

Osnovi računarstva II

Čas 3

Miloš Daković

Elektrotehnički fakultet – Podgorica

4. mart 2024.

Softver za numerička izračunavanja

- MATLAB

- Standard za inženjerske proračune
- Aktuelna verzija je 23.2 (MATLAB 2023b).

<https://www.mathworks.com>

- + Mnoštvo proširenja za specifične primjene *toolbox*-ovi
- Visoka cijena

- Octave

- + Open source (GNU Licenca)
- Aktuelna verzija je 8.4.0.
- + dobra kompatibilnost sa Matlab-om, cijena
- korisnički interfejs, brzina izvršavanja

<https://octave.org>

- Python

- + Open source
- Aktuelna verzija je 3.12.2.

<http://www.python.org>

- Julia, FreeMat, SciLab, R, ...

MATLAB/Octave - elementarna izračunavanja

- MATLAB i Octave su interpreteri (izvršavaju komande jednu za drugom bez prevođenja (kompajliranja)).
- Radno okruženje MATLAB-a ima više prozora. Naš fokus će biti na „Command window” prozoru.
- Jednostavna izračunavanja vršimo tako što otkucamo izraz i pritisnemo taster ENTER.
- na primjer na komandu: $2+3.14*(7-3)+(2/3)^7+3e-2$
MATLAB/Octave odgovara sa: `ans = 14.6485`
- Osnovne računske operacije: $+$ $-$ $*$ $/$, stepenovanje: $^$, za odvajanje cijelog i decimalnog dijela broja se koristi tačka, zagrade u izrazima koristimo na standardni način, notacija $8.854e-12$ predstavlja broj $8.854 \cdot 10^{-12}$, operator množenja ne smijemo izostavljati — $3(4+2)$ rezultuje porukom o grešci..

Varijable

- Operator dodjele vrijednosti je `=`
- Naziv varijable se može sastojati od slova i brojeva, pri čemu prvi simbol mora biti slovo. Mala i velika slova se razlikuju (Case sensitive). U nazivu je dozvoljen simbol podvlaka `_`.
- Varijable nije potrebno deklarirati. Tip varijable se određuje na osnovu tipa izraza na desnoj strani znaka jednakosti.
- Jednom definisana varijabla se može koristiti u narednim izrazima.
- Primjeri dodjele vrijednosti:

`a = 12`

`B = 5*2-3`

`b = 'tekst'`

`c23 = a*B + 8`

`a = 0`

`d = a*c23`

Radni prostor

- Skup svih definisanih varijabli je radni prostor. Možemo ga tumačiti kao dio RAM memorije koji sadrži varijable.
- Radni prostor možemo sačuvati komandom **save ime** koja na disku pravi fajl `ime.mat` u kome se nalazi trenutni sadržaj radnog prostora.
- Komanda **save ime a B c23** može se koristiti za selektivno čuvanje varijabli ako im navedemo imena odvojena razmacima.
- Komandom **load ime** učitavamo ranije sačuvani radni prostor iz fajla `ime.mat` u radnu memoriju.
- Komandom **clear** brišemo radni prostor.
- Komandom **who** saznajemo imena svih varijabli u radnom prostoru. Komanda **whos** će nam za svaku varijablu dati dodatne informacije (tip varijable, zauzeće memorije u bajtovima...)

Konstante i kompleksni brojevi

- Konstante: `pi i j eps Inf NaN`. Znamo šta je π , i i j su oznake za imaginarnu jedinicu, Rezultat izraza `2/0` je `Inf`, dok izraz `0/0` daje rezultat `NaN`.
- Sa kompleksnim brojevima radimo na „prirodan” način:

$$x = 1+3*j$$

$$y = 2i*x$$

$$z = (1+j) / (1-j)$$

$$\text{ili: } y = 2*i*x$$

$$\text{ili: } z = (1+1j) / (1-1j)$$

- Ako koristite konstante `i` i/ili `j`, nemojte koristiti varijable sa istim imenom. Primjer:

$$i = 5$$

$$Q = 2+3*i$$

Varijabla `Q` ovdje dobija vrijednost `17`.

Vektori i matrice

- Vektor vrstu definišemo koristeći se uglastim zagradama i zapedom (ili razmakom) za odvajanje elemenata. $\mathbf{A} = [2, 5, 8, 1]$
- Vektor kolonu definišemo koristeći se tačka-zarezom za odvajanje elemenata. $\mathbf{B} = [4; 0; 9]$
- Matricu definišemo ovako $\mathbf{C} = [1, 2, 3; 4, 5, 6]$
- Matematički zapisi:

$$\mathbf{A} = [2 \ 5 \ 8 \ 1] \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

- Dužinu vektora \mathbf{A} dobijamo funkcijom $\mathbf{length}(\mathbf{A})$
- Dimenzije marice \mathbf{C} dobijamo funkcijom $\mathbf{size}(\mathbf{C})$

Vektori i matrice – indeksiranje

- Elementu vektora pristupamo navodeći indeks u zagradi: $A(3)$
- Za matricu navodimo vrstu i kolonu elementa: $C(2, 3)$
- **end** označava posljednji elemenat: $A(\text{end})$ $C(\text{end}, \text{end}-1)$
- Indeksi mogu biti zadati u obliku niza: $A([1, 2, 4, 3, 1])$
- Kod matrica se tako dobijaju podmatrice: $C([1, 2], [2, 3])$
- Ako umjesto indeksa stavimo $:$ podrazumijeva se da uzimamo sve elemente. Treću kolonu matrice C dobijamo kao $C(:, 3)$
- Specijalno, ako je C matrica tada je $C(:)$ vektor kolona dobijen nadovezivanjem kolona matrice C . Dodatno, u posmatranom primjeru $C(3)$ daje rezultat 2 (treći element u matrici C).

$$A = [2 \quad 5 \quad 8 \quad 1] \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Specijalne matrice

- Matrica dimenzija $N \times M$ čiji su svi elementi jednaki nuli dobija se funkcijom `zeros(N, M)`. Ako je kvadratna može i `zeros(N)`.
- Funkcije `ones(N, M)` i `ones(N)` elemente postavljaju na vrijednost 1.
- Jedinična matrica (jedinice na glavnoj dijagonali) dobija se funkcijom `eye(N)`. I ovdje je moguće `eye(N, M)`.
- `rand(N, M)` daje matricu sa slučajnim vrijednostima od 0 do 1.
- `randn(N, M)` daje matricu sa slučajnim vrijednostima koje podliježu Gausovoj raspodjeli vjerovatnoća.
- `magic(N)` daje „magični kvadrat“.
- MATLAB i Octave posjeduju odličan sistem pomoći. Ako želimo saznati više informacija o nekoj funkciji, na primjer `magic` dovoljno je zadati komandu `help magic`.

Blok matrice i operator :

- Složene matrice možemo zadavati blok po blok, vodeći računa da se blokovi moraju ispravno „složiti” inače dobijamo poruku greške. Na primjer ako je matrica S dimenzija 2×6 , P dimenzija 3×3 i vektor V dimenzija 5×1 tada sa: $A = [V, [S; P, \text{eye}(3)]]$ dobijamo matricu od pet vrsta i šest kolona.
- $a = 1:7$ definiše niz a kao vektor vrstu sa elementima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7.
- $b = 1:3:15$ definiše niz b kao vektor vrstu sa elementima 1, 4, 7, 10 i 13. Uočite da je drugi podatak korak i da se krajnji podatak može a ne mora pojaviti u rezultujućem nizu.
- Operator `:` se često koristi u radu sa vrstama i kolonama matrica. Na primjer $D = C(1:2:\text{end}, :)$ izdvaja sve neparne vrste matrice C u novu matricu D .

Operacije sa matricama i poljima brojeva

- Sabiranje i oduzimanje: $A = (B+C) - D+3$ – moraju biti istih dimenzija. Specijalno jedan sabirak može biti skalar.
- Transponovanje: $A = B'$ ili $A = B.'$. Kod kompleksnih matrica $A = B'$ ujedno i konjuguje sve elemente.
- Matrično množenje: $A = B * C$ – unutrašnje dimenzije se moraju poklapati, ili jedan činilac mora biti skalar.
- Množenje polja brojeva: $A = B .* C$ – B i C moraju biti istih dimenzija, množenje se vrši element po element.
- Stepovanje matrica: $A = B^3$ – matrična operacija, B mora biti kvadratna matrica.
- Stepovanje polja brojeva: $A = B.^3$ – svaki element matrice B se diže na treći stepen.

Operacije sa matricama i poljima brojeva

- **det(A)** je determinanta matrice A (mora biti kvadratna).
- **inv(A)** je inverzna matrica matrice A (mora biti kvadratna).
- Dvije matrice, istih dimenzija, možemo podijeliti „element po element” ovako: $A = B ./ C$
- Postoji i „matrično dijeljenje” $A = B / C$ i $D = B \setminus C$, koje se za slučaj kvadratnih matrica svodi na $A = B \times C^{-1}$ i $D = B^{-1} \times C$
- **flipud(A)** – provjerite šta radi sa **help** komandom
- **fliplr(A)** – provjerite šta radi sa **help** komandom
- Ako je A proizvoljna matrica dimenzija 5×7 šta će biti rezultat izvršenja komande:

$$T = A(:, \text{end}:-1:1) - \text{fliplr}(A)$$

Matematičke funkcije

- **abs (x)** apsolutna vrijednost
- **real (x)** realni dio
- **imag (x)** imaginarni dio
- **conj (x)** konjugovanje
- **sqrt (x)** \sqrt{x}
- **exp (x)** e^x
- **log (x)** $\ln x$
- **log10 (x)** $\log_{10} x$
- **sign (x)** znak broja
- **sin (x)**
- **cos (x)**
- **tan (x)** $\operatorname{tg} x$
- **asin (x)** $\arcsin x$
- **acos (x)** $\arccos x$
- **atan (x)** $\operatorname{arctg} x$
- **round (x)** najbliži cio broj
- **ceil (x)** veći cio broj
- **floor (x)** manji cio broj
- **fix (x)** šta li ona radi?
- **gcd (a, b)**
najveći zajednički djelilac
- **lcm (a, b)**
najmanji zajednički sadržalac
- **rem (a, b)**
ostatak pri dijeljenju a sa b

Funkcije, vektori i matrice, kraj rada

- Većina standardnih matematičkih funkcija dozvoljava da im se kao argument proslijedi vektor ili matrica. Tada se funkcija primjenjuje na svaki element vektora (odnosno matrice) a rezultat je istih dimenzija kao ulazni podatak.
- Neka nam je zadatak da napravimo tablicu vrijednosti sinusa i kosinusa za sve uglove od 0 do 180 stepeni sa korakom od 15 stepeni. Jedan od načina rješavanja ovog zadatka je:

```
x = (0:15:180)';  
y = x*pi/180;  
T = [x, sin(y), cos(y)]
```

- Tačka-zarez na kraju komande sprečava ispis rezultata u komandnom prozoru.
- Komandom **exit** završavamo rad.