišljenja (sjećanje, razumijevanje, primjena, analiziranje, evaluacija i kreacija). Kada postavljaju pitanja učenicima tokom časova dodatne nastave matematike, korisno je pomoći im u rješavanju problema objašnjavajući riječima, crtežima, dijagramima i brojevima. Takođe, postavljanje pitanja učenicima pomaže im da postanu bolji u rješavanju problema. Traženje od učenika da objasne svoja matematička rješenja (koristeći riječi, crteže, dijagrame ili brojeve) je odlična metoda za procjenu njihovog razumijevanja obrađene materije (Martin Thompson & Richards, 2008).

Postavljanje pitanja učenicima pruža priliku da dobiju objašnjenja i odgovore na postavljena pitanja. Korišćenjem induktivnog i deduktivnog razmišljanja i postavljanjem pitanja, uz pridržavanje Blumove taksonomije, učenici uče matematičke koncepte, rješavaju matematičke probleme i prepoznaju u kojoj mjeri je rezonovanje primjenljivo na matematiku i kako njihov kritički misaoni put može olakšati donošenje odluka i strateško planiranje (Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015).

Kada učitelji razvijaju vještine kritičkog razmišljanja, učenici će biti u mogućnosti da pronađu potrebne informacije, procijene vrijednost i posljedice tih informacija i rješavaju probleme na dodatnoj nastavi matematike. Kritičko razmišljanje omogućava učenicima da obrađuju informacije na logičan način i pripreme se za samostalno učenje. Učenici sa razvijenim vještinama kritičkog razmišljanja mogu da odrede koje informacije su važne, a koje su nebitne ili nepotrebne. Takvi učenici mogu da identifikuju logičke greške, ali su takođe otvoreni za druge tačke gledišta i spremni da preispitaju svoje osnovne vrijednosti, mišljenja i znanje, kao i da eliminišu nepotrebne, irelevantne i pristrasne informacije (Miklec i sar., 2019). Učenici s razvijenim vještinama kritičkog razmišljanja mogu da uporede različite činjenice i perspektive, prepoznaju logičke greške i tako doprinesu efikasnijem rješavanju problema. Kritičko razmišljanje poboljšava jasnoću u sagledavanju situacija, omogućava bolju viziju i doprinosi logičkom i preciznom izražavanju objašnjenja.

Ako učenik na dodatnoj nastavi matematike može da razmišlja kritički i rješava probleme samostalno, sistematski i logički, on će biti u mogućnosti da donosi mudre odluke u svim oblastima u kojima je potrebno donijeti odluke. Kritički misleći pojedinac može da shvati da može izabrati tačan odgovor ili odgovoriti na bilo koji problem ili

odluku koja može nastati. Uloga učitelja je da se fokusira na karakteristike aktivnih matematičkih strategija, promovirajući kritičko razmišljanje i metakogniciju za cjeloživotno učenje (Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015).

1.2. Značaj diferencijacije i individualizacije u organizaciji dodatne nastave matematike

Sljedbenici pedagogije znaju da svaki učenik uči na različite načine, koristeći različite pristupe, te da svako od njih ima specifične vještine i poteškoće. "Kako bi regulisali i optimizovali učeničku aktivnost, smatraju da je neophodno pokušati da se upoznaju individualne poteškoće, kako bi se diferenciralo pedagoško postupanje, u zavisnosti od karakteristika svakog učenika" (Raynal & Rieunier, 1997: 271).

Mialaret (2011) ističe nekoliko ključnih prednosti primjene individualizacije u dodatnoj nastavi matematike:

- **Praćenje radnih ritmova učenika:** Individualizacija omogućava svakom učeniku da napreduje u skladu sa sopstvenim tempom, što znači da svako dijete uči u ritmu koji mu odgovara. Tehnike individualizovanih aktivnosti omogućavaju učenicima da sami biraju put koji odgovara njihovim potrebama i brzini, čime se doprinosi većoj efikasnosti u učenju.
- **Brzo prepoznavanje grešaka i njihovo ispravljanje:** U dodatnoj nastavi matematike, učitelji imaju mogućnost da brzo identifikuju greške koje učenici prave, te im na temelju toga dodjeljuju odgovarajuće vježbe koje će omogućiti eliminaciju tih grešaka. Ovo omogućava bolje razumijevanje gradiva i smanjuje rizik od ponavljanja istih grešaka. Savremena tehnologija, kao što su računari, dodatno olakšava ovaj proces i omogućava bržu identifikaciju i korigovanje grešaka, čime se nastava postepeno pojednostavljuje i čini efikasnijom.
- **Fleksibilna podrška za učenike:** Kada učenici sa boljim rezultatima rade samostalno, učitelj ima mogućnost da posveti više pažnje onima koji imaju poteškoća u učenju. Individualizacija nastave omogućava fleksibilan pristup, tako da učenici sa različitim potrebama dobijaju odgovarajući nivo podrške: neki će imati minimalnu

pomoć, dok će oni sa većim teškoćama imati intenzivniju asistenciju. Ovaj pristup omogućava da svi učenici dobiju onoliko podrške koliko im je potrebno, bez obzira na njihovu trenutnu sposobnost.

Dodatna nastava matematike, kada se primijeni uz principe individualizacije i diferencijacije, značajno doprinosi aktivnom učenju, omogućavajući učenicima da poboljšaju razumijevanje gradiva, bolje pamte i lakše primjenjuju stečeno znanje. Ovaj pristup učenicima omogućava da postanu aktivni učesnici u procesu učenja, gdje ne samo da usvajaju matematičke koncepte, već razvijaju sposobnost njihove primjene u različitim životnim situacijama (Janković, 2016).

U kontekstu dodatne nastave matematike, diferencijacija i individualizacija se primjenjuju na nekoliko nivoa, a najvažniji su oni koji se odnose na sadržaj nastave i didaktičke strategije. Sadržaj nastave treba da bude prilagođen potrebama učenika kroz varijaciju obima gradiva. Učenici koji napreduju brže mogu imati zadatke koji odgovaraju njihovom tempu i nivou znanja (Mrđa, 2013). Ovaj pristup se temelji na zakonima proksimalnog razvoja, koji omogućavaju postepeno povećanje težine zadataka u skladu sa sposobnostima učenika. Takođe, način na koji se znanje prezentuje treba biti prilagođen učenicima, koristeći strategije kao što su kognitivni dijagrami i semantičke mreže koje pomažu u lakšem razumijevanju i upamćivanju matematičkih pojmova (Petrović i Mrđa, 2005).

Didaktičke metode i alati treba pažljivo da se biraju u skladu sa potrebama svakog učenika. Na primjer, metode kao što su učenje kroz otkriće, problematizacija i studije slučaja mogu se primijeniti u dodatnoj nastavi matematike. Ove metode podstiču učenike da aktivno učestvuju u procesu učenja, razvijajući kritičko mišljenje i sposobnost rješavanja problema na način koji je prilagođen njihovim specifičnim potrebama i sposobnostima (Simić, 2015).

Diferencijacija može biti postignuta i kroz različite oblike organizacije nastave, kao što su rad u manjim grupama, individualni rad ili rad po nivoima prema sposobnostima učenika (Egerić, 2004). Ovaj fleksibilni pristup omogućava učiteljima da pruže adekvatnu podršku svakom učeniku, čime se značajno uvećava korist od dodatne nastave i omogućava svakom učeniku da napreduje u skladu sa sopstvenim mogućnostima. Ovaj pristup ne samo da poboljšava matematičko razumijevanje učenika, već ih i priprema za izazove u budućim obrazovnim i profesionalnim situacijama.

1.3. Specifičnosti organizacije dodatne nastave matematike

Organizacija dodatne nastave matematike ima nekoliko značajnih segmenata koji je čine orijentisanom na dublje razumijevanje matematičkih pojmova. Ovaj oblik nastave realizuje se za učenike koji ispoljavaju visok stepen interesovanja za rješavanje matematičkih zadataka.

U dodatnoj nastavi matematike učitelji planiraju rješavanje složenih matematičkih zadataka kako bi učenici imali mogućnost da unaprijede svoje matematičke kompetencije. Učenici koji brže usvajaju gradivo mogu se usmjeriti na složenije zadatke, dok oni koji se suočavaju sa poteškoćama mogu dobiti pomoć i podršku. Ova diferencijacija omogućava učiteljima da u maksimalnoj mjeri odgovore na individualne potrebe i mogućnosti svojih učenika (Čudina-Obradović, 1990).

U organizaciji dodatne nastave učitelji mogu primjenjivati tehnologiju, kao i druge informatičko-komunikacione alate. Upotreba tehnologije na časovima dodatne nastave omogućava učenicima da bolje razumiju složene matematičke pojmove i izvrše kompleksne proračune, čime se stvaraju povoljni uslovi da nastava bude dinamična i interaktivna (Kuzle, 2016).

Dodatna nastava matematike vrlo često može uključivati i projektni rad, koji je obavezan za sve učenike. Putem projekata učenici mogu upotrijebiti teorijska znanja u konkretnim situacijama, poput istraživanja matematičkih problemskih situacija u svakodnevnom životu. Ovaj pristup kod učenika podstiče razvijanje vještina rješavanja problema, kao i sposobnosti za rad u grupi (Ovčar, 1990).

Organizacija dodatne nastave podrazumijeva upotrebu metoda aktivnog učenja koje kod učenika razvijaju kritičko mišljenje i kreativnost. Rješavanjem zadataka u dodatnoj nastavi učenici nemaju samo mogućnost upotrebe matematičkih metoda, već i priliku da razmišljaju o različitim pristupima rješavanja problema.

Dodatna nastava matematike ima važnu ulogu u obrazovanju učenika koji imaju talenat da napreduju u oblastima nauke i tehnologije. Organizacija ove nastave treba biti fleksibilna i prilagođena potrebama i mogućnostima svakog učenika, kako bi u maksimalnoj mjeri unaprijedio svoje sposobnosti i vještina.

2. SPECIFIČNOSTI RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Dodatna nastava matematike ima veoma značajnu ulogu u razvoju matematičko-logičkih vještina učenika. Učenici na dodatnoj nastavi matematike imaju mogućnost da samostalno rješavaju matematičke zadatke i u tom procesu razvijaju kritičko i logičko mišljenje. Specifičnosti rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike mogu se analizirati kroz nekoliko važnih aspekata, o kojima ćemo govoriti u nastavku.

Problemski zadaci u dodatnoj nastavi matematike sadrže širok dijapazon tema. Takvi zadaci od učenika zahtijevaju da kombinuju razne strategije koje uključuju analize, deduktivne i induktivne procese, te povezivanje različitih matematičkih grana. Problemski zadaci u dodatnoj nastavi matematike omogućavaju učenicima da matematiku shvate kao jedan dinamičan sistem u kojem su svi dijelovi međusobno integrisani (Simister, 2013).

Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike zahtijeva od učenika razvijanje strateškog razmišljanja. Učitelji podstiču učenike da identifikuju važne informacije, formulišu svoje pretpostavke, testiraju raznovrsne pristupe i sprovede detaljnu analizu rješenja. Potrebno je naglasiti da ovaj proces nije linearan, već podrazumijeva pokušaje i greške koje istovremeno omogućavaju učeniku da na bolji način razumije matematičke zadatke (Kadum, 2005).

U dodatnoj nastavi matematike učenici se podstiču na međusobnu saradnju i timsko rješavanje matematičkih zadataka. „Kroz proces interakcije, učenici razvijaju sposobnost preciznog objašnjenja rješenja do kojih su došli, što je veoma važno za dalje unapređivanje njihovih vještina” (Marić i sar., 1973: 11).

Problemski zadaci u dodatnoj nastavi matematike zahtijevaju kreativnost i različite načine razmišljanja od učenika. Učenici su u mogućnosti da istražuju moguća rješenja i razvijaju kreativne vještine za rješavanje problemskih zadataka. U skladu sa navedenim, smatramo da učitelji treba da planiraju primjenu problemskih zadataka koji kod učenika razvijaju kreativnost, sposobnost kritičkog razmišljanja i deduktivnog zaključivanja (Burke, 2002).

U dodatnoj nastavi matematike mogu se primjenjivati digitalni alati. Upotreba digitalnih alata za rješavanje problemskih zadataka dodatno osavremenjuje nastavu matematike.

Digitalni alati omogućavaju lakše pronalaženje rješenja, kao i analiziranje raznovrsnih scenarija unutar problemskog zadatka.

Potrebno je napomenuti da rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike uključuje vrednovanje učenikovih postignuća, kao i refleksiju o upotrijebljenim strategijama i metodama. Vrednovanje u velikoj mjeri pomaže učenicima da identifikuju svoje jake strane, kao i oblasti koja zahtijevaju dodatnu pažnju. Refleksija omogućava učenicima da uče ne samo iz svojih grešaka, što ima pozitivan uticaj na sposobnost za samostalno učenje.

Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike ima pozitivne efekte na samopouzdanje učenika. Povećanje motivacije za učenjem matematičkih sadržaja često proizilazi iz osjećaja postignuća koji učenici imaju poslije adekvatno riješenog problemskog zadatka.

Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike jeste jedna forma stvaralačke aktivnosti, gdje se od učenika traži da pronalazi inovativna rješenja (Brkić i Tomić, 2017). Dok rješava problemski zadatak, učenik istražuje i u tom procesu razvija stvaralačko mišljenje (Horvat, 2019).

Na osnovu navedenog, smatramo da rješavanje problemskih zadataka u nastavi matematike podrazumijeva širok dijapazon kognitivnih i metodičkih pristupa koji omogućavaju učenicima da razvijaju vještine koje su neophodne za kreativno mišljenje. Putem rješavanja problemskih zadataka učenici ne proširuju samo svoja matematička znanja, već stiču i brojne vještine koje im olakšavaju snalaženje u svakodnevnim životnim situacijama.

2.1. Karakteristike problemskih zadataka

Da bismo obezbijedili efikasnost dodatne nastave matematike, značajno je da problemski zadaci koje učenici rješavaju imaju specifičnosti koje olakšavaju razumijevanje matematičkih zadataka. Prema stručnoj literaturi, postoji više karakteristika problemskih zadataka, o kojima ćemo nešto više reći u nastavku rada.



Šema 1 – Šematski prikaz karakteristika adekvatno postavljenih problemskih zadataka

Izvor: Privatna arhiva

Jedna od karakteristika problemskih zadataka jeste relevantnost i povezanost sa stvarnim životom. Zadaci treba da obuhvataju situacije koje su učenicima poznate iz svakodnevnog života (Horvat, 2019; Bogdanović, 2013). Smatra se da problemski zadaci ne bi trebalo da budu ni jednostavni, ni suviše složeni. Najbolje je da problemski zadatak predstavlja izazov koji učeniku omogućava da upotrijedi raznovrsne metode rješavanja. Takođe, važno je da zadaci podstiču učenike na istraživanje inovativnih metoda i tehnika.

Važna karakteristika problemskih zadataka odnosi se na povezanost sa osnovnim matematičkim konceptima. Zadatak treba da bude sastavljen na način koji učeniku pruža

šansu da upotrijebi osnovne matematičke koncepte, kao što su algebra, geometrija, statistika i vjerovatnoća.

Sljedeća karakteristika problemskih zadataka odnosi se na aktivnost učenika. Učenik treba da bude aktivan tokom rješavanja problemskog zadatka. Potrebno je učenike podsticati na istraživanje, analiziranje i to kroz upotrebu različitih strategija. Navedeni proces može pomoći učenicima da razvijaju vještine za samostalno rješavanje sličnih problemskih situacija u budućnosti.

Značajna karakteristika problemskih zadataka odnosi se na kooperativno rješavanje. Adekvatno osmišljen problemski zadatak može biti dobra osnova za grupni rad, što stvara pogodne uslove za međusobne diskusije učenika.

Rješavanje problema je važan alat u matematici. Može se koristiti za vježbanje, konsolidaciju ili provjeru znanja o određenoj temi. U savremenom školskom obrazovanju matematike, pretežno se koriste zatvoreni zadaci (Kurnik, 2010). Zadatak je zatvoren kada su početno stanje, metod rješenja i krajnje stanje jasno definisani. U obrazovanju se obično očekuje linearno razmišljanje, gdje radimo sa unaprijed definisanim podacima koristeći određeni algoritam rješenja i dolazimo do specifičnog rezultata. U kurikulumima, udžbenicima i časovima rijetko se pominju otvoreni zadaci. Internacionalne studije često pokazuju da znanje učenika nije dovoljno praktično (Horvat, 2019). Otvoreni zadaci mogu pomoći u povezivanju stvarnog života i matematike, kao i u razvoju kompetencija za razmišljanje i rješavanje problema, što je od presudne važnosti za 21. vijek. Oni učenicima pružaju priliku da budu aktivniji, kreativniji i samostalniji.

2.2. Vrste problemskih zadataka u nastavi matematike

U stručnoj literaturi nalazimo razne vrste problemskih zadataka iz matematike. Većina autora problemske zadatke dijeli na:

- zadatke koji se odnose na kombinovanje;
- zadatke promjene i
- zadatke poređenja.

Primjeri za zadatke kombinovanja mogu biti sljedeći:

- Dejan ima 7 loptica, a Nada 3. Koliko loptica imaju zajedno?

- Predrag ima 6 bojica, a njegov drug Ivan ima 4. Koliko bojica imaju zajedno?

Primjeri za zadatke promjene su:

- Vesna ima 8 olovaka. Njena sestra joj je dala još 6. Koliko olovaka sada ima Vesna?
- Viktor ima 15 eura. Kupio je knjigu za 7 eura. Koliko eura mu je ostalo?

Primjeri za zadatke poređenja:

- Maša ima 5 bombona, a Miloš ima 3 bombona više od nje. Koliko bombona ima Milos?
- Petar ima 9 oraha, a Tatjana ima 2 puta više od njega. Koliko oraha ima Tatjana?

Kada je u pitanju nivo težine predstavljenih zadataka, uočavamo da zadaci poređenja zahtijevaju od učenika veći stepen misaonog angažovanja u poređenju sa zadacima promjene i kombinovanja. Zadaci promjena su jednostavniji za rješavanje u odnosu na zadatke kombinovanja.

Naše gore navedene tvrdnje potvrđuju i rezultati istraživanja drugih autora (De Corte et al., 1985), koji su došli do saznanja da većina djece lako rješava zadatke promjene i kombinovanja, dok veoma mali broj djece uspješno rješava zadatke poređenja. Do sličnih rezultata došli su i drugi istraživači (Vlehović-Štetić, 1996), čiji su rezultati pokazali da djeci svih uzrasta poteškoću predstavlja rješavanje zadataka poređenja.

Prema stručnoj literaturi, proces rješavanja problemskih zadataka zavisi od više faktora. Neki od faktora su: nivo razvijenosti logičkih sposobnosti, razumijevanje teksta i samog problema. Smatra se da djeca imaju dovoljno matematičkog znanja, ali često imaju problema sa razumijevanjem teksta zadatka. Tekst koji je napisan jasno može u velikoj mjeri pomoći učeniku da shvati problem, a time i da na efikasniji način riješi zadatak.

2.3. Faze rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike

Prema stručnoj literaturi, postoji pet faza rješavanja problemskih zadataka u nastavi matematike. To su sljedeće faze:

- **Proces shvatanja konteksta:** Odnosi se na analizu priče, razumijevanje svrhe problema, uočavanje podataka koji su poznati i nepoznati.
- **Kreiranje strategije:** Ova faza se odnosi na prikazivanje problemske situacije određenim materijalom, skiciranje i crtanje.
- **Upotreba strategije:** Proces rješavanja zadatka pomoću skice.
- **Uočavanje greške:** Vraćanje na zadatak (Mišurac, 2010).

U prvoj fazi, učenici čitaju tekst i utvrđuju koji problem treba da riješe. Potrebno je da učenik razumije šta se tačno u zadatku traži. Učenike je potrebno podsticati na pažljivo čitanje teksta matematičkog zadatka. Učenici treba da:

- Pažljivo pročitaju matematički zadatak kako bi razumjeli njegovu suštinu;
- Uoče nepoznate riječi i utvrde šta one znače;
- Uoče i eliminišu informacije koje nijesu potrebne, kao i da ustanove šta je neophodno da se zadatak pravilno riješi;
- Sami postavljaju pitanja, kao što su: „Šta treba da riješim?“ „Koje informacije su potrebne da bi se riješio matematički zadatak?“
- Razgovaraju o problemskom zadatku međusobno (Mišurac, 2010).

Zadatak treba da bude učenicima interesantan. Od učenika treba zahtijevati da problematiku zadatka kažu svojim riječima. Učenike treba podsticati na samostalno uočavanje problema. Ukoliko učenici nijesu u mogućnosti da samostalno uoče problem, učitelj ih pitanjima na to podstiče.

Druga faza se odnosi na kreiranje plana koji će učeniku pomoći da riješi problemski zadatak. Evidentno je da strategija za rješavanje ima isto koliko i problema. Važno je da se izabere ona strategija koja bi na najbolji način pomogla učeniku da dođe do rješenja. Učenici treba da:

- Napišu načine na koje se može riješiti problemski matematički zadatak;
- Detaljno analiziraju svoje strategije i izaberu onu koja je prema njihovom mišljenju najoptimalnija;
- Razgovaraju sa svojim vršnjacima o načinu rješavanja problemskog zadatka.

Treća faza se odnosi na proces sprovođenja plana koji je osmišljen. Učenicima je potrebno objasniti kako se upotrebljavaju strategije za rješavanje problemskih zadataka. Učenici treba da:

- Zapišu svoje etape rješavanja problemskog zadatka tako da mogu da vide svoj rad;
- Detaljno pogledaju svoj rad;
- Pogledaju strategije koje su zapisali i izaberu neku od njih, ali da nije ista koju su koristili, a koja nije dala dobre rezultate.

Nije jednostavno smisliti kvalitetan plan, kao ni doći do optimalne ideje. Uspjeh rješavanja zadatka zavisi od više faktora, kao što su prethodna znanja, koncentracija, pažnja, navike itd. Plan predstavlja određenu skicu, a učenik treba da utvrdi da li ta skica sadrži sve potrebne finese. Često se dešava da učenici zaboravljaju plan. Učenike treba podsticati da rade pravilne korake u procesu rasuđivanja (Sharma, 2001).

Četvrta faza se odnosi na osvrt na rješenje koje je već dobijeno, a to bi trebalo da podstakne učenike da provjere rješenje zadatka i to primjenom strategije koju su samostalno izabrali. Cilj četvrte faze jeste da se učenik podstakne na razmišljanje o strategijama koje je izabrao. Učenici treba da:

- Opet pročitaju matematički zadatak i provjere da li je rješenje adekvatno;
- Postavljaju sebi pitanja kako bi provjerili smisao rješenja;
- Zapisuju svoje misli, te na taj način vizualizuju etape koje su upotrijebljene u cilju izrade problemskog matematičkog zadatka;
- Kreiraju ambijent kako bi sa vršnjacima razmijenili mišljenja i stavove vezane za rješavanje problemskog zadatka;
- Razmotre tendencije rješavanja problemskog matematičkog zadatka.

Simić (2015) navodi šest faza rješavanja problemskih zadataka iz matematike. To su sljedeće faze:

- Postavljanje problema;
- Proces definisanja problema;
- Raščlanjivanje problema;
- Rješavanje matematičkog problema;
- Izvođenje zaključaka i

- Postupak provjere zaključaka u nekim novim matematičkim problemskim situacijama.

Na efikasnost rješavanja problemskih zadataka utiče izbor faza koje učenik upotrebljava. Takođe, uspješnost rješavanja matematičkog zadatka zavisi od truda i rada učenika i učitelja.

2.4. Poteškoće u rješavanju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike

U procesu rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike mogu se pojaviti određene poteškoće, kako od strane učenika, tako i od strane učitelja. Problemi prilikom rješavanja problemskih zadataka najčešće se javljaju zbog:

- **Nedovoljnog razumijevanja problema** – učenici mogu imati poteškoća da prepoznaju značajne podatke u zadatku ili da razlikuju bitne od manje bitnih informacija;
- **Nedostatak strategija za rješavanje problemskog zadatka** – učenici koji nemaju dovoljno razvijene strategije za rješavanje problemskih zadataka vrlo često koriste iste tehnike, bez obzira na problem, što može dovesti do neuspjeha (Mišurac, 2010);
- **Strah od rješavanja problemskih zadataka** – dodatnu nastavu uglavnom pohađaju učenici koji mogu osjećati pritisak zbog visokih očekivanja od strane učitelja
- **Kompleksnost problemskih zadataka** – problemski zadaci u dodatnoj nastavi matematike vrlo često uključuju složene koncepte koji od učenika zahtijevaju upotrebu više koraka za rješavanje;
- **Ograničeni resursi** – za realizaciju dodatne nastave matematike često nedostaju materijali i sredstva za rad;
- **Nizak stepen motivacije kod učenika** – ukoliko učenici nijesu u mogućnosti da uoče problem, može doći do pada motivacije.

Da bi se prevazišle prethodno navedene poteškoće, potrebno je da učitelji uvode strategije rješavanja problemskih zadataka postepeno, te da sa učenicima diskutuju o alternativnim načinima za rješavanje ovih zadataka.

3. ULOGA UČITELJA U PLANIRANJU I PRIMJENI PROBLEMSKIH ZADATAKA U DODATNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Svima nam je jasna činjenica da dodatnu nastavu matematike pohađaju učenici koji imaju posebno interesovanje za učenje matematičkih sadržaja i izraženije sposobnosti za rješavanje problemskih zadataka. Da bi učenici mogli unaprijediti svoje matematičke kompetencije na časovima dodatne nastave matematike, potrebno je da učitelji prilagođavaju problemske zadatke sposobnostima i preferencijama učenika (Mišuraac-Zorica i Rožić, 2016).

Neki autori (Janković, 2016) u svom istraživanju dolaze do zaključka da učitelji imaju afirmativan stav prema značaju primjene problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, ali da često nijesu dovoljno osposobljeni za upotrebu didaktičko-metodičkih strategija prilikom planiranja ovog oblika nastave. Rezultati istog istraživanja pokazuju da su učenici zainteresovani za rješavanje problemskih zadataka u nastavi matematike. Uloga učitelja je da ima kvalitetnu saradnju sa učenicima, da ih podstiče na rješavanje zadataka, a ne da im daje gotova rješenja. Drugim riječima, učenicima treba omogućiti da samostalno rješavaju problemske zadatke i na taj način razvijaju svoje misaone sposobnosti. Tokom samostalnog rješavanja problemskih zadataka učenici razvijaju apstraktno mišljenje, što ujedno predstavlja i jedan od glavnih ciljeva nastave matematike (Mićanović, 2015).

Prema nalazima nekih istraživanja (Mićanović, 2015), pozitivan stav učitelja prema organizaciji problemske nastave jednako je važan kao i sama problemska nastava. Autor istog istraživanja smatra da postoje brojni izazovi u osnovnim školama koji su vezani za organizaciju problemske nastave, a koji se posebno odnose na nedovoljnu osposobljenost učenika za organizaciju ovog oblika nastave.

Od učitelja se očekuje da podstiču učenike na izbor optimalnih strategija za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike (Zirdum, 2015). Učenici na samom početku obično koriste jednostavne strategije za rješavanje zadataka, ali ih je vremenom potrebno podsticati na upotrebu složenijih strategija. Prema nekim istraživanjima (Obradović i Zeljić, 2015), učenici imaju poteškoća sa razumijevanjem problema prilikom rješavanja tekstualnih zadataka problemskog karaktera.

Uloga učitelja u planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike je veoma značajna. Njegova uloga nije samo da prenosi znanje, već i da stvara situacije koje učenike podstiču na razvoj kreativnosti i kognitivnih sposobnosti. Kroz adekvatno planiranje i primjenu problemskih zadataka, učitelj pomaže učenicima da na lakši način razumiju matematičke pojmove (Kurnik, 2010).

Učitelj treba pažljivo da izabere vrste problemskih zadataka koji su usklađeni sa prethodno stečenim matematičkim znanjima i vještinama, ali da istovremeno podstiču učenika na misaono angažovanje. Tokom planiranja primjene problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, učitelj treba da odrede ciljeve, strategije za rješavanje problemskih zadataka, kao i vrednovanje napretka učenika. Primjena različitih vrsta zadataka, kao što su zadaci sa više rješenja, može biti prilično izazovna i podstaći kreativnost i misaone sposobnosti učenika.

Učitelj treba biti fleksibilan prilikom primjene problemskih zadataka u nastavi matematike. On treba učenicima postavljati pitanja koja će ih podstaći na razmišljanje, kao i pružiti dovoljno vremena kako bi učenici mogli međusobno diskutovati o strategijama za rješavanje problemskog zadatka (Kurnik, 2010).

Takođe, potrebno je da učitelj motiviše učenike tokom rješavanja problemskih zadataka u nastavi matematike. Motivisanje učenika da se ne plaše pogrešnih postupaka tokom rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike veoma je značajno za razvoj njihovih matematičkih kompetencija (Lalić-Vučetić i Mirkov, 2017). Kroz motivisanje učenika da samostalno rješavaju problemske zadatke, učitelj stvara sredinu koja stimuliše učenike da se suoče sa problemskim situacijama i razvijaju svoje sposobnosti i vještine.

3.1. Primjena optimalnih strategija za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike

Primjena optimalnih strategija za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike važna je za razvijanje matematičkih znanja i vještina kod učenika. Ukoliko učitelji primjenjuju optimalne strategije za rješavanje problemskih zadataka, učenici će imati mogućnost ne samo da stiču temeljnija znanja o matematičkim sadržajima, već i da razvijaju analizu, sintezu, kao i sposobnosti samostalnog zaključivanja.

Prva i najznačajnija strategija odnosi se na razumijevanje problema. Iako na prvi pogled ovo izgleda jednostavno, mnogi učenici često preskoče ovaj važan korak, što može dovesti do pogrešnog rješenja. Optimalna strategija u ovom koraku podrazumijeva sljedeće:

- Podsticanje učenika da zadatak čitaju više puta kako bi uočili važne informacije;
- Podsticanje učenika na identifikovanje nepoznatih od manje poznatih informacija;
- Učenike treba podsticati da obrate pažnju na uslove koje zadatak postavlja. Nekada se dešava da uslovi koje zadatak sadrži izgledaju nevažni, ali su ključni za pronalaženje rješenja.

Dakle, učitelj treba da podstiče učenike da na što bolji način razumiju zadatke, kako bi na lakši način došli do rješenja.

Nakon razumijevanja problema, potrebno je da učitelj podstiče učenike na izbor optimalne strategije za rješavanje. Optimalne strategije koje se primjenjuju mogu uključivati:

- **Upotreba heurističkih metoda** – predstavlja jednu od značajnih strategija u procesu rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike. Heuristički pristup se odnosi na implementaciju tehnika koje omogućavaju učenicima da na lakši način dođu do rješenja (Jelavić, 1998). Navedene metode odnose se na hipoteze, procjene i testiranje dobijenih rješenja kroz raznovrsne pristupe, što kod učenika podstiče razvijanje fleksibilnosti u procesu rješavanja problemskog zadatka.
- **Geometrijska vizualizacija** – prikazivanje problema grafički kako bi učenici lakše riješili zadatak.

Treća strategija odnosi se na testiranje rješenja. Učenici ponekad, zbog brzine, mogu napraviti greške koje se mogu otkriti pažljivom provjerom. Optimalne strategije za provjeru rješenja podrazumijevaju sljedeće:

- Provjeravanje svakog koraka ponaosob kako bi se utvrdilo da li su napravljene greške;
- Povratak na početak zadatka – ukoliko rješenje nije u skladu sa očekivanjima, potrebno je vratiti se na početak i ponovo analizirati zadatak.

Po našem mišljenju, jedna od značajnih strategija za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike jeste dekompozicija zadataka, koja se odnosi na dijeljenje kompleksnih zadataka na manje segmente. Ova strategija omogućava učenicima da savladaju zadatak korak po korak, čime se unapređuje njihova sposobnost da identifikuju probleme i upotrijebe adekvatne matematičke strategije. Dekompozicija problemskog zadatka

omogućava učenicima da na jednostavniji način riješe zadatke i uoče kako matematički pojmovi međusobno funkcionišu.

Kolaborativno učenje ima značajnu ulogu u rješavanju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike. Kroz kooperativne aktivnosti, učenici imaju mogućnost razmjene mišljenja i ideja, kao i da razvijaju socijalne vještine i sposobnost donošenja odluka. Ova strategija je važna jer omogućava učenicima da jedan problem sagledaju iz više uglova, što ima pozitivan uticaj na njihovu sposobnost za rješavanje problema.

3.2. Motivisanje učenika na rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike

Motivacija učenika za rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike podrazumijeva značajan segment u nastavnom procesu, koji ne doprinosi samo razvoju matematičkih znanja, već i razvoju kritičkog mišljenja. U navedenom procesu, učitelj ima značajnu ulogu koja se odnosi na podsticanje interesovanja učenika, što implicira implementaciju raznovrsnih strategija i tehnika koje će dodatnu nastavu matematike učiniti atraktivnijom (Schoevers, Kroesbergen & Kattou, 2020).

Jedan od prvih koraka u procesu motivacije učenika podrazumijeva kreiranje stimulativnog okruženja koje podstiče aktivno učešće. Recimo, upotreba realnih životnih situacija u problemskim zadacima može u velikoj mjeri olakšati praktičnu primjenu matematike, čime se teorijsko znanje dovodi u vezu sa svakodnevnim iskustvima.

Kao što smo već naveli u okviru ovog rada, problemski zadaci iz matematike ne smiju biti previše jednostavni, a ni previše složeni za rješavanje. Oni moraju da sadrže određene izazove koje će učenike motivisati na aktivan angažman tokom njihovog rješavanja. Kada govorimo o izazovima, sjetimo se Vigotskog i njegove zone proksimalnog razvoja. Tako i problemski zadaci moraju biti malo iznad trenutnih sposobnosti učenika.

Motivacija učenika može se povećati kroz saradnju i diskusiju. Učitelji mogu organizovati grupni rad i omogućiti učenicima da zajednički rješavaju zadatke. Ovaj oblik motivacije oslobađa učenika od straha od grešaka, jer u grupnom radu učenici shvataju da je greška samo sastavni dio učenja (Ronksley-Pavia & Neumann, 2020).

Da bi motivisao učenika za rješavanje problemskih zadataka, učitelj može koristiti nagrade u obliku pohvale. Ovakav pristup ima za cilj da učenici razviju ljubav prema matematici i da se lakše suočavaju sa izazovima.

Na osnovu svega navedenog, konstatujemo da motivisanje učenika na rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike podrazumijeva pažljiv pristup učitelja koji implementira različite metode i tehnike za kreiranje stimulativnog okruženja. Kroz pažljivo biranje problemskih zadataka, učitelji mogu poboljšati motivaciju učenika za rješavanje problemskih zadataka na dodatnoj nastavi matematike.

3.3. Model jedne pisane pripreme sa problemskim zadacima

Škola:	JU OŠ „Novka Ubović“
Razred, odjeljenje, čas:	IV-4, drugi čas
Ishod časa:	Tokom učenja učenik će moći da: usmeno i pismeno oduzima brojeve do 1000.
Tip časa:	Utvrđivanje
Nastavna sredstva:	Sveska, pribor za pisanje, tabla, kreda, plakat, šeširić, materijal za igru „Matematička štafeta“
Metode rada:	Metoda razgovora, demonstrativna metoda, metoda usmenog izlaganja, verbalno-tekstualna metoda
Oblici rada:	Frontalni oblik rada, grupni oblik rada, individualni oblik rada

Aktivnosti učenika/učenice

Uvodni dio		U uvodnom dijelu učenici uz instrukcije rješavaju asocijaciju	
A	B	V	G
MATEMATIKA	ZNACI	SMANJI	ZADACI
DODAJ	PISANJE	ODUZMI	VRIJEDNOST IZRAZA
ZNAK	CIFRE	CRTICA	ZAGRADE
ZA KOLIKO VEĆI ZNAK	BESKONAČNO MNOGO	MATEMATIČKI ZNAK	IZRAČUNAJ
PLUS	BROJEVI	MINUS	RAČUNANJE

SABIRANJE I ODUZIMANJE

Glavni dio časa:	Nakon asocijacije ispisujem naslov na tabli „Vježbanje“. Demonstriram plakat sa pravilima usmenog i pismenog oduzimanja. Detaljno im objašnjavam postupak pravilnog oduzimanja.
------------------	---

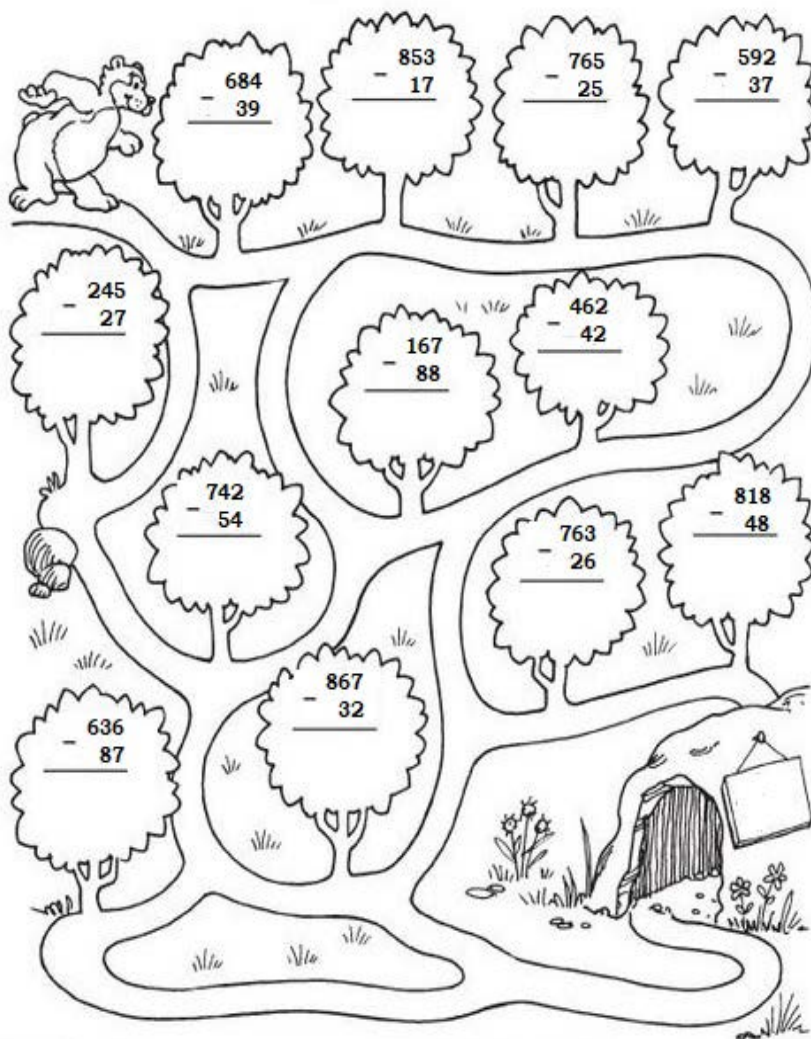
$362 - 35$ $490 - 30$ $627 - 43$ $935 - 74$ $338 - 45$ $830 - 20$ $589 - 36$ $600 - 50$ $940 - 30$ $657 - 93$ Nastavni listić	Nakon detaljnog objašnjenja, iznosim šeširić u kojem se nalaze papirići sa jednostavnim primjerima oduzimanja. Prozivam djecu i na tabli pravilno popisuju brojeve i računaju. Nakon toga, dijelim im nastavni listić. Nakon samostalnog rješavanja, provjeravamo zajedno rezultate. Učenici izraženijih sposobnosti rješavaju problemske zadatke (prilog 3).
Završni dio časa:	U završnom dijelu časa, igramo igricu

	„Matematička štafeta“. Igra se igra tako što se djeca podijele u tri reda. Igra počinje od para iz posljednje klupa. Rješavaju primjer oduzimanja i sabiranja. Kada završte „štafetu“, predaju paru ispred sebe i tako redom do para iz prve klupe. Pobjednik je onaj ko prvi preda štafetu, a rezultat bude najmanji trocifreni broj 100. Nakon igrice pjevamo pjesmu. Djeci dijelim domaći zadatak, koji prepisuju sa table u svesku.
--	--

Prilog 1

Nastavni listić

Izračunaj, zatim pomogni medu da pronađe put do pećine





Prilog 3

Problemski zadaci

- Zadatak 1

Marko je imao 850 kuglica. Njegov prijatelj, Luka, uzeo je 435 kuglica.
Koliko kuglica je Marko ostavio sebi?

Rješenje

Marko je ostavio $850 - 435 = 415$ kuglica.

- Zadatak 2:

U školskoj biblioteci bilo je 1023 knjige, a 538 knjiga su posudila djeca.
Koliko knjiga je ostalo u biblioteci?

Rješenje

U biblioteci je ostalo $1023 - 538 = 485$ knjiga.

- Zadatak 3:

- U porodici Jovanović ima 1234 dinara. Oni su potrošili 689 dinara na kupovinu hrane. Koliko dinara im je ostalo?

Rešenje:

Ostalo im je $1234 - 689 = 545$ dinara.

3.4. Primjer plana rada za dodatnu nastavu matematike za peti razred osnovne škole

CILJEVI DODATNE NASTAVE	• Proširivanje temeljnih znanja • Razvijanje zanimanja za otkrivanje novih i složenijih sadržaja • Podsticanje na otkrivanje i proučavanje matematičkih zakonosti • Podsticanje da se trudom samostalno dođe do rezultata • Razvijanje logičkog mišljenja i zaključivanja • Podsticanje i razvijanje sposobnosti analiziranja, sintentizovanja i otkrivanja različitih načina rješavanja problema
NAMJENA	• Rad sa darovitim učenicima koji posjeduju visok nivo matematičkih sposobnosti (brzinu, dubinu i trajnost usvajanja gradiva)
NAČIN REALIZACIJE	• Frontalno i individualno sa svakim učenikom prema vrsti zadataka iz pojedinog matematičkog područja za koje učenik pokazuje interesovanje
NAČIN VREDNOVANJA I KORIŠĆENJA REZULTATA	• Opisno praćenje • Samovrednovanje učenika • Usmena i pismena provjera stečenih znanja • Prezentacija rješenja • Razredna takmičenja

Oktobar	1. Istorija matematike 2. Zanimljive brojevnje jednakosti 3. Složeni zadaci (brojevi veći od 1 000 000) 4. Upoznavanje učenika sa indirektnim metodama rješavanja tekstualnih zadataka
---------	---

Novembar	1. Složeni tekstualni zadaci (sabiranje i oduzimanje do 1 000 000) 2. Složeni tekstualni zadaci (množenje i dijeljenje do 1 000 000) 3. Vježbanje zadataka sa proteklih domaćih takmičenja 4. Vježbanje zadataka sa proteklih inostranih takmičenja
Decembar	1. Priprema za školsko takmičenje 2. Školsko takmičenje 3. Složeni tekstualni zadaci - jednačine sa sabiranjem i oduzimanjem (množenjem i dijeljenjem) 4. Metoda tablice
Februar	1. Matematičke figure 2. Matematičkepriče i anegdote 3. Geometrijske figure 4. Složeni tekstualni zadaci
Mart	1. Obilježavanje Svjetskog dana matematike (3. mart) 2. Upoznavanje i rad zadataka iz „rekreativne matematike 3. Učenički smišljeni zadaci 4. Složeni tekstualni zadaci
April	1. Matematičke pitalice, pošalice i zagonetke 2. Složeni tekstualni zadaci (kvadar i kocka) 3. Matematički rebusi 4. Složeni tekstualni zadaci
Maj	1. Gausovi zadaci 2. Metoda inverzije 3. Vedska matematika
Jun	Dodjela diploma najboljim matematičarima petog razreda

II ISTRAŽIVAČKI DIO

1.1. Problem i predmet istraživanja

Da bi učenik uspješno riješio problemski zadatak, mora biti istraživački nastrojen i ispoljavati kreativnost, snažnu volju i entuzijazam (Tomić, 2018). Koliko će učenik biti kreativan i misaono angažovan zavisi, prije svega, od umijeća učitelja. Učitelj mora na metodički adekvatan način osmisliti koncepciju časa dodatne nastave na kojem će učenici rješavati problemske zadatke (Mišurac, 2010).

Problem našeg istraživanja je sagledavanje i procjenjivanje iskustvenih stavova učitelja prema planiranju i realizaciji problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

Predmet istraživanja su iskustveni stavovi učitelja prema planiranju i realizaciji problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

1.2. Cilj i zadaci istraživanja

Cilj istraživanja glasi: Utvrditi iskustvene stavove učitelja prema planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

U skladu sa ciljem, istraživački zadaci su formulisani na sljedeći način:

- Utvrditi da li učitelji planiraju realizaciju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Utvrditi da li učitelji planiraju realizaciju raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Utvrditi da li učitelji planiraju etapno rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Utvrditi da li učitelji smatraju da učenici uspješno rješavaju problemske zadatke u dodatnoj nastavi matematike.

1.3. Istraživačke hipoteze

U skladu sa ciljem istraživanja, glavnu hipotezu možemo definisati na sljedeći način: Pretpostavlja se da učitelji imaju afirmativne iskustvene stavove prema planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

Na osnovu definisane glavne hipoteze formulisali smo sporedne hipoteze na sljedeći način:

- Pretpostavlja se da učitelji planiraju primjenu problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da učitelji planiraju realizaciju raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da učitelji planiraju etapno rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike
- Pretpostavlja se da učitelji smatraju da učenici uspješno rješavaju problemske zadatke u dodatnoj nastavi matematike.

1.4. Metode, tehnike i instrumenti istraživanja

Za verifikaciju istraživačkih hipoteza primenjene su kvantitativne i kvalitativne istraživačke metode. U okviru istraživanja, primijenjena je metoda teorijske analize sa ciljem da se sagleda značaj rješavanja problemskih zadataka u okviru dodatne nastave matematike. Korišćena je i deskriptivno-analička metoda koja se fokusira na kvalitativni aspekt, a u okviru nje analizirani su stavovi učitelja prema planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

Podaci su prikupljeni korišćenjem anketa i grupnog intervjua (četiri fokus grupe, svaka sa po deset ispitanika). Anketni upitnik je sadržao 25 pitanja različitih tipova: zatvorenih, kombinovanih i otvorenih. Grupni intervju je obuhvatio tri fokus oblasti, pomoću kojih su detaljnije provjerene sporedne hipoteze.

1.5. Uzorak ispitanika

Istraživanje je sprovedeno na uzorku od 150 učitelja. Struktura istraživačkog uzorka je prikazana u tabeli 1.

Tabela 1 – Struktura istraživačkog uzorka

Opština	Naziv škole	Broj učitelja
Podgorica	OŠ „Oktoih”	31
Podgorica	OŠ „Sutjeska”	9
Nikšić	OŠ „Ratko Žarić”	12
Nikšić	OŠ „Olga Golović”	15
Kotor	OŠ „Njegoš”	15
Tivat	OŠ „Drago Milović”	34
Herceg Novi	OŠ „Dašo Pavičić”	17
Pljevlja	OŠ „Salko Aljković”	17
Ukupno	8	150

2. INTERPRETACIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA

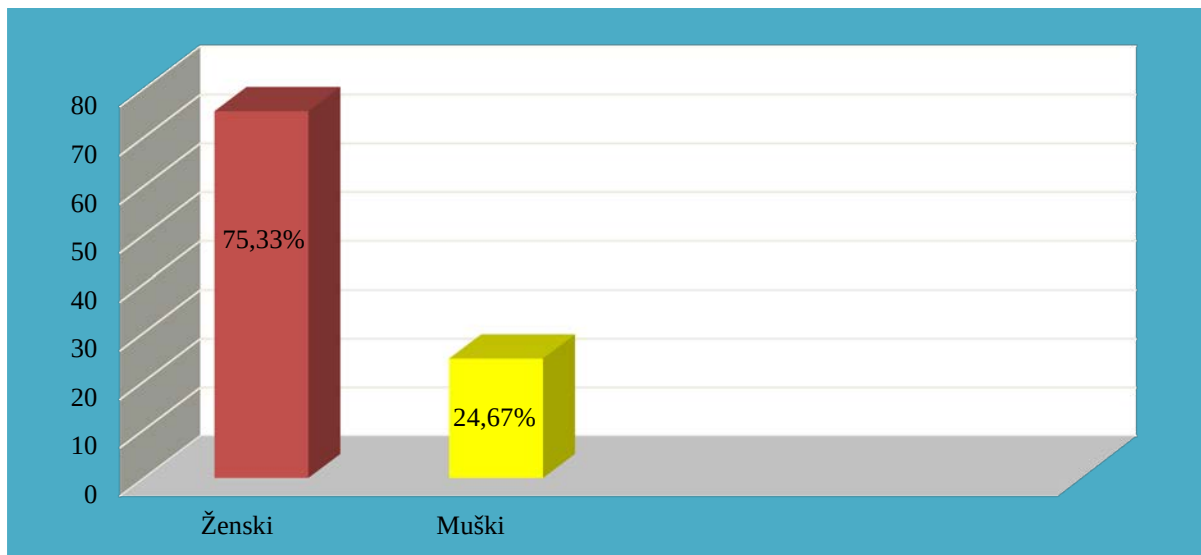
2.1. Rezultati dobijeni anketiranjem učitelja

1. Polna struktura uzorka

Tabela 2 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 1

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Muški	37	24,67%
Ženski	113	75,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 1 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 1



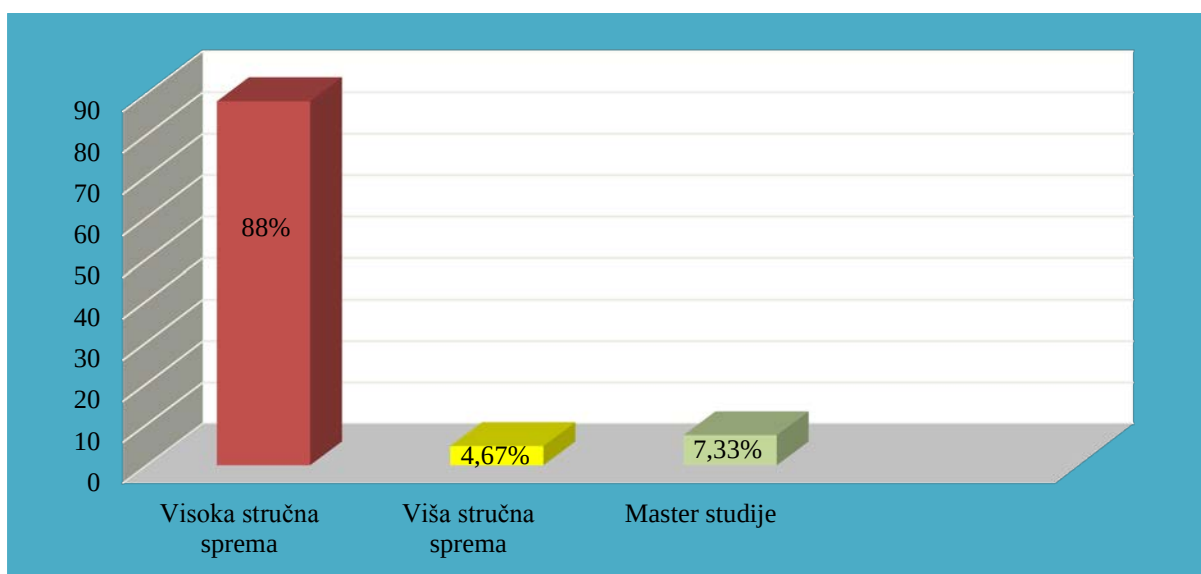
Analiza polne strukture učitelja, prikazane u tabeli 2 i histogramu 1, pokazuje značajnu razliku u odnosu broja muških i ženskih učitelja. Od ukupno 150 učitelja, 113 ili 75,33% čine žene, dok je muških učitelja samo 37, što čini 24,67% uzorka. Ovaj podatak potvrđuje trend u kojem je profesija učitelja u velikoj mjeri zastupljena među ženama, što je čest slučaj u obrazovnim ustanovama na nivou osnovnog obrazovanja. Dominacija žena u ovoj profesiji može se objasniti dugogodišnjom percepcijom učiteljskog posla kao prirodnijeg izbora za žene zbog niza faktora, uključujući društvene norme i preferencije prema profesijama koje se smatraju „njegujućim“.

2. Stručna sprema

Tabela 3 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 2

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Visoka stručna sprema	132	88%
Viša stručna sprema	7	4,67%
Master studije	11	7,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 2 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 2



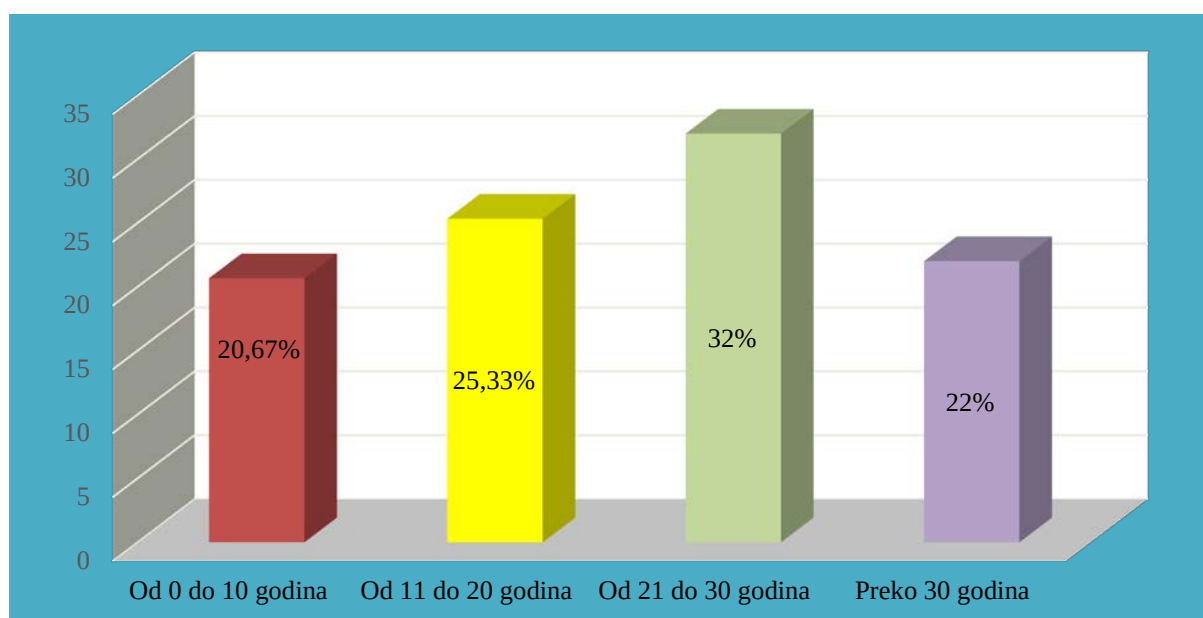
Podaci o stručnoj spremi pokazuju da većina učitelja ima visoku stručnu spremu, sa čak 88% učitelja u ovoj kategoriji. Ovi rezultati pokazuju da su učitelji u velikoj mjeri kvalifikovani za rad sa učenicima, što može doprinijeti kvalitetnijem izvođenju nastave i efikasnijem prenošenju znanja. Pored toga, učitelji sa višom stručnom spremom čine 4,67% uzorka, dok je 7,33% učitelja završilo master studije. Prisustvo učitelja sa master kvalifikacijama dodaje raznolikost i obogaćuje metodički pristup u nastavi, što može doprinijeti primjeni savremenih obrazovnih metoda i tehnički zahtjevnijih pristupa u radu sa učenicima.

3. Godine radnog staža

Tabela 4 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 3

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Od 0 do 10 godina	31	20,67%
Od 11 do 20 godina	38	25,33%
Od 21 do 30 godina	48	32%
Preko 30 godina	33	22%
UKUPNO	150	100%

Histogram 3 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 3



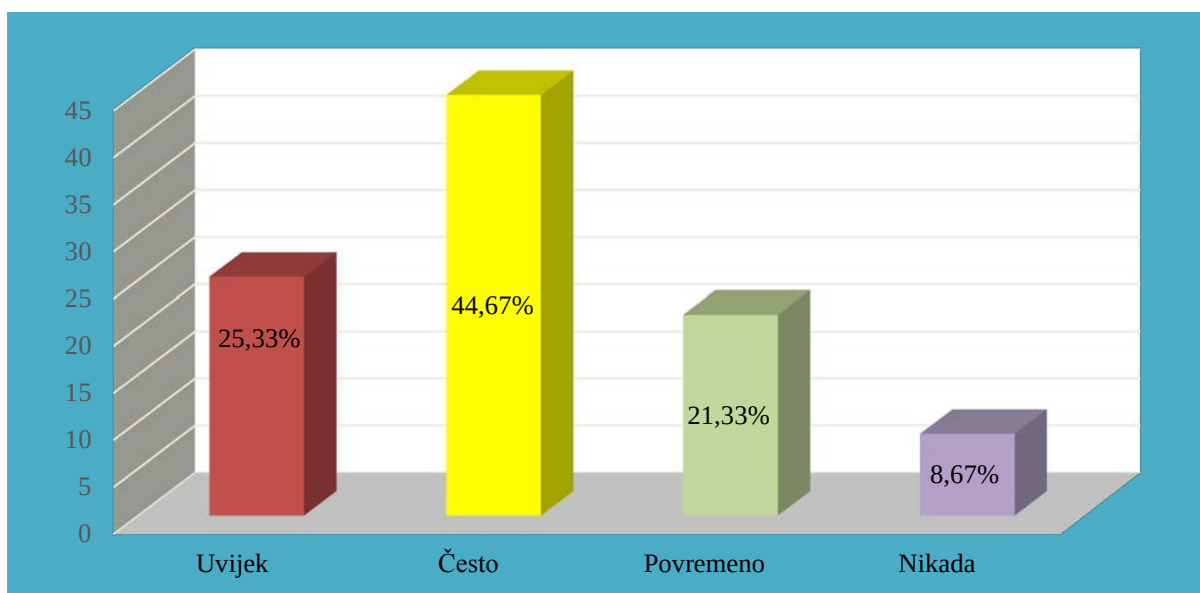
Rezultati pokazuju da je najveći broj učitelja (32%) u kategoriji od 21 do 30 godina radnog staža, dok nešto manji procenat, odnosno 25,33%, ima između 11 i 20 godina iskustva. Najmanje je učitelja s radnim stažom od 0 do 10 godina (20,67%), dok se 22% učitelja nalazi u kategoriji s preko 30 godina iskustva. Ovi podaci mogu ukazivati na raznovrsnost iskustva među učiteljima, što je korisno pri analizi pristupa i metoda koje učitelji koriste u nastavi. Visok procenat učitelja s dužim radnim stažom može doprinijeti stabilnosti i prenosu iskustva, ali može i ukazati na potrebu za dodatnim obrazovanjem ili profesionalnim razvojem kako bi se održao kvalitet nastave u skladu s savremenim obrazovnim pristupima.

4. Koliko često uključujete problemske zadatke u dodatnu nastavu matematike?

Tabela 5 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 4

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Uvijek	38	25,33%
Često	67	44,67%
Povremeno	32	21,33%
Nikada	13	8,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 4 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 4



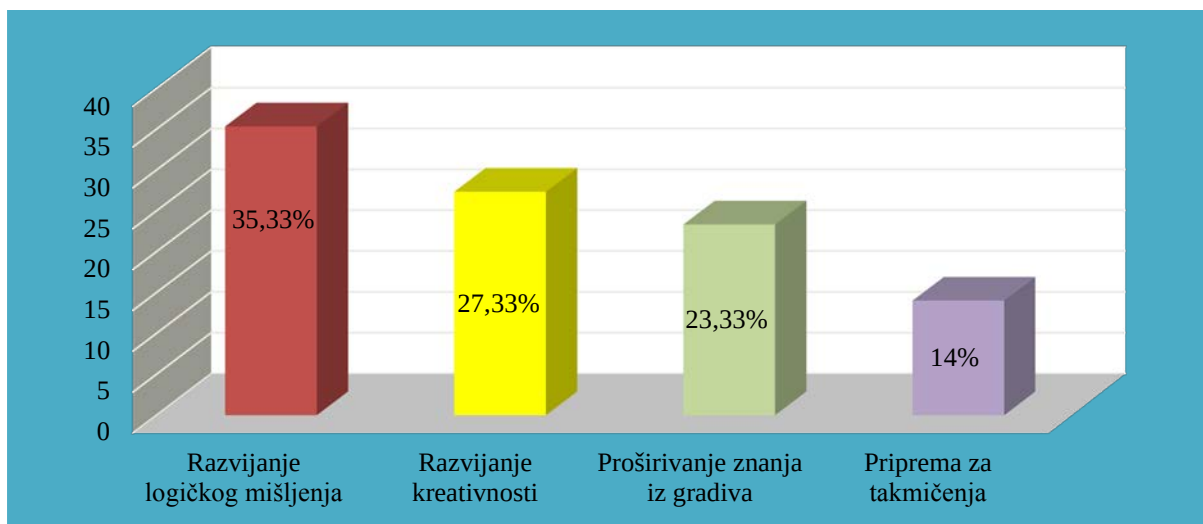
Najveći procenat učitelja, njih 44,67%, izjavilo je da često koristi problemske zadatke, što ukazuje na njihovu važnost i učestalost u dodatnoj nastavi. Ovaj podatak može ukazivati na pozitivne stavove prema korišćenju problemskih zadataka, jer se često percipiraju kao korisni alati za razvijanje kritičkog mišljenja kod učenika. Manji procenat učitelja (25,33%) navodi da ih *uvijek* uključuje, što predstavlja visok stepen dosljednosti u primjeni ovih zadataka. To može upućivati na to da određeni učitelji redovno integrišu problemske zadatke u nastavni proces, smatrajući ih ključnim za napredak učenika. Povremeno uključivanje, koje je izabralo 21,33% učitelja, ukazuje na povremenu upotrebu ovih zadataka, što može biti rezultat različitih faktora poput dostupnosti resursa, pripreme i individualnih preferencija učitelja.

5. Koje ciljeve najčešće želite postići primjenom problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?

Tabela 6 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 5

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Razvijanje logičkog mišljenja	53	35,33%
Razvijanje kreativnosti	41	27,33%
Proširivanje znanja iz gradiva	35	23,33%
Priprema za takmičenja	21	14%
UKUPNO	150	100%

Histogram 5 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 5



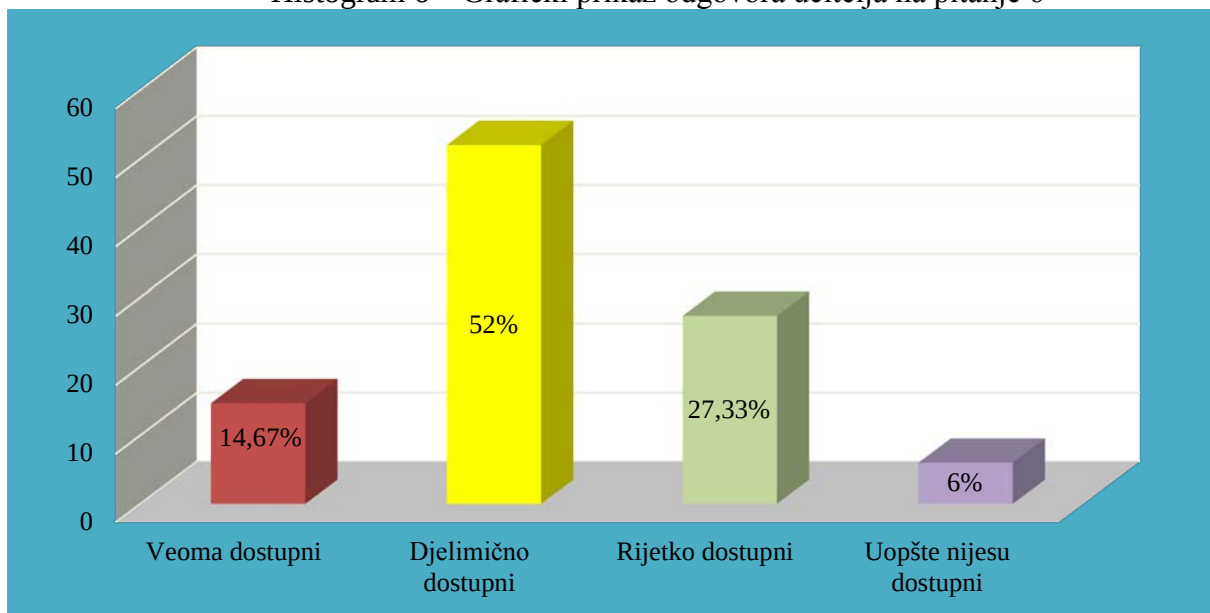
Prema odgovorima učitelja, razvoj logičkog mišljenja je najvažniji cilj, sa 35,33% učitelja koji su odabrali ovu opciju. Ovo ukazuje na to da učitelji prepoznaju značaj razvijanja sposobnosti za razmišljanje i rješavanje problema, što je ključna komponenta matematičkog obrazovanja. Kreativnost se takođe nalazi u prvom planu, sa 27,33% učitelja koji navode ovaj cilj. Ovaj odgovor ukazuje na sve veću svest o tome da matematika nije samo nauka o brojevima, već i o razvijanju sposobnosti za kreativno rješavanje problema i stvaranje novih ideja. Proširivanje znanja iz gradiva, s 23,33%, je još jedan od ključnih ciljeva, što ukazuje na to da učitelji vjeruju da problemski zadaci mogu pomoći učenicima da bolje savladaju gradivo.

6. Koliko su vam dostupni resursi i materijali za planiranje i primjenu problemskih zadataka?

Tabela 7 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 6

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Veoma dostupni	22	14,67%
Djelimično dostupni	78	52%
Rijetko dostupni	41	27,33%
Uopšte nijesu dostupni	9	6%
UKUPNO	150	100%

Histogram 6 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 6



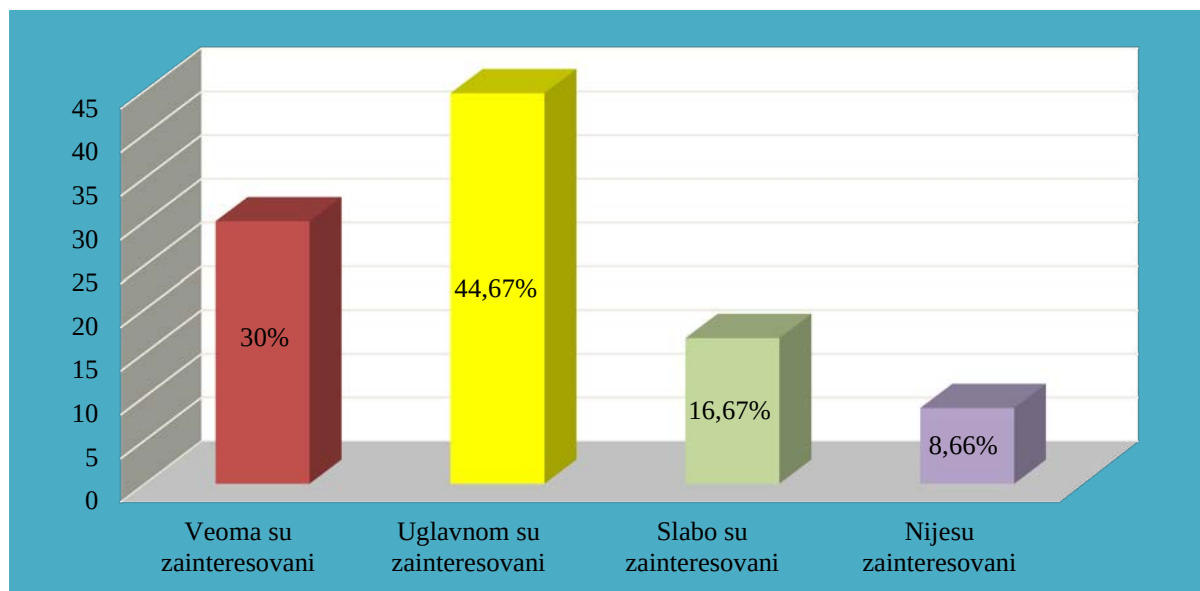
Najveći broj učitelja (52%) smatra da su zadaci *djelimično dostupni*, što ukazuje na to da ih učitelji s vremena na vrijeme primjenjuju, ali postoje ograničenja u pogledu resursa ili vremena. Takođe, 27,33% učitelja smatra da su problemski zadaci *rijetko dostupni*, što može ukazivati na njihovu sporadičnu primjenu, vjerovatno zavisnu od specifičnih okolnosti ili potreba. Samo 14,67% učitelja ocjenjuje da su zadaci *veoma dostupni*, što može značiti da im je omogućeno dovoljno resursa i vremena za njihovu redovnu primjenu. Na kraju, 6% učitelja izjavljuje da problemi *uopšte nijesu dostupni*, što je zabrinjavajuće jer to može ukazivati na ozbiljne prepreke u implementaciji, kao što su nedostatak odgovarajućih materijala ili strategija u nastavi.

7. Kako ocjenjujete interesovanje učenika za problemske zadatke na dodatnoj nastavi?

Tabela 8 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 7

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Veoma su zainteresovani	45	30%
Uglavnom su zainteresovani	67	44,67%
Slabo su zainteresovani	25	16,67%
Nijesu zainteresovani	13	8,66%
UKUPNO	150	100%

Histogram 7 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 7



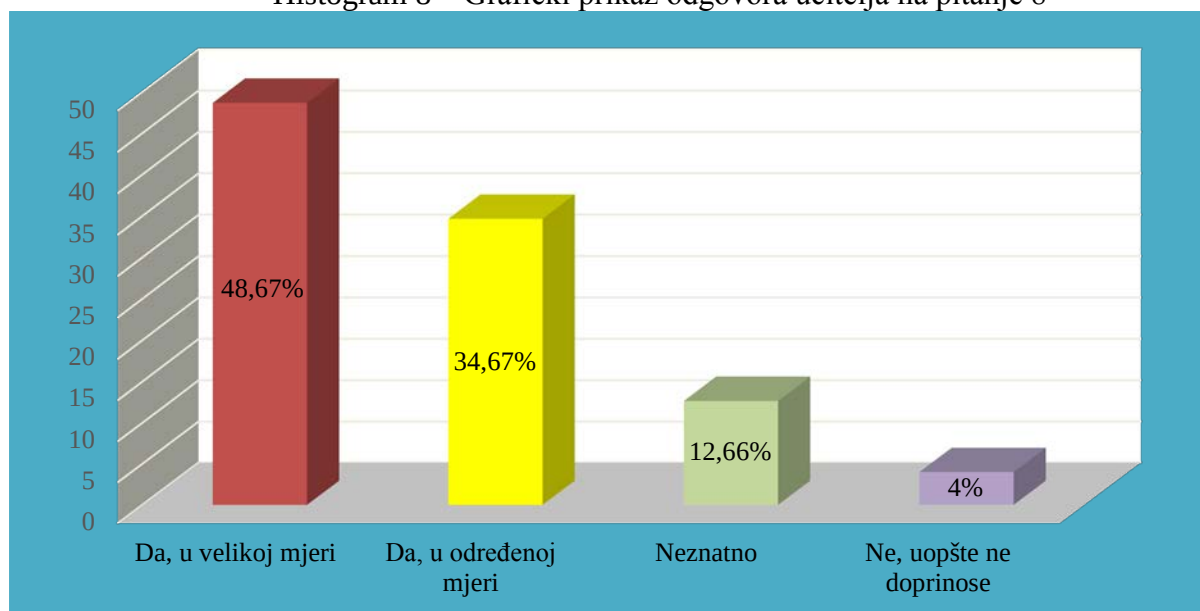
Na osnovu podataka iz tabele 8 i histograma 7 većina učitelja (44,67%) smatra da su učenici uglavnom zainteresovani za problemske zadatke tokom dodatne nastave matematike. Takođe, 30% učitelja navodi da su učenici veoma zainteresovani, što ukazuje na to da postoji pozitivan odgovor prema ovoj vrsti nastave. Ovi rezultati pokazuju da problemski zadaci imaju potencijal da motivišu učenike, podstičući ih da razmišljaju kritički i razvijaju svoje matematičke vještine. Međutim, i dalje postoji značajan broj učenika koji nijesu potpuno zainteresovani za ove zadatke. Konkretno, 16,67% učitelja smatra da su učenici slabo zainteresovani, dok 8,66% navodi da uopšte nijesu zainteresovani.

8. Smatrate li da problemski zadaci doprinose boljem razumijevanju matematičkih koncepata kod učenika?

Tabela 9 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 8

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Da, u velikoj mjeri	73	48,67%
Da, u određenoj mjeri	52	34,67%
Neznatno	19	12,66%
Ne, uopšte ne doprinose	6	4%
UKUPNO	150	100%

Histogram 8 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 8



Na osnovu podataka prikazanih u tabeli 9 i histogramu 8, može se primijetiti da je većina učitelja (48,67%) saglasna sa tvrdnjom da problemski zadaci doprinose boljem razumijevanju matematičkih koncepata kod učenika u velikoj mjeri. Ovaj odgovor ukazuje na to da problemski zadaci imaju značajnu ulogu u učenju, jer omogućavaju učenicima da se susretnu sa stvarnim, primijenjenim problemima koji podstiču dublje razumijevanje teorijskih matematičkih principa. Sljedeći najveći procenat učitelja (34,67%) smatra da problemi doprinose razumijevanju matematičkih koncepata u određenoj mjeri. Ovo može značiti da problemski zadaci nijesu jedini faktor koji omogućava bolje razumijevanje, ali ipak imaju svoju vrijednost u učionici, posebno kada su dobro osmišljeni i primijenjeni. Manji broj

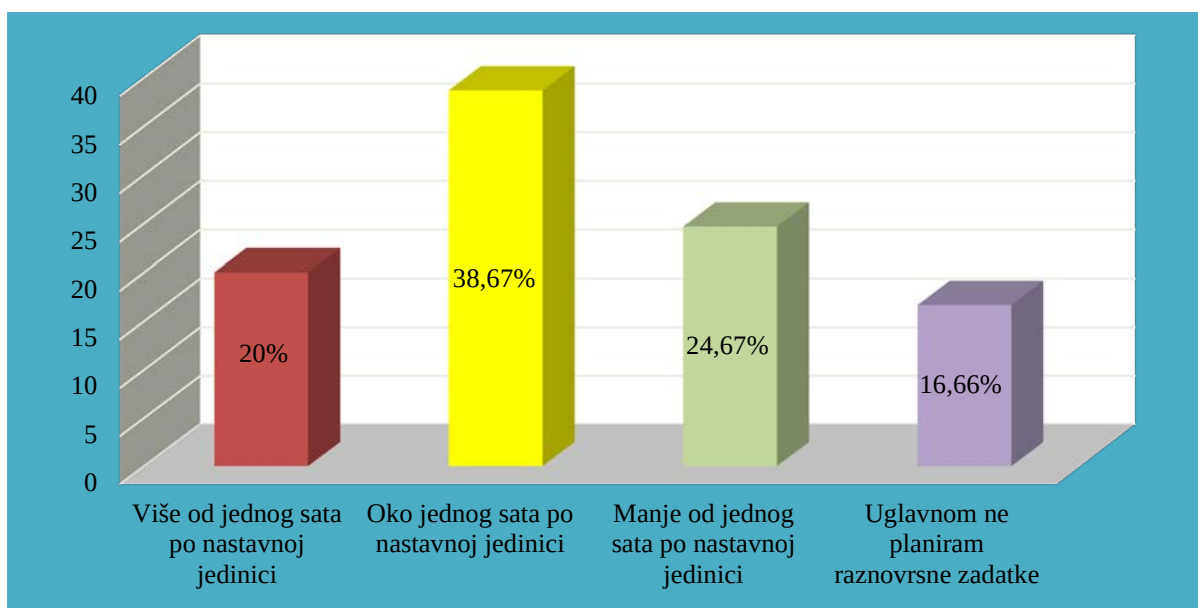
učitelja (12,66%) smatra da problemski zadaci doprinose razumijevanju matematičkih koncepata samo neznatno, dok samo 4% učitelja smatra da problemski zadaci uopšte ne doprinose ovom procesu.

9. Koliko vremena posvećujete planiranju raznovrsnih problemskih zadataka za dodatnu nastavu?

Tabela 10 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 9

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Više od jednog sata po nastavnoj jedinici	30	20%
Oko jednog sata po nastavnoj jedinici	58	38,67%
Manje od jednog sata po nastavnoj jedinici	37	24,67%
Uglavnom ne planiram raznovrsne zadatke	25	16,66%
UKUPNO	150	100%

Histogram 9 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 9



Prema podacima iz tabele 10 i histograma 9, većina učitelja (38,67%) posvećuje oko jednog sata po nastavnoj jedinici planiranju raznovrsnih problemskih zadataka. To ukazuje na to da je planiranje zadataka važan, ali i vremenski zahtjevan proces koji se mora balansirati sa drugim aspektima nastave. Takođe, 24,67% učitelja planira zadatke u trajanju manjem od jednog sata, što može značiti da im je potrebno manje vremena za pripremu ili da se fokusiraju na jednostavnije zadatke.

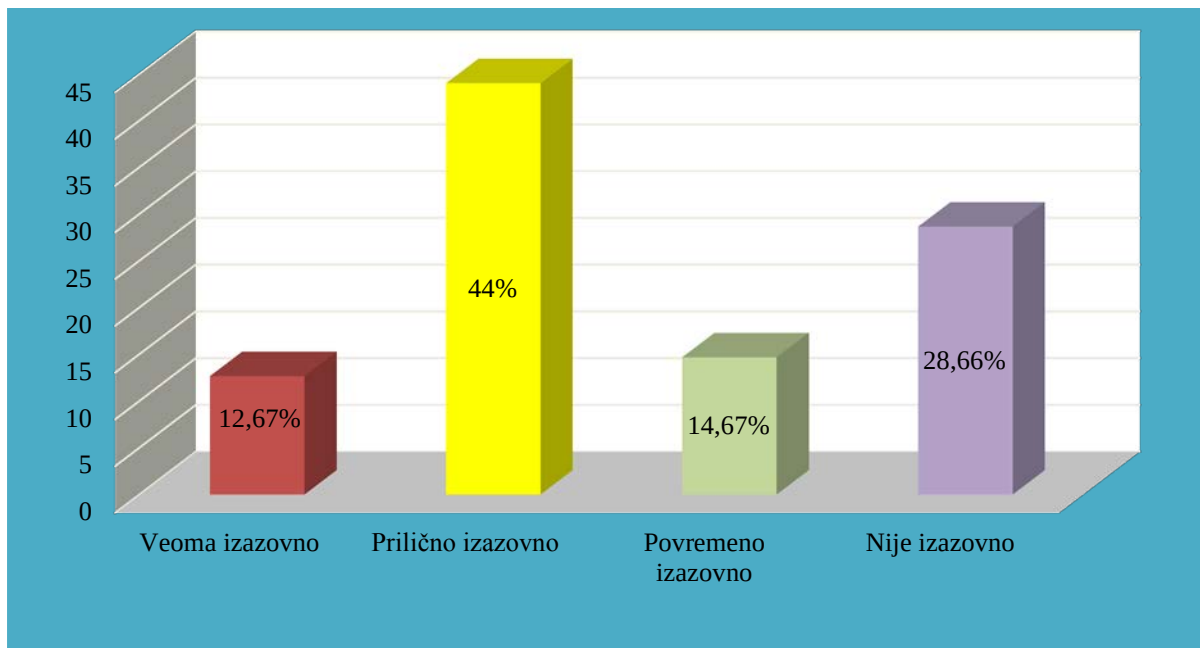
Međutim, zabrinjavajući je podatak da 16,66% učitelja uglavnom ne planira raznovrsne problemske zadatke, što može ukazivati na to da ili ne prepoznaju njihov značaj ili imaju poteškoća u organizovanju vremena za ovakvu vrstu aktivnosti. Samo 20% učitelja posvećuje više od jednog sata po nastavnoj jedinici, što ukazuje na to da samo manji broj učitelja smatra da je potrebno detaljnije i duže planirati ove zadatke kako bi postigle željeni efekat u učenju.

10. Koliko je izazovno pronaći raznovrsne problemske zadatke koji odgovaraju potrebama vaših učenika?

Tabela 11 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 10

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Veoma izazovno	19	12,67%
Prilično izazovno	66	44%
Povremeno izazovno	22	14,67%
Nije izazovno	43	28,66%
UKUPNO	150	100%

Histogram 10 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 10



Prema podacima najveći broj učitelja (44%) smatra da je prilično izazovno pronaći raznovrsne problemske zadatke koji odgovaraju potrebama učenika. Ovaj odgovor ukazuje na to da iako postoji određena ponuda zadataka, od učitelja se očekuje da ulože značajan trud u prilagođavanje materijala kako bi on bio primjenjiv i koristan za učenike.

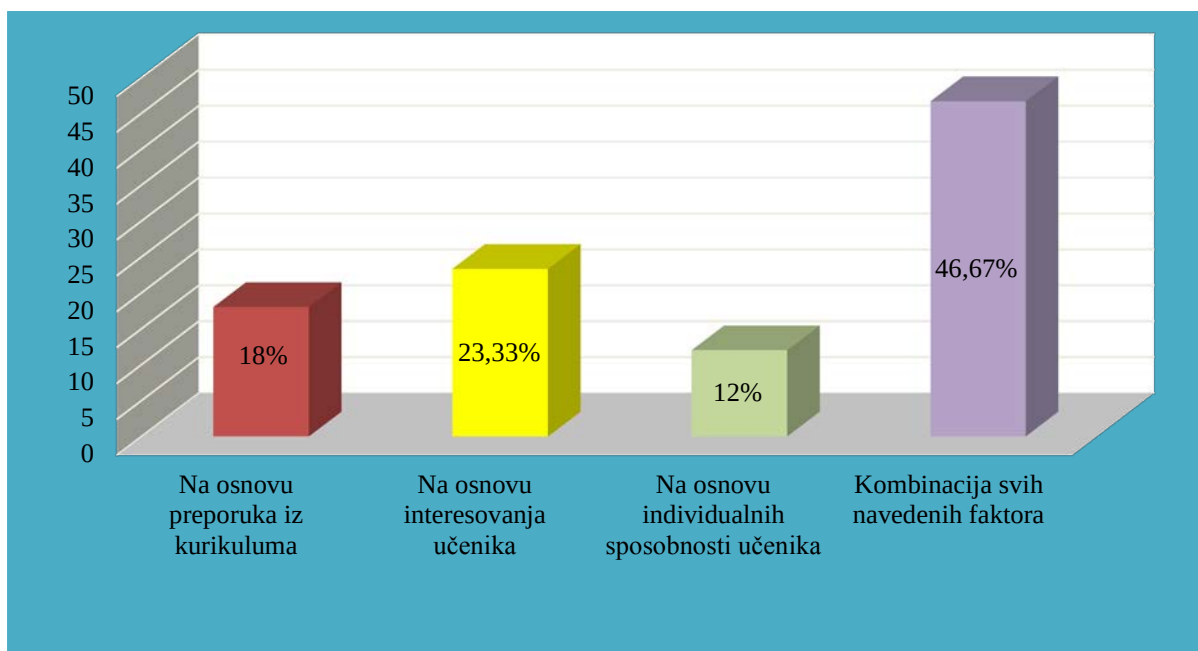
Sa druge strane, 28,66% učitelja navodi da nije izazovno pronaći zadatke, što može značiti da već imaju razvijene resurse i metode za selektovanje zadataka koji odgovaraju potrebama učenika. Međutim, 12,67% učitelja smatra da je veoma izazovno pronaći odgovarajuće zadatke, što ukazuje na moguće poteškoće u dostupnosti kvalitetnih i adekvatnih zadataka ili potrebu za većom kreativnošću i angažmanom prilikom njihovog odabira. Ukupno 14,67% učitelja smatra da povremeno nailaze na izazove pri pronalaženju zadataka, što može ukazivati na situacije kada zadaci nijesu u potpunosti usklađeni sa trenutnim potrebama učenika ili sa specifičnostima određenih nastavnih jedinica.

11. Na koji način odlučujete koji tip problemskih zadataka će biti uključen u dodatnu nastavu?

Tabela 12 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 11

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Na osnovu preporuka iz kurikuluma	27	18%
Na osnovu interesovanja učenika	35	23,33%
Na osnovu individualnih sposobnosti učenika	18	12%
Kombinacija svih navedenih faktora	70	46,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 11 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 11



Na osnovu podataka iz tabele 12 i histograma 11, možemo uočiti da najveći broj učitelja (46,67%) koristi kombinaciju svih navedenih faktora pri odlučivanju koji tip problemskih zadataka će biti uključen u dodatnu nastavu matematike. Ovo ukazuje da učitelji nastoje da uzmu u obzir više aspekata, poput preporuka iz kurikuluma, interesovanja učenika, kao i individualnih sposobnosti, kako bi osigurali da zadaci budu relevantni i izazovni za sve učenike. Kada se posmatraju ostali odgovori, 23,33% učitelja odlučuje na osnovu

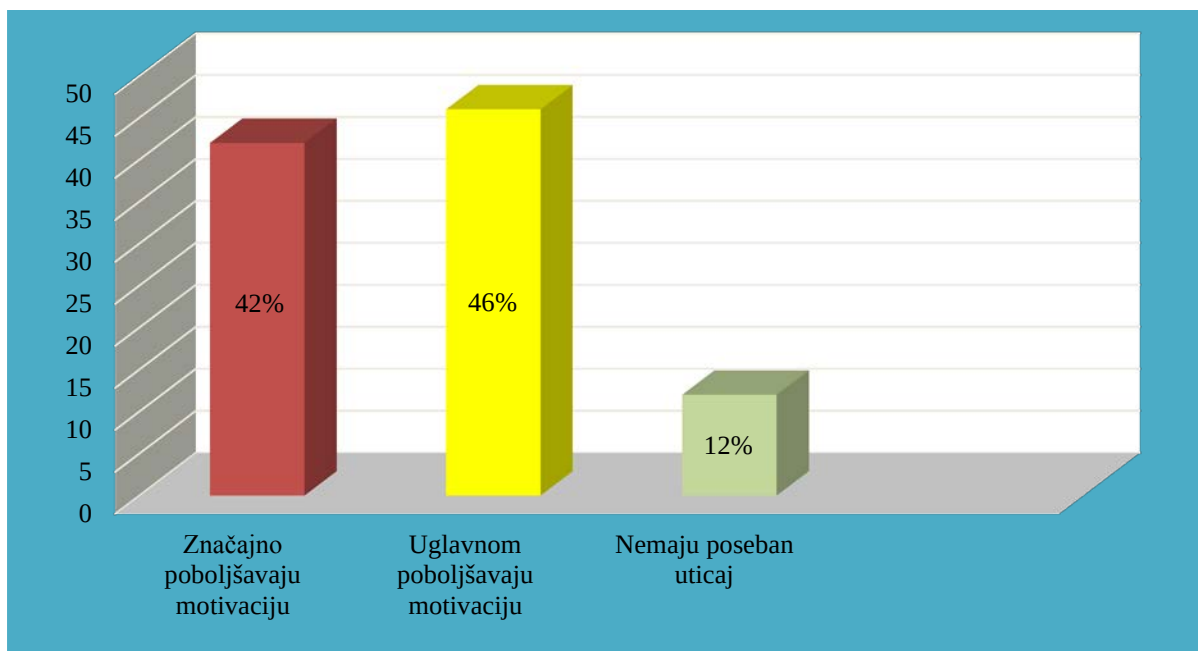
interesovanja učenika, što ukazuje na njihovu tendenciju da zadatke prilagode potrebama i interesovanjima učenika kako bi poboljšali angažovanost.

12. Kakav efekat, prema vašem mišljenju, imaju raznovrsni problemski zadaci na motivaciju učenika?

Tabela 13 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 12

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Značajno poboljšavaju motivaciju	63	42%
Uglavnom poboljšavaju motivaciju	69	46%
Nemaju poseban uticaj	18	12%
UKUPNO	150	100%

Histogram 12 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 12



Na osnovu podataka, većina učitelja smatra da raznovrsni problemski zadaci imaju pozitivan efekat na motivaciju učenika. Prema odgovorima učitelja, 46% njih smatra da zadaci uglavnom poboljšavaju motivaciju, dok 42% ističe da značajno poboljšavaju motivaciju. Ovi rezultati ukazuju na to da problemski zadaci mogu značajno uticati na angažman i interesovanje učenika, čineći nastavu dinamičnijom i izazovnijom. Međutim, i

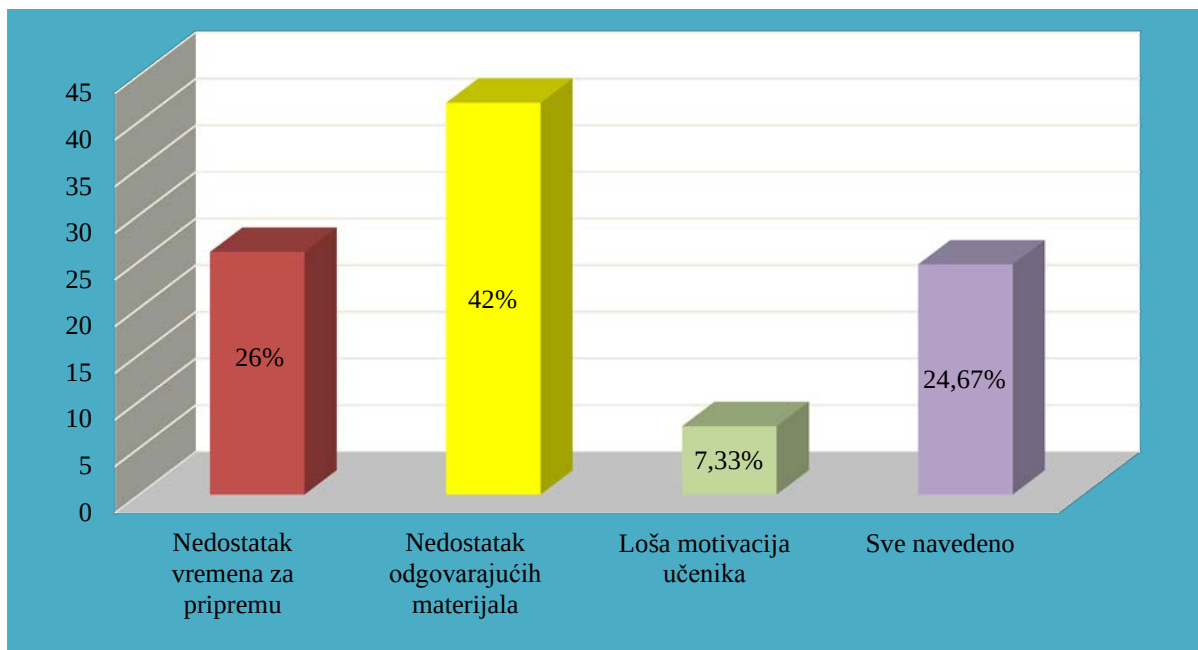
dalje postoji manji broj učitelja (12%) koji smatraju da problemski zadaci nemaju poseban uticaj na motivaciju učenika.

13. Koje su glavne prepreke u primjeni raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?

Tabela 14 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 13

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Nedostatak vremena za pripremu	39	26%
Nedostatak odgovarajućih materijala	63	42%
Loša motivacija učenika	11	7,33%
Sve navedeno	37	24,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 13 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 13



Analizirajući podatke, može se uočiti da najveći broj učitelja (42%) smatra da je nedostatak odgovarajućih materijala glavna prepreka u primjeni raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi. Ovaj odgovor ukazuje na to da učitelji suočavaju sa izazovima u vezi sa dostupnošću adekvatnih resursa koji bi podržali efikasnu implementaciju problemskih zadataka. Takođe, 26% učitelja navodi nedostatak vremena za pripremu kao prepreku, što

može ukazivati na potrebu za boljim planiranjem i organizacijom vremena u nastavi kako bi se efikasno koristili problemi u vaspitno-obrazovnom procesu. Međutim, 24,67% učitelja navodi da su **sve** navedene prepreke prisutne, što pokazuje da se problemi u primjeni problemskih zadataka mogu akumulirati i povezivati, stvarajući dodatne izazove u nastavi.

14. Šta biste promijenili u svojoj trenutnoj praksi kako bi problemski zadaci bili efikasniji za učenike?

- Prilagoditi složenost zadataka sposobnostima svakog učenika.
- Podsticati učenike da rješavaju zadatke u paru za bolju razmjenu ideja.
- Uključiti zadatke koji imaju primjenu u svakodnevnom životu.
- Postaviti vremenska ograničenja za brže razmišljanje i fokus.
- Koristiti grafike i dijagrame kako bi zadaci bili razumljiviji.
- Jasno definisati što se želi postići kroz rješavanje problema.
- Pružiti povratne informacije odmah nakon rješavanja zadatka.
- Pretvoriti zadatke u igru kako bi postali zanimljiviji.
- Postavljati pitanja koja podstiču učenike da sami dođu do odgovora.
- Podstaknuti učenike da reflektuju na svoja rješenja i analiziraju vlastite greške.

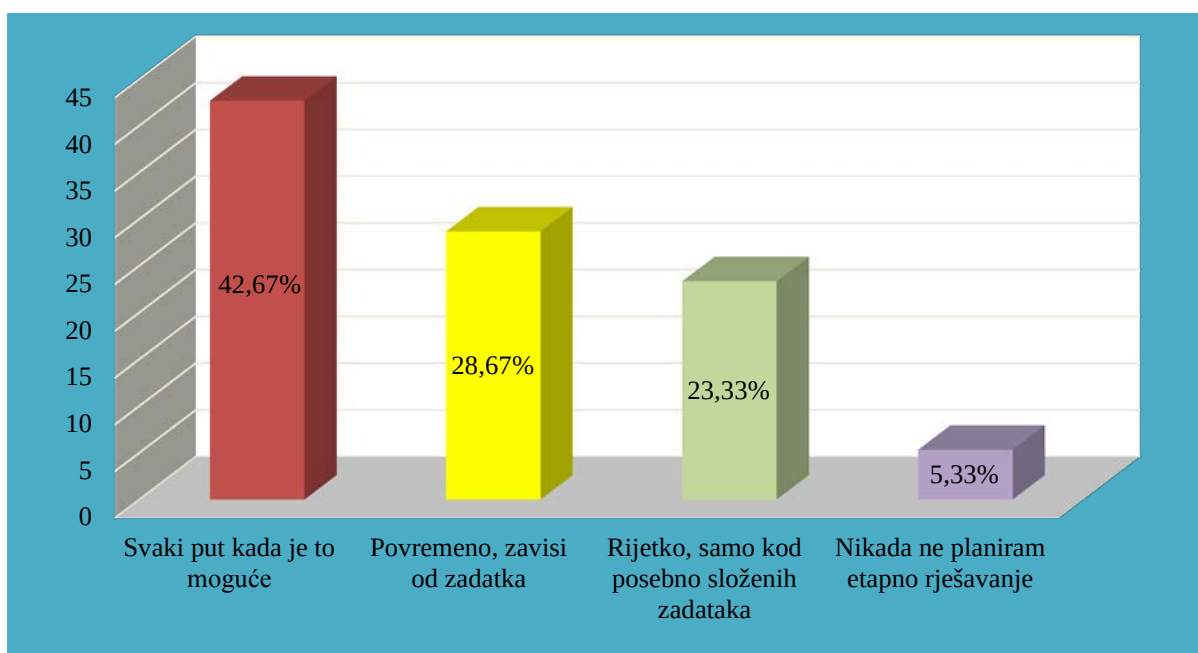
Učitelji prepoznaju potrebu za personalizovanim pristupom učenicima kako bi problemski zadaci bili efikasniji. Ključni su predlozi poput prilagođavanja složenosti zadataka sposobnostima učenika, primjene zadataka iz svakodnevnog života i upotrebe vizuelnih pomagala, što pomaže boljem razumijevanju. Takođe, grupni rad i vremenska ograničenja motivišu učenike, dok povratne informacije i postavljanje izazovnih pitanja omogućavaju dublje razumijevanje i analizu grešaka. Ove promjene naglašavaju važnost angažovanja učenika i njihovu motivaciju, čime se postiže veći uspjeh u matematičkom učenju.

15. Koliko često planirate etapno rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?

Tabela 15 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 15

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Svaki put kada je to moguće	64	42,67%
Povremeno, zavisi od zadatka	43	28,67%
Rijetko, samo kod posebno složenih zadataka	35	23,33%
Nikada ne planiram etapno rješavanje	8	5,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 15 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 15



Prema podacima, većina učitelja (42,67%) planira etapno rješavanje problemskih zadataka svaki put kada je to moguće. Ovaj podatak ukazuje na to da učitelji prepoznaju važnost strukturiranog pristupa rješavanju problema, koji omogućava učenicima da se postepeno suočavaju sa zadatkom, čime se povećava razumijevanje i smanjuje mogućnost frustracije. Pored toga, 28,67% učitelja povremeno primjenjuje ovu tehniku, zavisno od zadatka, što ukazuje da postoji fleksibilnost u pristupu. Ova fleksibilnost može biti korisna jer ne svi

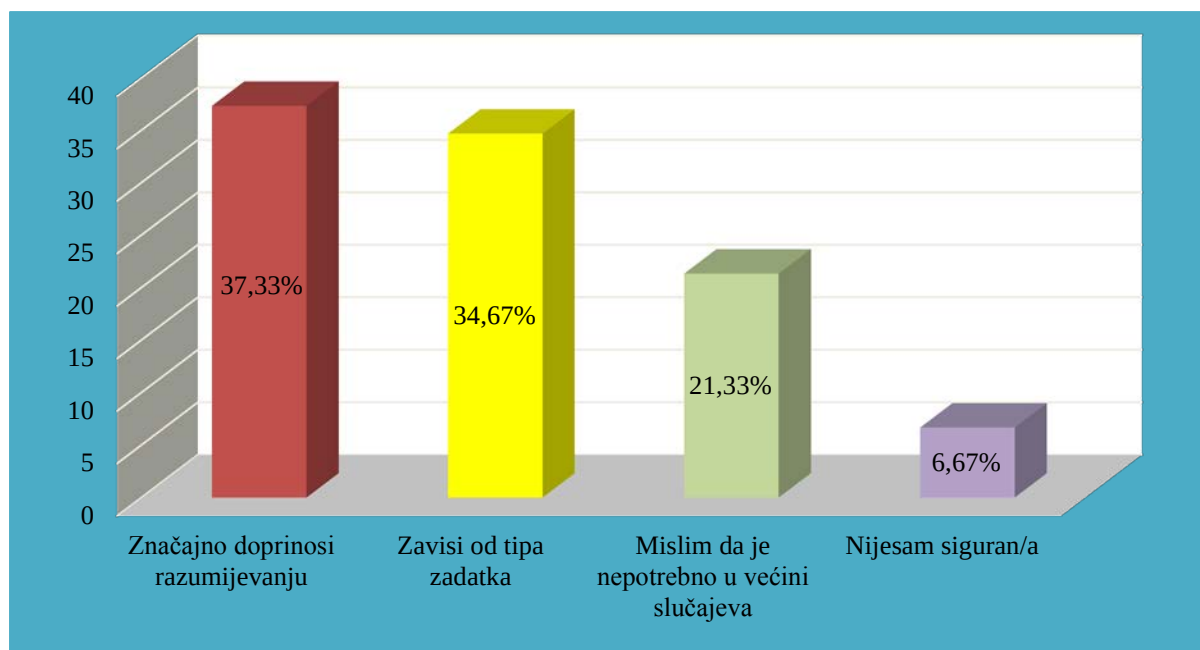
zadaci zahtijevaju isti nivo razlaganja, a učitelji mogu prilagoditi metodologiju prema specifičnostima svakog zadatka.

16. Smatrate li da etapno rješavanje problemskih zadataka poboljšava razumijevanje učenika?

Tabela 16 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 16

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Značajno doprinosi razumijevanju	56	37,33%
Zависи od tipa zadatka	52	34,67%
Mislim da je nepotrebno u većini slučajeva	32	21,33%
Nijesam siguran/a	10	6,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 16 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 16



Prema podacima, većina učitelja (37,33%) smatra da etapno rješavanje problemskih zadataka značajno doprinosi razumijevanju učenika. Ovo ukazuje da etapno razlaganje zadatka u više manjih koraka može pomoći učenicima da bolje shvate proces rješavanja problema i razviju dublje razumijevanje matematičkih koncepata. Sa druge strane, 34,67%

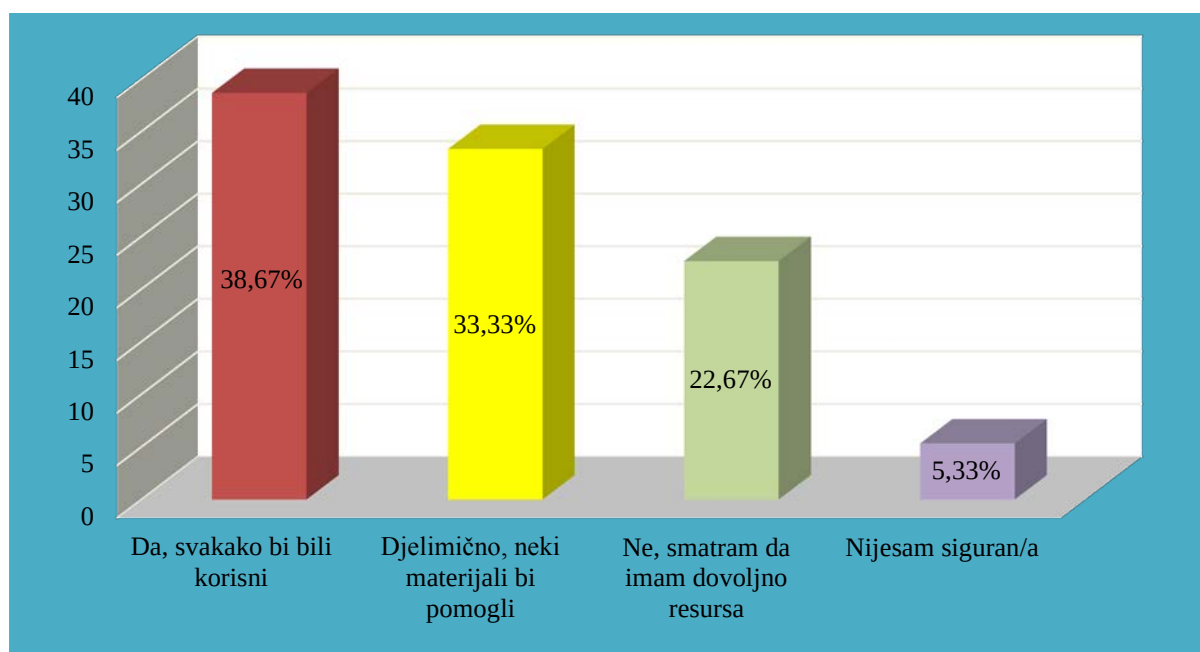
učitelja smatra da efikasnost etapnog rješavanja zavisi od tipa zadatka, što ukazuje na to da neki zadaci zahtijevaju detaljnije razlaganje, dok drugi mogu biti riješeni bez potrebe za dodatnim fazama.

17. Da li vam je potrebno više resursa ili obuka kako biste bolje primijenili etapno rješavanje problemskih zadataka?

Tabela 17 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 17

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Da, svakako bi bili korisni	58	38,67%
Djelimično, neki materijali bi pomogli	50	33,33%
Ne, smatram da imam dovoljno resursa	34	22,67%
Nijesam siguran/a	8	5,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 17 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 17



Na osnovu podataka, većina učitelja (38,67%) smatra da bi dodatni resursi ili obuka "svakako bili korisni" za efikasnije primjenjivanje etapnog rješavanja problemskih zadataka. Ovi odgovori ukazuju da učitelji prepoznaju vrijednost dodatne podrške u obliku materijala

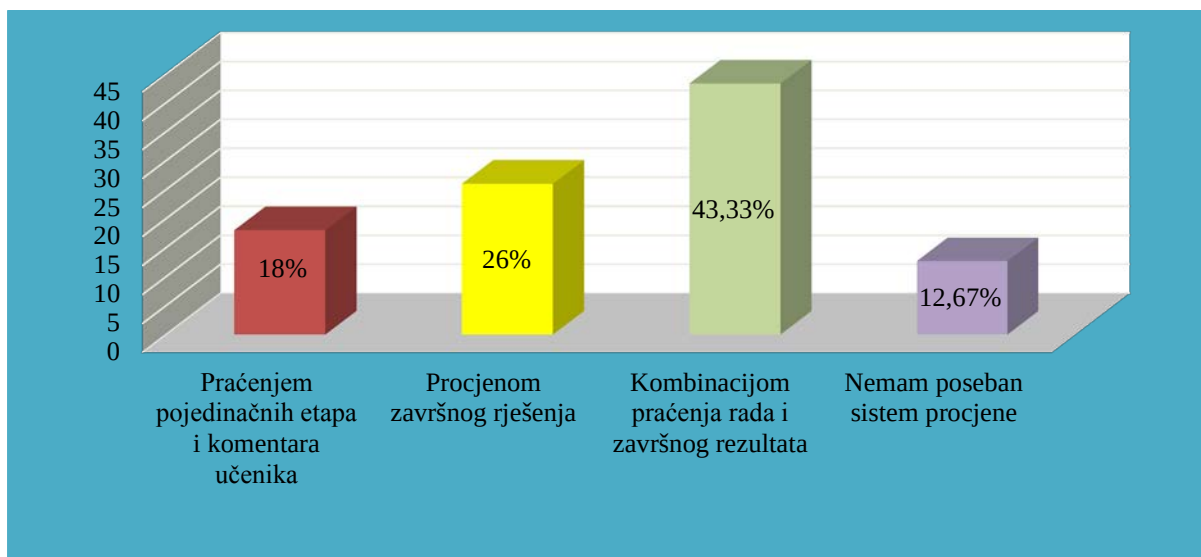
ili obuke kako bi unaprijedili svoje metode i tehnike u nastavi. S druge strane, 22,67% učitelja smatra da trenutno imaju dovoljno resursa, što može ukazivati na visoku efikasnost postojećih materijala i obuke u njihovoj praksi. Ovaj odgovor takođe može značiti da su učitelji već samostalni u svojoj primjeni metodologije, pa ne smatraju da su im dodatni resursi potrebni.

18. Na koji način procjenjujete napredak učenika tokom etapnog rješavanja zadataka?

Tabela 18 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 18

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Praćenjem pojedinačnih etapa i komentara učenika	27	18%
Procjenom završnog rješenja	39	26%
Kombinacijom praćenja rada i završnog rezultata	65	43,33%
Nemam poseban sistem procjene	19	12,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 18 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 18



Na osnovu podataka, može se primijetiti da većina učitelja procjenjuje napredak učenika tokom etapnog rješavanja problemskih zadataka kombinovanjem različitih metoda. Najveći broj učitelja, tačnije 43,33%, koristi pristup koji uključuje praćenje kako rada učenika kroz

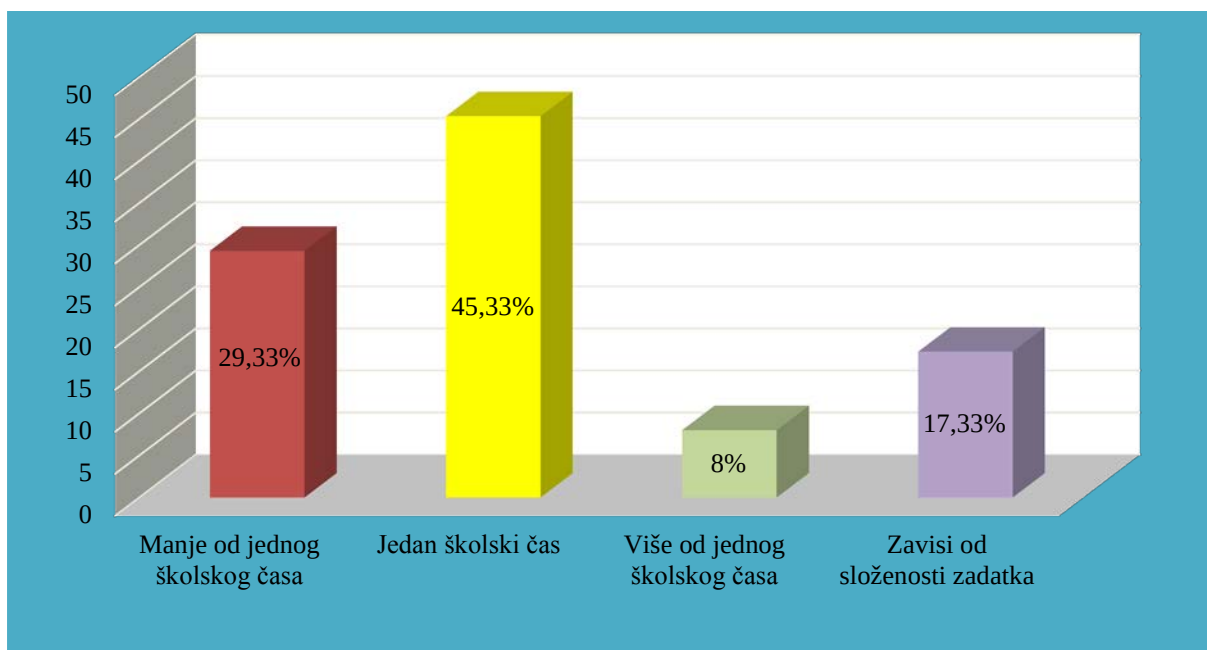
svaku etapu, tako i konačnog rezultata zadatka. Ovaj pristup omogućava sveobuhvatnu procjenu, jer se učitelji fokusiraju ne samo na krajnje rješenje, već i na proces razmišljanja tokom rješavanja zadatka. Sa druge strane, 26% učitelja se odlučuje za procjenu završnog rješenja kao glavnu mjeru napretka, što može ukazivati na to da smatraju da je krajnji rezultat najvažniji pokazatelj uspjeha.

19. Koliko vremena obično izdvajate za rješavanje jednog problemskog zadatka u etapama?

Tabela 19 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 19

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Manje od jednog školskog časa	44	29,33%
Jedan školski čas	68	45,33%
Više od jednog školskog časa	12	8%
Zavisi od složenosti zadatka	26	17,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 19 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 19



Na osnovu podataka, većina učitelja, tačnije 45,33%, navodi da obično izdvajaju jedan školski čas za rješavanje problemskog zadatka u etapama. Ovaj odgovor ukazuje da je vremenski okvir jednog časa najčešće odgovarajući za obavljanje zadatka kroz različite faze

razmišljanja i rješavanja, što omogućava učenicima da temeljno razmotre problem i postepeno dolaze do rješenja. Međutim, 29,33% učitelja navodi da obično troše manje od jednog školskog časa, što ukazuje na to da im je možda potrebno manje vremena da obrade lakše zadatke ili da koriste efikasnije metode koje skraćuju vrijeme rješavanja. S druge strane, manji broj učitelja (17,33%) navodi da vrijeme za rješavanje zavisi od složenosti zadatka, što znači da oni mogu prilagoditi vrijeme prema zahtjevnosti problema.

20. Koje strategije koristite za motivisanje učenika da aktivno učestvuju u etapnom rješavanju zadataka?

- Postavljam kratkoročne ciljeve za svaku etapu, što učenicima olakšava da se fokusiraju i dobiju osjećaj postignuća.
- Koristim poene ili značke za svaku uspješno završenu etapu, čime zadatak postaje zabavniji i takmičarski.
- Biram zadatke koji imaju primjenu u stvarnom životu kako bi se učenici više zainteresovali za rješavanje.
- Učenicima dopuštam da sami biraju redoslijed koraka, što im omogućava da razviju osjećaj vlasništva nad procesom.
- Podstičem rad u malim grupama gdje učenici međusobno pomažu jedni drugima u svakoj etapi.
- Organizujem manje izazove unutar svakog koraka zadatka, što učenicima daje dodatni razlog da se potrudu.
- Svaka uspješno završena etapa donosi pohvalu ili manju nagradu, što podstiče učenike da nastave do kraja.
- Koristim grafičke prikaze ili postere koji prate napredak kroz etape, kako bi učenici mogli vidjeti svoj napredak.
- Uvodim zadatak kao dio zanimljive priče, gdje svaka etapa predstavlja jedan korak ka rješavanju „misterije“.
- Postavljam pitanja tokom svake etape kako bih motivisala učenike da kritički razmišljaju o svom napretku.

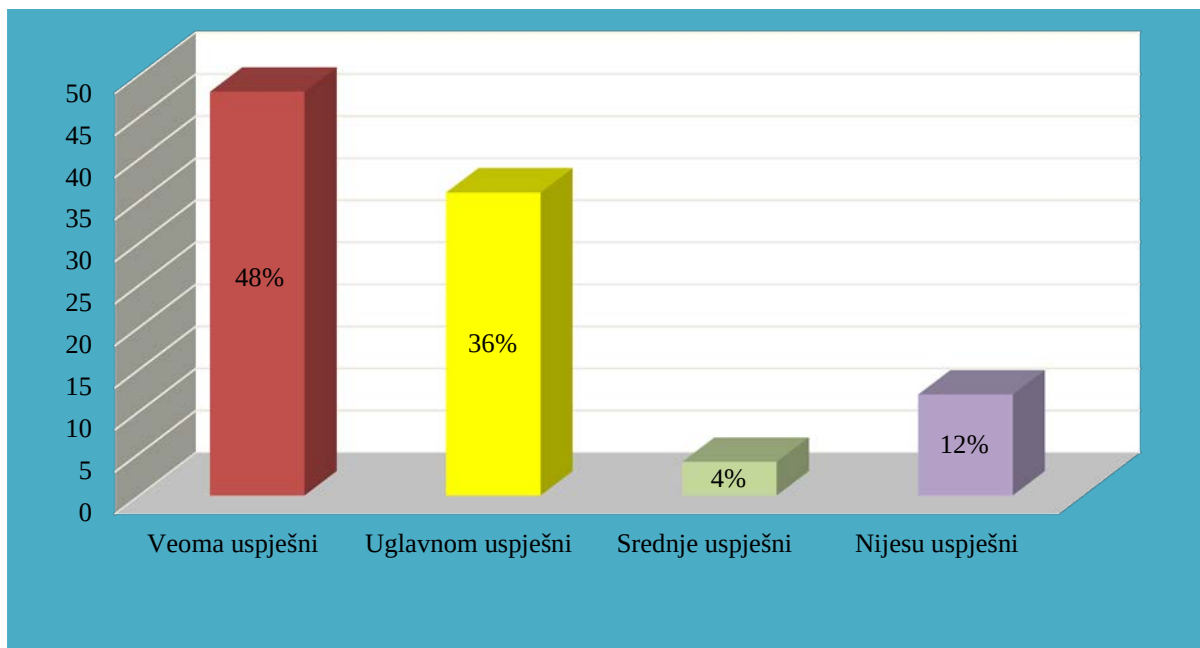
Na osnovu strategija koje učitelji koriste za motivisanje učenika da aktivno učestvuju u etapnom rešavanju zadataka, može se primijetiti da se najviše oslanjaju na kombinaciju gamifikacije, postavljanja ciljeva, i angažovanja učenika kroz relevantne i izazovne zadatke. Postavljanjem kratkoročnih ciljeva za svaku etapu učenicima se omogućava da lakše prate svoj napredak i osjete postignuće, što je ključ za povećanje motivacije. Uvođenjem poena i manjih nagrada dodatno se podstiče takmičarski duh, dok istovremeno održava zabavan element u učenju. Zadaci sa primjenom u stvarnom životu pomažu učenicima da povežu teorijsko znanje sa praktičnim situacijama, što povećava njihovu zainteresovanost. Dajući učenicima mogućnost da biraju redoslijed koraka u rešavanju zadatka, razvija se njihov osjećaj odgovornosti i kontrole nad procesom. Kroz rad u malim grupama, učenici međusobno pomažu, što doprinosi jačanju njihovih socijalnih i komunikacionih vještina.

21. Kako ocjenjujete uspješnost učenika u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave matematike?

Tabela 20 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 21

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Veoma uspješni	72	48%
Uglavnom uspješni	54	36%
Srednje uspješni	6	4%
Nijesu uspješni	18	12%
UKUPNO	150	100%

Histogram 21 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 21



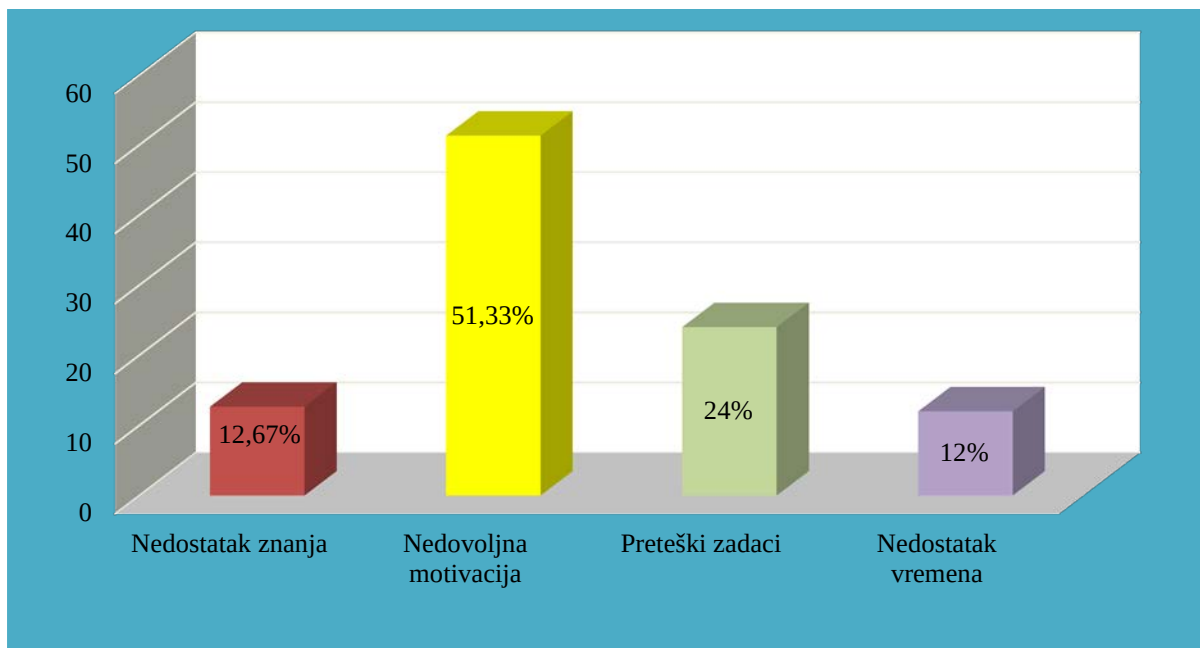
Na osnovu podataka, može se primijetiti da većina učitelja smatra da su učenici veoma uspješni u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave matematike. Tačnije, 48% učitelja ocjenjuje učenike kao "veoma uspješne", dok 36% smatra da su "uglavnom uspješni". Ovi podaci sugerišu da je dodatna nastava uspješna u postizanju pozitivnih rezultata kod većine učenika, što ukazuje na efikasnost pristupa i metodologije u nastavi. Međutim, postoji manji broj učitelja (12%) koji smatraju da učenici nijesu uspješni u rješavanju problemskih zadataka, a samo 4% ocjenjuje učenike kao "srednje uspješne".

22. Kada učenici ne uspijevaju da riješe problemske zadatke, šta smatrate glavnim razlogom?

Tabela 21 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 22

ODGOVORI	FREKVENCije	PROCENTUALNO
Nedostatak znanja	19	12,67%
Nedovoljna motivacija	77	51,33%
Preteški zadaci	36	24%
Nedostatak vremena	18	12%
UKUPNO	150	100%

Histogram 22 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 22



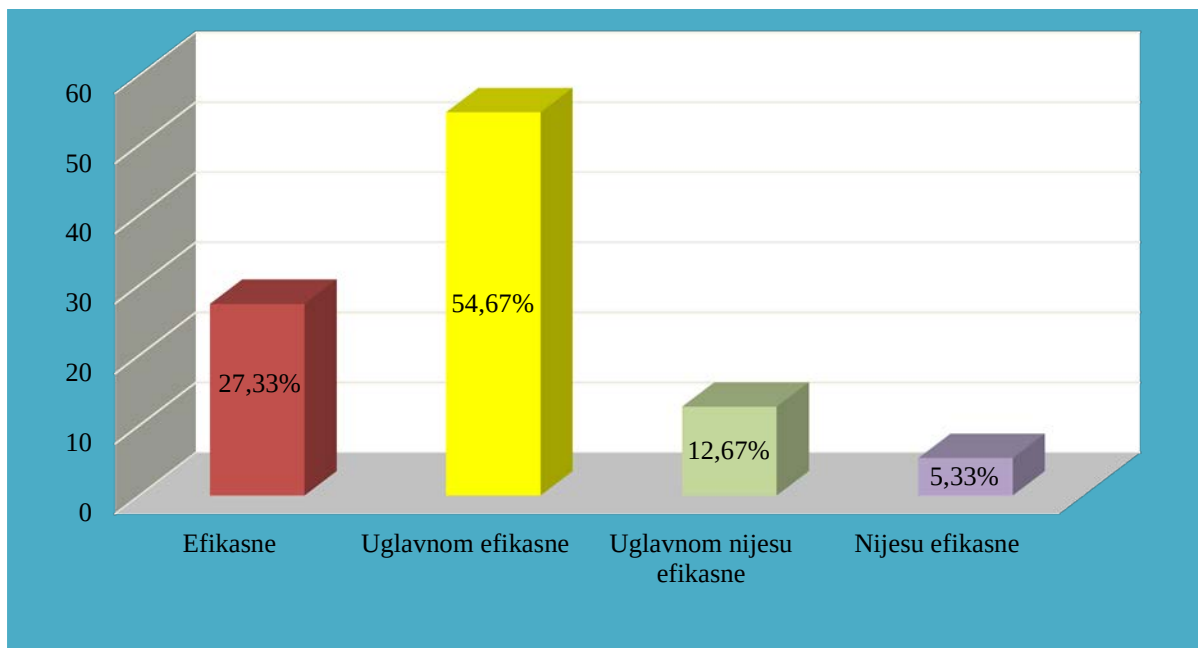
Rezultati ukazuju na to da većina učitelja smatra da je nedovoljna motivacija glavni razlog zašto učenici ne uspijevaju da riješe problemske zadatke. Naime, čak 51,33% učitelja označava ovaj faktor kao najvažniji, što ukazuje na potrebu za većim angažmanom u motivaciji učenika i stvaranju zanimljivijih i izazovnijih zadataka. Nedostatak znanja i preteški zadaci su također značajni faktori, ali ih samo 12,67% i 24% učitelja vide kao glavni uzrok neuspjeha. Ovo ukazuje na to da bi učitelji mogli da se fokusiraju na prilagođavanje zadataka nivou znanja učenika kako bi im se olakšao uspješan rad.

23. Kakvo je vaše mišljenje o primjeni različitih strategija rješavanja problemskih zadataka u nastavi?

Tabela 22 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 23

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Efikasne su	41	27,33%
Uglavnom su efikasne	82	54,67%
Uglavnom nijesu efikasne	19	12,67%
Nijesu efikasne	8	5,33%
UKUPNO	150	100%

Histogram 23 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 23



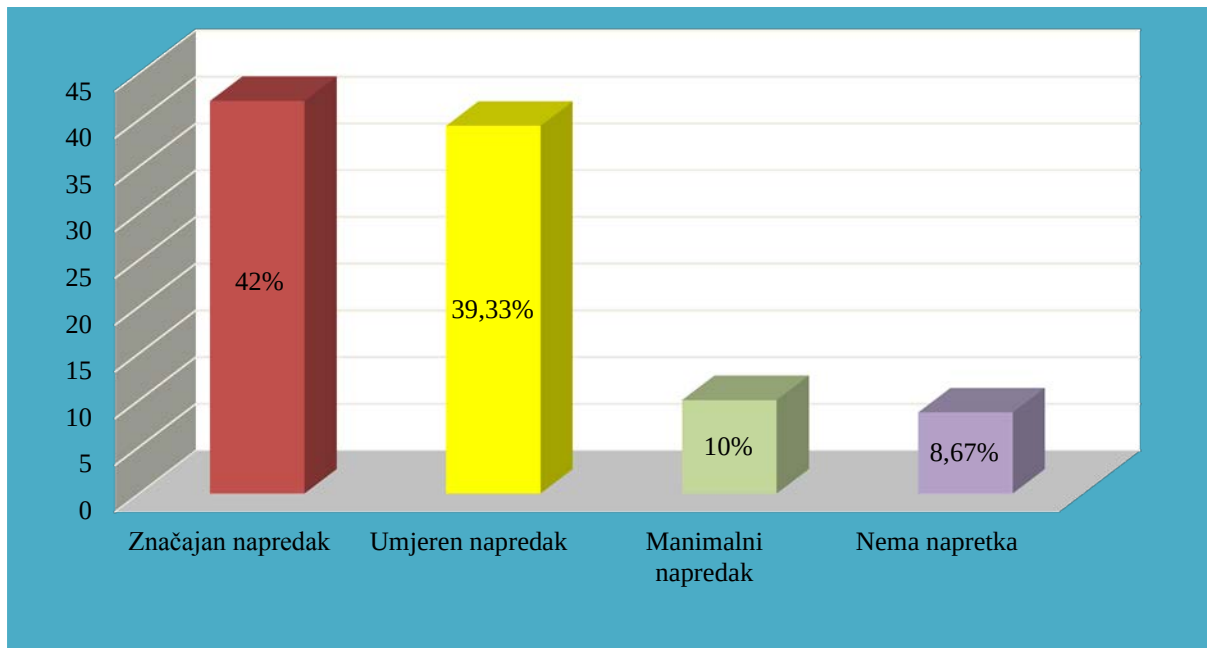
Na osnovu podataka, većina učitelja smatra da su različite strategije za rješavanje problemskih zadataka uglavnom efikasne. Tačnije, 54,67% učitelja smatra da su ove strategije "uglavnom efikasne", dok 27,33% smatra da su "efikasne". Ovo ukazuje na to da većina nastavnika prepoznaje pozitivne rezultate primjene strategija u nastavi, jer ovakve metode omogućavaju učenicima da razvijaju kritičko mišljenje i bolje razumijevanje matematike. Međutim, postoji i manji broj učitelja (12,67%) koji smatraju da strategije uglavnom nijesu efikasne, dok 5,33% njih smatra da ove metode nijesu efikasne uopšte.

24. Kako procjenjujete napredak učenika u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave?

Tabela 23 – Tabelarni prikaz odgovora učitelja na pitanje 24

ODGOVORI	FREKVENCIJE	PROCENTUALNO
Značajan napredak	63	42%
Umjeren napredak	59	39,33%
Minimalni napredak	15	10%
Nema napretka	13	8,67%
UKUPNO	150	100%

Histogram 24 – Grafički prikaz odgovora učitelja na pitanje 24



Na osnovu podataka, većina učitelja procjenjuje da učenici postižu značajan (42%) ili umjeren (39,33%) napredak u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave matematike. Ovi podaci ukazuju na to da dodatna nastava ima pozitivan efekat na napredak učenika, posebno u smislu poboljšanja njihovih sposobnosti u rješavanju matematičkih problema. Međutim, postoji i manji broj učenika koji pokazuju minimalni (10%) ili nikakav napredak (8,67%) tokom nastave, što može ukazivati na potrebu za daljim unapređenjem metoda ili prilagođavanjem zadataka različitim nivoima sposobnosti učenika. Takođe, ovo može ukazivati na potrebu za većim angažovanjem učenika, boljim motivacijama ili dodatnim resursima koji će pomoći učenicima da prevaziđu prepreke u učenju.

25. Šta mislite, da li je potrebno prilagoditi način rješavanja zadataka kako bi učenici bili uspješniji?

- Da, smatram da je važno prilagoditi zadatke kako bi se uvažile različite sposobnosti učenika i njihov način razmišljanja.
- Da, mislim da je potrebno koristiti različite pristupe i metodologije koje uključuju igru, vizualizaciju i praktične primjere kako bi učenici lakše razumjeli gradivo.

- Da, prilagođavanje zadatka omogućava učenicima da se osjećaju sigurnije i motivisanije da riješe probleme, jer se povezuju sa stvarnim životom.
- Da, prilagođeni zadaci koji se temelje na konkretnoj primjeni matematičkih koncepata pomažu učenicima da se lakše povežu sa sadržajem i steknu dublje razumijevanje.
- Da, važno je davati zadatke u etapama, s obzirom na to da učenici brže savladaju gradivo kada imaju jasne korake do cilja.
- Da, mislim da je važno koristiti zadatke sa različitim nivoima težine, kako bi učenici, zavisno od sposobnosti, bili izazvani i motivisani da napreduju.
- Da, omogućavanje učenicima da biraju zadatke prema svojim interesovanjima pomaže im da se osjećaju odgovornije i motivisano u procesu učenja.

Na osnovu izjava učitelja o prilagođavanju zadatka, može se uočiti da je većina saglasna da je prilagodba neophodna kako bi učenici postigli bolje rezultate. Prilagođavanje zadataka prema sposobnostima učenika smatra se ključnim za njihovo uspješno rješavanje. Različite metodologije, kao što su igre, vizuelizacija i praktični primjeri, spominju se kao značajni alati za olakšavanje razumijevanja gradiva. Učitelji, takođe, ističu važnost davanja zadataka u etapama, jer omogućava učenicima da lakše savladaju gradivo i osvoje svaku fazu učenja, čime postaju sigurniji i motivisaniji. Pored toga, korišćenje zadataka sa različitim nivoima težine omogućava učenicima da se suoče s izazovima koji su u skladu sa njihovim sposobnostima. Takođe, pružanje učenicima mogućnosti da biraju zadatke prema svojim interesovanjima pomaže u povećanju njihove odgovornosti i motivacije za učenjem. Ovaj pristup ne samo da doprinosi boljoj motivaciji, već i podstiče učenike da se aktivno angažuju u svom procesu učenja.

2.2. Rezultati dobijeni intervjuisanjem učitelja

Kako bismo bolje razumjeli iskustva i stavove učitelja prema planiranju i sprovođenju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, organizovali smo diskusije sa četiri fokus grupe od po deset učitelja. Na osnovu tih razgovora, identifikovali smo glavne teme i obrasce u njihovim odgovorima.

- **Planiranje realizacije problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**

Razumijevanje stavova učitelja prema planiranju i realizaciji problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike ključno je za uspješno unapređenje pedagoških pristupa. Istraživanje ovih stavova omogućava identifikaciju prepreka s kojima se učitelji suočavaju, kao i uvida u njihove potrebe za podrškom i obukom. Analiza njihovih stavova može pomoći u prilagođavanju nastavnih planova i programa kako bi se osiguralo da učitelji imaju resurse i metodološke alate potrebne za efektivno integrisanje problemskih zadataka.

O tome kako odlučuju koje problemske zadatke da uključuju u planiranje dodatne nastave matematike, i koje faktore smatraju ključnim u tom procesu, izdvajamo sljedeće odgovore učitelja:

- Nivo težina zadatka – zadaci koji su izazovni da stimulišu (30%).
- Povezanost sa životnim situacijama – povezivanje zadataka sa stvarnim životom (22,5%).
- Primjena zadataka koji omogućavaju različite pristupe rješenju (20%).
- Razumijevanje prethodnog gradiva – povezivanje novih sa prethodnim zadacima (12,5%).
- Različiti tipovi zadataka – pokrivanje širokog spektra matematičkih tema (10%).
- Evaluacija učenčkih sposobnosti – procjenjivanje koliko su učenici napredovali (5%).

U procesu planiranja dodatne nastave matematike učitelji najviše pažnje posvećuju izazovnosti zadataka, jer je ključno da oni stimulišu učenike na razmišljanje, ali da nijesu previše teški da bi obeshrabrili njihove napore. Povezivanje zadataka sa stvarnim životom takođe je od značaja, jer učenicima omogućava da shvate praktičnu primjenu matematike u svakodnevnim situacijama, čime se povećava njihova motivacija. Učitelji takođe preferiraju zadatke koji omogućavaju različite pristupe rješenju, jer to doprinosi razvoju kritičkog i kreativnog mišljenja učenika. Pored toga, važno im je da zadaci budu povezani sa prethodnim gradivom kako bi učenici mogli da konsoliduju naučeno i shvate kako novi koncepti

nadograđuju prethodne. Takođe, učitelji nastoje da obuhvate širok spektar matematičkih tema, što omogućava učenicima da razvijaju sveobuhvatan pogled na matematiku. Manji, ali značajan faktor je i procjena napretka učenika, jer učitelji koriste zadatke da procjene stepen savladanosti gradiva i prilagode nastavne aktivnosti potrebama učenika.

O tome kako prilagođavaju nivo težine problemskih zadataka različitim grupama učenika u dodatnoj nastavi matematike, naši ispitanici su naveli sljedeće:

- Razlikovanje u brzini usvajanja gradiva – neki učenici brže savladavaju gradivo (32,5%).
- Obezbeđivanje dodatnih resursa za pomoć (27,5%).
- Kreiranje zadataka na više nivoa (20%).
- Pružanje mogućnosti za samostalno rješavanje (15%).
- Praćenje napretka i fleksibilno prilagođavanje (5%).

U analizi odgovora naših ispitanika na pitanje o prilagođavanju nivoa težine problemskih zadataka različitim grupama učenika u dodatnoj nastavi matematike, možemo primijetiti nekoliko ključnih strategija koje učitelji koriste kako bi zadovoljili potrebe svojih učenika.

Prvi odgovor, koji je najčešće pominjan (32,5%), odnosi se na razlikovanje u brzini usvajanja gradiva. Učitelji prepoznaju da različiti učenici usvajaju matematičke pojmove različitim tempom, pa stoga zadatke prilagođavaju u skladu sa tim. Ova strategija omogućava da učenici koji brže savladavaju gradivo dobiju izazovnije zadatke, dok oni koji se sporije prilagođavaju imaju dovoljno vremena da vježbaju osnovne vještine.

Zatim, obezbjeđivanje dodatnih resursa za pomoć (27,5%) predstavlja važan element u procesu. Korišćenje dodatnih materijala ili resursa, kao što su vodiči, tutorijali ili interaktivni zadaci, omogućava učiteljima da pruže podršku onim učenicima koji ima poteškoća sa razumijevanjem određenih matematičkih pojmova.

Kreiranje zadataka na više nivoa (20%) takođe je bitan pristup. Ova strategija se koristi kako bi se omogućilo učenicima da se suoče sa izazovima koji odgovaraju njihovom trenutnom nivou razumijevanja, ali i da postepeno pređu na složenije zadatke. Takođe, pružanje mogućnosti za samostalno rješavanje (15%) daje učenicima priliku da razvijaju svoju sposobnost kritičkog mišljenja i rješavanja problema bez stalne pomoći učitelja. Samostalno rješavanje omogućava učenicima da uče iz svojih grešaka i da samostalno dolaze do rješenja.

Praćenje napretka i fleksibilno prilagođavanje (5%) predstavlja kontinuirani proces koji omogućava učiteljima da prepoznaju napredak svakog učenika i da po potrebi prilagode zadatke. Fleksibilnost u pristupu i stalno prilagođavanje zadataka učenicima je ključna za postizanje boljih rezultata u nastavi.

O tome na koji način ocjenjuju uspješnost realizacije problemskih zadataka u dodatnoj nastavi, naši ispitanici su naveli sljedeće:

- Praćenje napretka učenika kroz njihove odgovore (35%).
- Uzima se u obzir razumijevanje ključnih matematičkih pojmova (27,5%).
- Evaluacija angažovanja učenika (20%).
- Vrijeme potrebno za rješavanje problemskog zadatka (10%).
- Obraća se pažnja na grupnu dinamiku i međusobnu pomoć među učenicima (7,5%).

Prema odgovorima, učitelji daju poseban značaj praćenju napretka učenika kroz njihove odgovore, što je najčešće pominjan kriterijum (35%). Ovo ukazuje da učitelji aktivno prate kako učenici rješavaju zadatke i koriste njihove odgovore kao pokazatelj nivoa razumijevanja matematičkih pojmova i vještina rješavanja problema. Drugi bitan faktor je razumijevanje ključnih matematičkih pojmova (27,5%), što ukazuje na to da učitelji ne vrednuju samo tačnost rješenja, već i dublje razumijevanje osnovnih matematičkih koncepata.

Učitelji takođe vrednuju angažovanje učenika (20%), što se odnosi na to koliko su učenici aktivno uključeni u rad na zadacima, što je od posebnog značaja u kontekstu problemske nastave koja zahtijeva aktivnu participaciju učenika. Vrijeme potrebno za rješavanje zadatka (10%) takođe je uzeto u obzir, jer učitelji žele da procijene koliko učenici efikasno koriste svoje vještine rješavanja problema u datom vremenskom okviru. Grupna dinamika i međusobna pomoć među učenicima (7,5%) predstavljaju važan aspekt ocjenjivanja, jer u savremenoj nastavi grupni rad i saradnja mogu imati značajan uticaj na proces učenja, omogućavajući učenicima da razmjenjuju ideje i podržavaju se u rješavanju problema.

- **Planiranje realizacije raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**

Ispitivanje stavova učitelja prema planiranju i realizaciji raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike ima ključnu važnost iz nekoliko razloga. Prvo, učitelji imaju centralnu ulogu u oblikovanju iskustava učenika sa matematikom, te njihove odluke o vrsti zadataka koje uključuju direktno utiču na razvoj matematičkog mišljenja učenika. Razumijevanje njihovih stavova pomaže u identifikaciji faktora koji utiču na izbor zadataka, kao i na efikasnost primijenjenih metoda u nastavi. Učitelji, kao svakodnevni praktičari u učionici, najbolje mogu da ukažu na izazove sa kojima se susreću pri implementaciji problemskih zadataka.

O tome koji su ključni faktori koje uzimaju u obzir prilikom planiranja raznovrsnih problemskih zadataka za dodatnu nastavu matematike, naši ispitanici su naveli sljedeće:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Umjeravanje na kritičko mišljenje (45%).• Interaktivnost zadatka (30%).• Prilagođenost učenicima različitih sposobnosti (20%).• Fokus na rješavanje problema (5%). |
|---|

Analizirajući odgovore učitelja na pitanje o ključnim faktorima koji utiču na planiranje raznovrsnih problemskih zadataka za dodatnu nastavu matematike, može se uočiti nekoliko značajnih obrazaca. Prema navodima učitelja, najvažniji faktor je kritičko mišljenje, na kojem insistira 45% ispitanika. Ovo ukazuje na to da učitelji prepoznaju važnost zadataka koji ne samo da testiraju matematičke vještine, već i razvijaju sposobnost učenika da analiziraju, evaluiraju i donose zaključke na osnovu informacija.

Interaktivnost zadatka zauzima drugo mjesto sa 30% odgovora, što ukazuje na to da učitelji žele zadatke koji omogućavaju učenicima da aktivno učestvuju u procesu učenja, bilo kroz grupne diskusije, saradnju ili kroz direktnu interakciju sa zadatkom. Takođe, prilagođenost učenicima različitih sposobnosti (20%) pokazuje da učitelji nastoje osmisliti zadatke koji mogu da zadovolje različite nivoe znanja i sposobnosti u razredu. Fokus na rješavanje problema ima manji, ali još uvijek značajan udio (5%). Iako je ovaj

faktor manje izražen, on se i dalje smatra važnim, jer problemski zadaci imaju važnu ulogu u primjeni matematičkih teorija u stvarnim situacijama.

O tome kako procjenjuju efikasnost implementacije raznovrsnih problemskih zadataka u nastavi i na koji način prilagođavaju pristup ukoliko neki zadaci ne daju željene rezultate, naši ispitanici su naveli sljedeće:

- Praćenje reakcija učenika na zadatke (40%).
- Na osnovu tačnosti i kreativnosti odgovora (25%).
- Upotreba raznovrsnih metoda objašnjenja (20%).
- Refleksija i povratna informacija (10%).
- Ponavljanje zadataka sa varijacijama (5%).

Na osnovu stavova naših ispitanika, analiza efikasnosti implementacije raznovrsnih problemskih zadataka u nastavi pokazuje nekoliko ključnih faktora koji utiču na prilagođavanje nastave i njeno unapređenje. Prvi faktor, praćenje reakcija učenika na zadatke (40%), ukazuje na to da učitelji posebno pažljivo prate kako učenici reaguju na različite vrste zadataka. Ovaj pristup omogućava učiteljima da brzo uoče ako neki zadaci izazivaju teškoće ili ne izazivaju dovoljno angažovanja. Drugi faktor, tačnost i kreativnost odgovora (25%), oslanja se na procjenu kvaliteta rješenja koja učenici pružaju. Ova procjena omogućava učiteljima da uoče koliko su učenici razumjeli zadatak i koliko su sposobni da primijene kreativne pristupe za rješavanje problema. Treći faktor je upotreba raznovrsnih metoda objašnjenja (20%). Četvrti faktor, refleksija i povratna informacija (10%), ističe značaj povratnih informacija koje učitelji pružaju učenicima nakon realizacije zadataka. Refleksija omogućava učenicima da prepoznaju svoje greške i napreduju u rješavanju sličnih problema u budućnosti. Ponavljanje zadataka sa varijacijama (5%) ukazuje na to da učitelji mogu ponovo uputiti učenike na slične zadatke, ali sa promjenama koje omogućavaju lakši pristup rješenju ili pružaju dodatne izazove.

- **Planiranje etapnog rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**

Ispitivanje stavova učitelja prema etapnom rješavanju problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike može značajno doprinijeti unapređenju kvaliteta nastave. Na taj način se prikupljaju uvidi u načine na koje učitelji prilagođavaju nastavne procese, u skladu s različitim potrebama učenika. Takođe, ovo istraživanje pomaže da se prepoznaju izazovi sa kojima se učitelji suočavaju, kao i efikasne metode koje koriste za motivisanje i podršku učenicima u rješavanju složenijih zadataka. Razumijevanje stavova učitelja omogućava kreiranje praktičnih strategija koje mogu poboljšati angažovanje učenika i razvijanje njihovih vještina u rješavanju problemskih zadataka.

O tome koje konkretne korake obično planiraju prilikom etapnog rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, i kako prilagođavaju te korake kako bi bili razumljivi učenicima sa različitim nivoima predznanja, izdvajamo naredne kategorije odgovora naših ispitanika:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Identifikacija ključnih koraka – rješavanje zadataka po koracima (32,5%).• Upotreba slika da bi učenici lakše razumjeli zadatke (25%).• Omogućavanje vremena za razmjenu strategija između učenika (12,5%).• Postepeno povećavanje težine zadatka (10%).• Provjera razumijevanja zadatka poslije svakog koraka (10%).• Prikupljanje podataka od učenika o tome koliko im je zadatak jasan i utvrđivanje šta je potrebno dodatno objasniti (10%). |
|---|

Najvažniji element koji su ispitanici istakli jeste identifikacija ključnih koraka u rješavanju zadataka. Skoro trećina učitelja (32,5%) smatra da je strukturisanje zadatka na logične i razumljive korake ključno za učenike, jer im omogućava da slijede postupak korak po korak i grade samopouzdanje kroz svaku fazu rješavanja. Vizuelizacija kroz slike je takođe veoma zastupljena među ispitanicima (25%) kao efikasno sredstvo za razumijevanje zadataka. Učitelji prepoznaju značaj korišćenja slika, dijagrama i grafičkih prikaza kao podršku

učenicima u boljem shvatanju apstraktnih matematičkih pojmova, posebno za one koji lakše uče kroz vizuelne sadržaje.

S obzirom na važnost razmjene strategija među učenicima (12,5%), neki učitelji posvećuju vrijeme u nastavi za diskusiju, što učenicima pruža mogućnost da čuju različite pristupe rješavanju i tako steknu širi spektar metoda koji im mogu biti korisni u daljem učenju. Pored toga, postepeno povećavanje težine zadatka (10%) koristi se kao strategija da bi se zadaci prilagodili nivou učenika i omogućilo napredovanje prema složenijim problemima, čime se postepeno gradi njihovo samopouzdanje i spremnost za kompleksnije izazove.

Značajan procenat učitelja (10%) takođe primjenjuje provjeru razumijevanja zadatka nakon svakog koraka. Ovaj postupak omogućava učiteljima da kontinuirano procjenjuju napredak učenika, identifikuju eventualne teškoće i odmah prilagode svoj pristup u skladu sa potrebama učenika.

Prikupljanje povratnih informacija od učenika (10%) ima dvostruku funkciju: pruža uvid u to koliko učenici razumiju zadatke i osigurava da učitelji dodatno pojasne sve što nije u potpunosti jasno. Ovaj element pomaže da nastavni proces bude dinamičan i fleksibilan prema potrebama svakog učenika.

Na pitanje kako procjenjuju koliko faza ili koraka je potrebno za uspješno rješavanje određenih problemskih zadataka, ispitanici su odgovorili sljedeće:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• Procjena složenosti zadatka (40%).• Analiza prethodnog znanja učenika (30%).• Praćenje toka rješavanja (20%).• Postepena evaluacija svake faze (10%). |
|--|

Najvažniji faktor koji učitelji uzimaju u obzir je procjena složenosti zadatka (40%). Ovo ukazuje na to da učitelji, prije nego što započnu sa planiranjem zadatka, procjenjuju koliko je zadatak težak i kakav broj koraka će biti potreban da bi učenici uspješno došli do rješenja. To znači da složeniji zadaci obično zahtijevaju više koraka, dok jednostavniji mogu biti rešeni u nekoliko faza.

Drugi značajan faktor je analiza prethodnog znanja učenika (30%). Ovaj aspekt ističe važnost poznavanja predznanja učenika. Učitelji procjenjuju nivo razumijevanja i vještina učenika prije nego odluče koliko će faza biti potrebno. Ako su učenici već upoznati sa temeljnim pojmovima, zadatak će biti jednostavniji i zahtijevati manje koraka. S druge strane, ako učenici nijesu imali prilike da se susretnu sa određenim pojmovima, zadatak može biti podijeljen na više faza kako bi se olakšao proces rješavanja. Treći faktor, praćenje toka rješavanja (20%), ukazuje na to da učitelji aktivno prate napredak učenika dok rješavaju zadatak. Ovaj kontinuirani nadzor omogućava učiteljima da na osnovu trenutnog razumijevanja učenika odluče treba li prilagoditi broj faza ili koraka. Ako se učenici suoče s poteškoćama, učitelj može dodati dodatne faze kako bi ih usmjerio na pravi put. Postepena evaluacija svake faze (10%) ukazuje da učitelji ne samo da planiraju zadatak unaprijed, već i evaluiraju uspjeh svakog koraka. Ovaj proces omogućava fleksibilnost, jer učitelji mogu prilagoditi broj faza u zavisnosti od toga kako učenici napreduju.

Na pitanje sa kojim izazovima se susrijeću prilikom organizacije etapnog rješavanja zadataka, naši ispitanici su naveli sljedeće:

- Osigurati da nivo težine zadatka odgovara sposobnostima učenika (35%).
- Određivanje vremena za svaku fazu u izradi zadatka (30%).
- Nedostatak motivacije učenika (20%).
- Nedostatak samopouzdanje kod učenika (15%).

Kada učitelji organizuju etapno rješavanje problemskih zadataka, suočavaju se sa različitim izazovima koji se odnose na prilagođavanje nivoa težine zadatka sposobnostima učenika. Ponekad je teško pronaći odgovarajuću ravnotežu, jer previše jednostavni zadaci mogu biti dosadni, dok previše kompleksni mogu obeshrabriti učenike. Takođe, vrijeme koje je potrebno da se zadatak rešava u etapama predstavlja izazov. Svaka faza mora imati dovoljno vremena za razumevanje, ali da ne bi došlo do gubitka fokusa i motivacije, što je takođe čest problem.

DISKUSIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA

Na osnovu podataka, većina učitelja smatra da raznovrsni problemski zadaci imaju pozitivan efekat na motivaciju učenika. Prema odgovorima učitelja, 46% njih smatra da zadaci uglavnom poboljšavaju motivaciju, dok 42% ističe da značajno poboljšavaju motivaciju. Ovi rezultati ukazuju na to da problemski zadaci mogu značajno uticati na angažman i interesovanje učenika, čineći nastavu dinamičnijom i izazovnijom. Međutim, i dalje postoji manji broj učitelja (12%) koji smatraju da problemski zadaci nemaju poseban uticaj na motivaciju učenika. Ovo može ukazivati da, iako zadaci generalno poboljšavaju motivaciju, nijesu svi učenici podjednako motivisani ili zainteresovani za ovakav pristup nastavi.

Analizirajući podatke može se konstatovati da najveći broj učitelja (42%) smatra da je nedostatak odgovarajućih materijala glavna prepreka u primjeni raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi. Ovaj podatak ukazuje na to da učitelji suočavaju sa izazovima u vezi sa dostupnošću adekvatnih resursa koji bi podržali efikasnu implementaciju problemskih zadataka. Takođe, 26% učitelja navodi nedostatak vremena za pripremu kao prepreku, što može ukazivati na potrebu za boljim planiranjem i organizacijom vremena u nastavi kako bi se efikasno koristili problemi u vaspitno-obrazovnom procesu. Međutim, 24,67% učitelja navodi da su sve navedene prepreke prisutne, što pokazuje da se problemi u primjeni problemskih zadataka mogu akumulirati i povezivati, stvarajući dodatne izazove u nastavi.

Prema podacima, većina učitelja (42,67%) planira etapno rješavanje problemskih zadataka svaki put kada je to moguće. Ovaj podatak ukazuje na to da učitelji prepoznaju važnost strukturiranog pristupa rješavanju problema, koji omogućava učenicima da se postepeno suočavaju sa zadatkom, čime se povećava razumijevanje i smanjuje mogućnost frustracije. Pored toga, 28,67% učitelja povremeno primjenjuje ovu tehniku, zavisno od zadatka, što ukazuje da postoji fleksibilnost u pristupu. Ova fleksibilnost može biti korisna jer ne svi zadaci zahtevaju isti nivo razlaganja, a učitelji mogu prilagoditi metodologiju prema specifičnostima svakog zadatka.

Na osnovu podataka, većina učitelja (38,67%) smatra da bi dodatni resursi ili obuka "svakako bili korisni" za efikasnije primjenjivanje etapnog rešavanja problemskih zadataka. Ovaj podatak ukazuje da učitelji prepoznaju vrijednost dodatne podrške u obliku materijala ili

obuke kako bi unaprijedili svoje metode i tehnike u nastavi. S druge strane, 22,67% učitelja smatra da trenutno imaju dovoljno resursa, što može ukazivati na visoku efikasnost postojećih materijala i obuke u njihovoj praksi. Ovaj odgovor takođe može značiti da su učitelji već samostalni u svojoj primjeni metodologije, pa ne smatraju da su im dodatni resursi potrebni.

Na osnovu podataka, većina učitelja, tačnije 45,33%, navodi da obično izdvajaju jedan školski čas za rješavanje problemskog zadatka u etapama. Ovaj odgovor ukazuje da je vremenski okvir jednog časa najčešće odgovarajući za obavljanje zadatka kroz različite faze razmišljanja i rješavanja, što omogućava učenicima da temeljno razmotre problem i postepeno dolaze do rješenja. Međutim, 29,33% učitelja navodi da obično troše manje od jednog školskog časa, što ukazuje na to da im je možda potrebno manje vremena da obrade lakše zadatke ili da koriste efikasnije metode koje skraćuju vrijeme rješavanja. S druge strane, manji broj učitelja (17,33%) navodi da vrijeme za rješavanje zavisi od složenosti zadatka, što znači da oni mogu prilagoditi vrijeme prema zahtjevnosti problema.

Na osnovu podataka, može se primijetiti da većina učitelja smatra da su učenici veoma uspješni u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave matematike. Tačnije, 48% učitelja ocjenjuje učenike kao "veoma uspjezne", dok 36% smatra da su "uglavnom uspješni". Ovi podaci ukazuju da je dodatna nastava uspješna u postizanju pozitivnih rezultata kod većine učenika, što ukazuje na efikasnost pristupa i metodologije u nastavi. Međutim, postoji manji broj učitelja (12%) koji smatra da učenici nijesu uspješni u rješavanju problemskih zadataka, a samo 4% ocjenjuje učenike kao "srednje uspjezne".

Na osnovu podataka, većina učitelja smatra da su različite strategije za rješavanje problemskih zadataka uglavnom efikasne. Tačnije, 54,67% učitelja smatra da su ove strategije "uglavnom efikasne", dok 27,33% smatra da su "efikasne". Ovo ukazuje na to da većina učitelja prepoznaje pozitivne rezultate primjene strategija u nastavi, jer ovakve metode omogućavaju učenicima da razvijaju kritičko mišljenje i bolje razumijevanje matematike. Međutim, postoji i manji broj učitelja (12,67%) koji smatraju da strategije uglavnom nijesu efikasne, dok 5,33% njih smatra da ove metode nijesu efikasne uopšte.

Prema rezultatima, većina učitelja smatra da problemski zadaci imaju pozitivan uticaj na motivaciju učenika. Procenat od 42% učitelja koji veruju da ovi zadaci "značajno poboljšavaju" motivaciju, ukazuje na značaj koji učitelji pridaju angažovanju učenika kroz

izazovne i interesantne probleme. Ipak, 12% učitelja navodi da problemski zadaci nemaju značajan uticaj na motivaciju, što može ukazivati na različite faktore, poput individualnih razlika među učenicima ili nedostatka adekvatnih resursa koji bi podržali ovu vrstu nastave.

Iako većina učitelja prepoznaje značaj problemskih zadataka, oni se suočavaju s nekoliko prepreka pri njihovoj implementaciji. Najveći izazov je nedostatak odgovarajućih materijala (42%), što ukazuje na potrebu za razvojem boljih resursa i materijala koji bi omogućili učiteljima da efikasnije primjenjuju ovu metodologiju. Takođe, nedostatak vremena za pripremu (26%) može biti ozbiljan izazov u nastavi koja zahteva dodatne pripreme za svaki problemski zadatak. Zanimljivo je da 24,67% učitelja navodi da se suočavaju sa kombinacijom svih tih prepreka, što pokazuje da su izazovi u primjeni problemskih zadataka kompleksni i povezani.

Iako su izazovi očigledni, učitelji su već u velikoj mjeri svjesni važnosti etapnog rješavanja zadataka. Većina učitelja (42,67%) planira koristiti ovaj pristup svaki put kada je to moguće, prepoznajući da etapno rješavanje pomaže učenicima da se postepeno suočavaju sa zadatkom i povećava im šanse za uspješno rješavanje. Fleksibilnost koja se manifestuje kroz povremenu primjenu ovog pristupa (28,67%) takođe pokazuje da učitelji znaju kako prilagoditi metodologiju prema specifičnostima zadataka i potrebama učenika.

Iako učitelji prepoznaju značaj dodatnih resursa i obuke, 38,67% smatra da bi obuka za efikasniju primjenu problemskih zadataka bila korisna. To ukazuje da učitelji žele da unaprijede svoje sposobnosti i tehnike u nastavi kako bi efikasnije implementirali različite strategije rješavanja problema. Veći broj učitelja, međutim, smatra da već imaju dovoljno resursa (22,67%), što pokazuje da su se već snašli u korišćenju postojećih materijala i metoda.

Kada je riječ o vremenu koje je potrebno za rješavanje problemskog zadatka, većina učitelja (45,33%) smatra da je jedan školski čas dovoljno za realizaciju zadatka u etapama. Ovaj podatak sugerise da su učitelji u stanju da efikasno organizuju nastavu u okviru standardnog časovnog okvira, a manji broj učitelja (29,33%) koristi manje vremena za lakše zadatke. Pitanje vremena za rješavanje problema takođe može ukazivati na to da učitelji često prilagođavaju metodologiju prema složenosti zadatka.

Učitelji većinom smatraju da su učenici "veoma uspješni" u rješavanju problemskih zadataka (48%), što ukazuje na pozitivnu efikasnost pristupa koji koristi dodatnu nastavu

matematike. Međutim, manji broj učitelja smatra da učenici nijesu uspješni, što može ukazivati na specifične izazove u nastavi, kao što su nedostatak motivacije ili problemi sa razumijevanjem zadatka.

Na osnovu rezultata dobijenih fokus grupnim intervjuima sa učiteljima, moguće je uočiti nekoliko ključnih faktora koji oblikuju način na koji se problemski zadaci planiraju i realizuju u dodatnoj nastavi matematike. Kroz ove razgovore, učitelji su pružili dragocjene uvide u to kako biraju zadatke, kako ih prilagođavaju različitim grupama učenika i kako ocjenjuju uspješnost nastave.

Učitelji su naglasili da je ključni faktor pri odabiru problemskih zadataka njihov nivo težine. Čak 30% učitelja smatra da zadaci moraju biti dovoljno izazovni kako bi stimulisali učenike na razmišljanje, ali ne i previše teški kako bi ih obeshrabrili. Osim toga, povezivanje zadataka sa stvarnim životnim situacijama (22,5%) je takođe od velikog značaja, jer učenicima pomaže da vide praktičnu primjenu matematičkih pojmova. Ovaj pristup povećava njihovu motivaciju jer im omogućava da prepoznaju relevantnost onoga što uče.

Učitelji takođe naglašavaju važnost zadataka koji omogućavaju različite pristupe rješenju (20%), jer to potiče razvoj kritičkog i kreativnog mišljenja kod učenika. Prema njima, važno je povezivati zadatke s prethodnim gradivom (12,5%), čime učenici bolje konsoliduju naučeno i shvate kako novi pojmovi nadograđuju prethodne. Manje značajan, ali još uvijek prisutan faktor, jeste procjena učničkih sposobnosti (5%), koja omogućava učiteljima da procijene koliko su učenici napredovali i koliko su efikasni u rješavanju problema.

Učitelji koriste različite strategije kako bi prilagodili nivo težine zadataka potrebama svojih učenika. Najveći broj učitelja (32,5%) ističe važnost razlikovanja u brzini usvajanja gradiva, jer različiti učenici savladavaju gradivo različitim tempom. Učitelji nastoje da zadatke prilagode tako da oni brži učenici dobiju izazovniji materijal, dok se sporijim učenicima pruža više vremena za vježbu. Takođe, obezbjeđivanje dodatnih resursa za pomoć (27,5%) pokazuje da učitelji nastoje pružiti dodatnu podršku onim učenicima koji imaju poteškoća u savladavanju gradiva, koristeći materijale poput vodiča ili interaktivnih zadataka.

Kreiranje zadataka na više nivoa (20%) takođe je česta strategija koja omogućava postepeni prelaz sa lakših na teže zadatke, što učenicima omogućava da se postepeno suočavaju s izazovima koji odgovaraju njihovom trenutnom nivou razumijevanja. Pružanje mogućnosti za samostalno rješavanje (15%) daje učenicima priliku da razvijaju sposobnosti

samostalnog razmišljanja, dok praćenje napretka i fleksibilno prilagođavanje (5%) omogućava učiteljima da na osnovu učeničkog napretka prilagode zadatke.

Prema odgovorima učitelja, praćenje napretka učenika kroz njihove odgovore (35%) najvažniji je kriterijum za ocjenu uspjeha problemskih zadataka. Ovaj pristup omogućava učiteljima da procijene kako učenici rješavaju zadatke, što je direktan indikator njihovog razumijevanja matematičkih koncepata. Učitelji takođe vrednuju razumijevanje ključnih matematičkih pojmova (27,5%) i angažman učenika (20%), jer aktivna participacija učenika u rješavanju problemskih zadataka ima značajan uticaj na razvoj njihovih matematičkih vještina.

Vrijeme potrebno za rješavanje zadatka (10%) i grupna dinamika (7,5%) takođe su faktori koje učitelji uzimaju u obzir pri ocjenjivanju. Iako nijesu najvažniji, ove varijable mogu ukazivati na efikasnost nastave i saradnje među učenicima.

Generalno, rezultati pokazuju sljedeće:

- Učitelji planiraju primjenu problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Učitelji planiraju realizaciju raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.
- Učitelji planiraju etapno rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike
- Učitelji smatraju da učenici uspješno rješavaju problemske zadatke u dodatnoj nastavi matematike.

U skladu sa navedenim, možemo potvrditi sporedne, a time i glavnu hipotezu prema kojoj se pretpostavilo da učitelji imaju afirmativne iskustvene stavove prema planiranju i realizaciji problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike.

ZAKLJUČAK

Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike omogućava učenicima da unapređuju matematička znanja i vještine, razvijaju kognitivne i metakognitivne sposobnosti, samopouzdanje i sposobnost donošenja odluka. Dodatna nastava podstiče učenike da budu maksimalno aktivni u procesu rješavanja zadataka. Na dodatnoj nastavi učenici stiču sposobnost analize i unapređuju prethodno stečena znanja (Sharma, 2001).

Jedno od metodoloških ograničenja ovog istraživanja može biti nedovoljan nivo interesovanja i motivacije ispitanika da odgovore na postavljena pitanja. Takođe, uzorak može biti nedovoljno reprezentativan. Potencijalna ograničenja uključuju i činjenicu da će istraživanje pružiti uvid u subjektivna mišljenja učitelja o planiranju i primjeni problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike, ali neće nužno ponuditi objektivnu sliku o stvarnoj primjeni tih zadataka u praksi.

Smatramo da bi u budućnosti trebalo sprovesti dodatna istraživanja koja bi se bavila rješavanjem problemskih zadataka u kontekstu dodatne nastave matematike. Takođe, bilo bi zanimljivo istražiti i stavove učenika o primjeni problemskih zadataka u ovom kontekstu. Pored prethodnih prijedloga, dodatno bi bilo korisno u budućim istraživanjima razmotriti nekoliko drugih pristupa. Na primjer, mogli bismo uključiti analizu kako različite metode primjene problemskih zadataka utiču na razvoj kritičkog mišljenja i rješavanje problema kod učenika. Takođe, bilo bi korisno istražiti i ulogu tehnologije u rješavanju problemskih zadataka, kao i njeno povezivanje sa motivacijom i angažovanjem učenika. Takođe, vrijedno bi bilo razmotriti sprovođenje longitudinalnih istraživanja koja bi pratila napredak učenika tokom dužeg vremenskog perioda, kako bi se dobila jasnija slika o efektima primjene problemskih zadataka na njihov matematički razvoj. Takođe, moglo bi biti korisno uključiti u istraživanje mišljenja i stavove roditelja, kako bi se stekao širi uvid u dinamiku problema. Razmatranje različitih tipova problemskih zadataka (npr. izazovnih, kreativnih, interdisciplinarnih) moglo bi pružiti dodatne uvide u to šta je najefikasnije u dodatnoj nastavi matematike.

LITERATURA

1. Brkić, M., & Tomić, R. (2017). *Metodika nastave*. Međugorje: Sveučilište Hercegovina.
2. Bogdanović, Z. (2013). Strategije rešavanja matematičkih zadataka u nižim razredima osnovne škole. *Istraživanje matematičkog obrazovanja* 5 (8), 67-74.
3. Brkić, M. i Tomić, R. (2017). *Metodika nastave*. Međugorje: Sveučilište Hercegovina.
4. Burke, W. (2002). *Stvaranje učionica u kojima dijete ima centralnu ulogu*. Sarajevo: Centar za obrazovne inicijative.
5. Burušić, J., & Šerepac, V. (2019). *Stem daroviti i talentirani učenici*. Zagreb: Alfa.
6. Čudina-Obradović, M. (1990). *Nadarenost, razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*. Zagreb: Školska knjiga.
7. De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewarding verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77(4), 460–470.
8. Đaković, J. , Đaković, P. (2004). *Metode rješavanja problemskih zadataka*. Sarajevo: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
9. Đurović, J. (1998). *Dodatna nastava iz matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Ekološki glasnik.
10. Egrić, M. (2004). *Sadržajna di* ~~rešavanja~~ *matematike*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
11. Horvat, Z. (2019). *Didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika matematike*. Doktorska disertacija. Zagreb: Filozofski fakultet.
12. Janković, S. (2016). Primena problemske nastave u realizaciji sadržaja početne nastave matematike. *Godišnjak Pedagoškog fakulteta u Vranju*, 7, 363-374.
13. Jelavić, F. (1998). *Didaktika*. Zagreb: Naklada Slap.
14. Kadum, V. (2005). *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi matematike*. Pula: IGSA Pula.
15. Klasnić, I. (2009). Problemski zadaci – kako ih rješavaju uspješni i neuspješni učenici. *Odgojne znanosti*, 11 (1), 143–153.

16. Kurnik, Z. (2010). *Posebne metode rješavanja matematičkih problema*. Zagreb: Element.
17. Laketa, N., & Vasilijević, D. (2006). *Osnove didaktike*. Užice: Učiteljski fakultet.
18. Lalić–Vučetić, N. & Mirkov, S. (2017). Learner motivation, perception of the primary school teachers' practices, and students' experience of self-efficacy in mathematics and science. *Teaching Innovations*, 30 (2) 29–48.
19. Kuzle, A. (2016). Kroz suradnju od teorije do prakse: Razvoj kompetencija rješavanja problema na dodatnoj nastavi matematike. *Matematika i škola*, 87, 51-58.
20. Marić, D., & dr. (1973). *Vrste nastave*. Beograd: Zavod za osnovno obrazovanje i obrazovanje nastavnika SR Srbije.
21. Mićanović, V. (2015). Problemski pristup organizaciji početne nastave matematike, *Učenje i nastava*, Beograd: KLETT društvo za razvoj obrazovanja, 2 (1), 351–368.
22. Miklec, D., & sar. (2019). *Moj sretni broj 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
23. Minder, M. (2011). *Didactica funcțională: obiective, strategii, evaluare; cognitivismul operant*. Cluj-Napoca: Editura ASCR.
24. Mišurac, Z. I. (2010). *Metodički pristup rješavanju problemskih zadataka u nastavi matematike*. Split: Filozofski fakultet – učiteljski studij.
25. Mišurac-Zorica, I. i Rožić, E. (2015). Pripremljenost budućih učitelja razredne nastave za izvođenje dodatne nastave matematike. *Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Splitu*, 6 (2), 27-41.
26. Mišurac-Zorica, I., & Rožić, E. (2016). Pripremljenost budućih učitelja razredne nastave za izvođenje dodatne nastave matematike. *Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Splitu*, (6-7), 44-66.
27. Mrkonjić, I., & Salamon Padjen, Đ. (2015). *Školarci su zakon: zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Alka script.
28. Mrđa, M. (2013). *Interaktivna nastava matematike u mlađim razredima osnovne škole*. Beograd: Učiteljski fakultet.
29. Obradović, D. R. i Zeljić, M. Ž. (2015). Metode i strategije rešavanja tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike. *Inovacije u nastavi - časopis za savremenu nastavu*, 28 (1), 69-81.

30. Ovčar, S. (1990). *Razvijanje mišljenja u nastavi matematike*. Čakovec: TIZ Zrinski.
31. Pavleković, M. (2009). *Matematika i nadareni učenici*. Zagreb: Element.
32. Petrović, N., & Mrđa, M. (2005). Diferencirano poučavanje u problemskoj nastavi matematike. In *Pedagogija* 3, 397-408. Beograd.
33. Prodanović, T., & Ničković, R. (1979). *Didaktika*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
34. Raynal, F., & Rieunier, A. (2005). *Pédagogie: dictionnaire des concepts clés. Apprentissages, formation, psychologie cognitive*. Paris: ESF éditeur.
35. Reichenbach, B. R. (2001). *Introduction to critical thinking*. Washington, DC: American Psychological Association.
36. Ronksley-Pavia, M. & Neumann, M. M. (2020). Conceptualising gifted student (dis) engagement through the lens of learner (re) engagement. *Educ. Sci.* 10 (1), 274 – 285.
37. Schoevers, E. M., Kroesbergen, E. H., and Kattou, M. (2020). Mathematical creativity: a combination of domain-general creative and domain-specific mathematical skills. *J. Creat. Behav.* 54 (1), 242–252.
38. Sharma, M. (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike, prema Mahesh C. Sharma sastavila i pripremila Ilona Posokhova*. Lekenik: Ostvarenje.
39. Simister, K. Dž. (2013). *Naučite svoje dijete da razmišlja*. Podgorica: Eduka.
40. Simić, K. (2015). *Osnovi metodike nastave*. Brčko: Evropski univerzitet.
41. Su, H. F., Marinas, & Furner, J. (2010). Investigating numeric relationships via an interactive tool: covering number sense concepts for the Middle Grades. *Creative Education Journal*, 1(2), 121-127.
42. Tomić, I. R. (2018). Problemska nastava. *Učenje i nastava*. Beograd: KLETT društvo za razvoj obrazovanja, 4 (1), 667–682.
43. Vlahović-Štetić, V. (1996). *Problemski matematički zadaci i uspješnost njihova rješavanja u početku školovanja*. Disertacija, Zagreb: Filozofski fakultet, Odsjek za psihologiju.
44. Vlahović-Štetić, V., Rován, D. & Mendek, Ž. (2004). The role of students age, problem type and situational context in solving mathematical word problems. *Review of Psychology*, 11 (1-2), 25 – 33.

45. Zirdum, M. (2015). *Strategije rješavanja problemskih zadataka*. Osijek: Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti.
46. Žaklina, S. (2015). *Priprema učenika za nastavu matematike*. Zbornik radova sa seminara o metodici nastave.

PRILOZI

Prilog 1 – Anketni upitnik za učitelje

Trenutno sprovodimo istraživanje na temu „*Rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike*“. Vaši odgovori i doprinosi ovom istraživanju biće neprocjenjivi u pružanju uvida koji će se koristiti za izradu mog master rada na ovu temu. Hvala vam na vremenu, posvećenosti i saradnji koja će pomoći da obogatimo razumevanje ovog važnog segmenta nastavne prakse!

1. Pol
 - a) Muški
 - b) Ženski

2. Stručna sprema:
 - a) Visoka stručna sprema
 - b) Viša stručna sprema
 - c) Master studije

3. Godine radnog staža:
 - a) Od 0 do 10 godina
 - b) Od 11 do 20 godina
 - c) Od 21 do 30 godina
 - d) Preko 30 godina

4. Koliko često uključujete problemske zadatke u dodatnu nastavu matematike?
 - a) Uvijek
 - b) Često
 - c) Povremeno
 - d) Nikada

5. Koje ciljeve najčešće želite postići primjenom problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?
- a) Razvijanje logičkog mišljenja
 - b) Razvijanje kreativnosti
 - c) Proširivanje znanja iz gradiva
 - d) Priprema za takmičenja
 - e) Nešto drugo _____
6. Koliko su vam dostupni resursi i materijali za planiranje i primjenu problemskih zadataka?
- a) Veoma dostupni
 - b) Djelimično dostupni
 - c) Rijetko dostupni
 - d) Uopšte nijesu dostupni
7. Kako ocjenjujete interesovanje učenika za problemske zadatke na dodatnoj nastavi?
- a) Veoma su zainteresovani
 - b) Uglavnom su zainteresovani
 - c) Slabo su zainteresovani
 - d) Nijesu zainteresovani
8. Smatrate li da problemski zadaci doprinose boljem razumijevanju matematičkih koncepata kod učenika?
- a) Da, u velikoj mjeri
 - b) Da, u određenoj mjeri
 - c) Neznatno
 - d) Ne, uopšte ne doprinose

9. Koliko vremena posvećujete planiranju raznovrsnih problemskih zadataka za dodatnu nastavu?
- a) Više od jednog sata po nastavnoj jedinici
 - b) Oko jednog sata po nastavnoj jedinici
 - c) Manje od jednog sata po nastavnoj jedinici
 - d) Uglavnom ne planiram raznovrsne zadatke
10. Koliko je izazovno pronaći raznovrsne problemske zadatke koji odgovaraju potrebama vaših učenika?
- a) Veoma izazovno
 - b) Prilično izazovno
 - c) Povremeno izazovno
 - d) Nije izazovno
11. Na koji način odlučujete koji tip problemskih zadataka će biti uključen u dodatnu nastavu?
- a) Na osnovu preporuka iz kurikuluma
 - b) Na osnovu interesovanja učenika
 - c) Na osnovu individualnih sposobnosti učenika
 - d) Kombinacija svih navedenih faktora
 - e) Nešto drugo _____
12. Kakav efekat, prema vašem mišljenju, imaju raznovrsni problemski zadaci na motivaciju učenika?
- a) Značajno poboljšavaju motivaciju
 - b) Uglavnom poboljšavaju motivaciju
 - c) Nemaju poseban uticaj
13. Koje su glavne prepreke u primjeni raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?
- a) Nedostatak vremena za pripremu

- b) Nedostatak odgovarajućih materijala
- c) Loša motivacija učenika
- d) Sve navedeno

14. Šta biste promijenili u svojoj trenutnoj praksi kako bi problemski zadaci bili efikasniji za učenike?

15. Koliko često planirate etapno rješavanje problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?

- a) Svaki put kada je to moguće
- b) Povremeno, zavisi od zadatka
- c) Rijetko, samo kod posebno složenih zadataka
- d) Nikada ne planiram etapno rješavanje

16. Smatrate li da etapno rješavanje problemskih zadataka poboljšava razumijevanje učenika?

- a) Značajno doprinosi razumijevanju
- b) Zavisi od tipa zadatka
- c) Mislim da je nepotrebno u većini slučajeva
- d) Nijesam siguran/a

17. Da li vam je potrebno više resursa ili obuka kako biste bolje primijenili etapno rješavanje problemskih zadataka?

- a) Da, svakako bi bili korisni
- b) Djelimično, neki materijali bi pomogli
- c) Ne, smatram da imam dovoljno resursa

d) Nijesam siguran/a

18. Na koji način procjenjujete napredak učenika tokom etapnog rješavanja zadataka?

19. Koliko vremena obično izdvajate za rješavanje jednog problemskog zadatka u etapama?

- a) Manje od jednog školskog časa
- b) Jedan školski čas
- c) Više od jednog školskog časa
- d) Zavisi od složenosti zadatka

20. Koje strategije koristite za motivisanje učenika da aktivno učestvuju u etapnom rješavanju zadataka?

21. Kako ocjenjujete uspješnost učenika u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave matematike?

- a) Veoma uspješni
- b) Uglavnom uspješni
- c) Srednje uspješni
- d) Nijesu uspješni

22. Kada učenici ne uspijevaju da riješe problemske zadatke, šta smatrate glavnim razlogom?

- a) Nedostatak znanja
- b) Nedovoljna motivacija
- c) Preteški zadaci
- d) Nedostatak vremena

23. Kakvo je vaše mišljenje o primjeni različitih strategija rješavanja problemskih zadataka u nastavi?

- a) Efikasne su
- b) Uglavnom su efikasne
- c) Uglavnom nijesu efikasne
- d) Nijesu efikasne

24. Kako procjenjujete napredak učenika u rješavanju problemskih zadataka tokom dodatne nastave?

- a) Značajan napredak
- b) Umjeren napredak
- c) Mininalni napredak
- d) Nema napretka

25. Šta mislite, da li je potrebno prilagoditi način rješavanja zadataka kako bi učenici bili uspješniji?

Prilog 2 – Fokus grupni intervju

- **Planiranje realizacije problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**
 - Kako odlučujete koje problemske zadatke da uključuju u planiranje dodatne nastave matematike, i koje faktore smatrate ključnim u tom procesu?
 - Kako prilagođavate nivo težine problemskih zadataka različitim grupama učenika u dodatnoj nastavi matematike?
 - Na koji način ocjenjujete uspješnost realizacije problemskih zadataka u dodatnoj nastavi?

- **Planiranje realizacije raznovrsnih problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**
 - Koji su ključni faktori koje uzimate u obzir prilikom planiranja raznovrsnih problemskih zadataka za dodatnu nastavu matematike?
 - Kako procjenjujete efikasnost implementacije raznovrsnih problemskih zadataka u nastavi i na koji način prilagođavate pristup ukoliko neki zadaci ne daju željene rezultate?

- **Planiranje etapnog rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike**
 - Koje konkretne korake obično planirate prilikom etapnog rješavanja problemskih zadataka u dodatnoj nastavi matematike?
 - Kako procjenjujete koliko faza ili koraka je potrebno za uspješno rješavanje određenih problemskih zadataka?