

Osnovi računarstva II

Čas 1

Miloš Daković

Elektrotehnički fakultet – Podgorica

17. februar 2025.

Nastavno osoblje

Predmetni nastavnici:

- Prof. dr Ljubiša Stanković
Kabinet na III spratu
- Prof. dr Miloš Daković
Kabinet na II spratu

Saradnici:

- BSc Đorđe Borozan
- BSc Željko Bolević

Laboratorija za Digitalnu obradu signala

Ciljevi predmeta

Studenti će:

- Koristiti računar u rješavanju inženjerskih problema
- Savladati algoritamski pristup rješavanju problema
- Upoznati MATLAB i Octave okruženje
- Upoznati softverska okruženja za rješavanje problema u simboličkom obliku
- Dobiti osnovne informacije o programskom jeziku Python
- Primjenjivati naučeno u toku studija i nakon završetka studija

Način ostvarenja ciljeva:

- Redovno i aktivno praćenje nastave
- Učenje i stalno proširivanje stečenih znanja
- Povezivanje naučenog gradiva sa gradivom iz ostalih disciplina

Ovaj predmet se vrednuje sa 6 ECTS kredita.

Nedjeljno opterećenje studenata:

8 sati

- 2 časa predavanja
- 1 čas računskih vježbi
- 2 časa laboratorijskih vježbi
- 3 sata samostalnog rada
 - 1 sat pripreme za predavanja i konsultacije
 - 1 sat samostalnog rada na računaru
 - 1 sat obnavljanje pređenog gradiva, priprema kolokvijuma i ispita

Literatura i softver

Osnovna literatura:

- Z. Uskoković, Lj. Stanković, I. Đurović: MATLAB FOR WINDOWS;
- Dodatni materijali vezani za algoritme, simboličku matematiku, i grafički korisnički interfejs, će biti dostupni preko sajta ETF-a

Softver:

- MATLAB <http://www.mathworks.com>
- Octave – open source <http://octave.sourceforge.net>
<http://www.gnu.org/software/octave>
- Maple <http://www.maplesoft.com>
- wxMaxima – open source <http://wxmaxima.sourceforge.net>
<http://andrejv.github.com/wxmaxima>
- Python <https://www.python.org>

Vrednovanje aktivnosti studenata na nastavi

Ukupno: 15 poena

- 6 laboratorijskih testova.
- 3 domaća zadatka
- Domaći zadaci i laboratorijski testovi će se raditi preko ETF-OL platforme: **<https://bp.etf.ac.me/ol>**.

Redovno praćenje nastave (predavanja, vježbi i laboratorijskih vježbi) je najbolji način da pripremite kolokvijum i završni ispit, položite ovaj predmet i usvojite znanja i vještine koje su neophodne za našu struku.

Otvorite nalog na ETF-OL platformi, ukoliko ga u prethodnom semestru niste otvorili. Obratite pažnju da ispravno popunite sva polja u formularu za prijavu jer naknadna izmjena podataka nije moguća. Ime i prezime sa našim slovima, broj indeksa, fakultet i studijski program...

Kolokvijum i završni ispit

Kolokvijum: 40 poena

- Kolokvijum se radi u pisanoj formi (za rješavanje zadataka se ne koristi računar) uz korišćenje ETF-OL platforme za postavljanje zadataka i predaju rješenja.
- Planirani termin kolokvijuma je **14. april 2025.** godine.

Završni ispit: 45 poena

- Završni ispit se radi u računarskim salama ETF-a. Sastoji se od zadataka koje je potrebno riješiti korišćenjem računara.
- Termin završnog ispita određuje prodekan za nastavu.

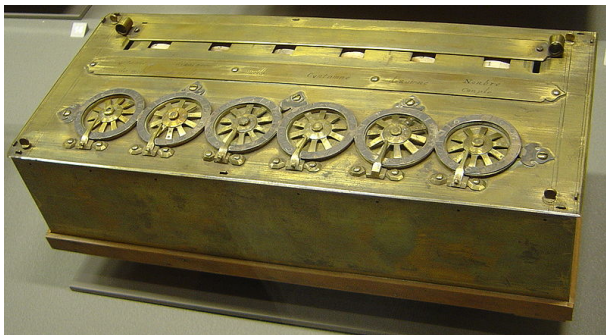
Ispit je položen sa 50 i više poena u ukupnom zbiru.

Procedure: Čovjek i obrada podataka I

- Ljudi u svakodnevnom životu uspješno koriste jezik procedure.
- Pomoću tog jezika opisuju dnevne rutine, upućuju druge ljude u nekom pravcu ili opisuju neke značajne događaje u životu.
- Jezik procedure je neformalizovan, ali obično dovoljno jasan da prenese ključne informacije.
- Čovjekova sposobnost obrade informacija je ograničena.
- Još u XIX vijeku uočeno je da ljudi uspješno obrađuju samo male količine informacija, a da su podložni raznim greškama kako se količina informacija povećava.
- Stoga se došlo na ideju kreiranja nepogrešivih računskih mašina koje bi u zahtjevnim obradama zamijenile ljude.

Procedure: Čovjek i obrada podataka II

- Nacrti prvih takvih mašina su bili plod rada Bebidža (**Charles Babbage**) i Paskala (**Blaise Pascal**). (Paskal je napravio mehaničku mašinu za sabiranje i oduzimanje)



- Revolucija u razvoju računskih mašina je omogućena pojavom poluprovodničkih elektronskih komponenti – tranzistora.

Jezik računara

- Savremeni elektronski računari rade na principu binarne logike sa alfabetom $\{0, 1\}$.
- Teško je ljudsku logiku, zasnovanu na procedurama, pretvoriti u binarni zapis direktnim putem.
- Poseban je problem što relativno prosta procedura zapisana binarno može da ima desetine hiljada, pa i milione bita, što je čini nemogućom za održavanje i prepravljanje.
- Stoga su se razvili programski jezici kao posrednici između jezika procedure i jezika koji razumiju računari.
- Program napisan u programskom jeziku podsjeća na jednostavne direktive engleskog jezika, kombinovane sa preciznim matematičkim formulacijama.

Algoritam

- Prije pisanja programa u programskom jeziku treba osmisliti korake u rješavanju problema.
- Ti koraci moraju biti nedvosmisleni, jer računari mogu da izvršavaju samo nedvosmislene direktive.
- Slijed koraka koji vode ka rješenju nekog problema naziva se **algoritam**.
- Termin algoritam potiče od imena persijskog mislioca Abu Abdulah Muhameda bin Musa Al-Kwarezmija, koji je u IX vijeku osmislio postupke za obavljanje osnovnih matematičkih operacija.
- Kada se programer suoči sa nekim problemom, treba da razvije postupak za njegovo rješavanje – algoritam, a zatim da taj algoritam pretvori u kôd (tj. tekst) nekog programa.

Program – algoritam i podaci

- Program je niz instrukcija koje računar može izvršiti i čiji je rezultat rješenje nekog konkretnog problema (zadatka).
 - U svakom nizu je precizno definisan redoslijed. U programu se nedvosmisleno zna šta se radi prvo, šta drugo, treće...
- Programski jezik je skup svih dozvoljenih instrukcija i pravila njihovog kombinovanja.
- Po terminologiji koju je uveo Niklaus Wirth, program se sastoji od dvije cjeline:
 - algoritma i
 - podataka.
- Mnogi svakodnevni problemi se rješavaju "algoritamski"(upis na fakultet, polaganje vozačkog ispita, priprema nekog jela...).
- Zajedničko im je da se mogu opisati nizom koraka (instrukcija) koji nas vode ka cilju (rješenju problema).

- U računarskoj terminologiji poznati su: **elementarni** (osnovni) i **složeni** (izvedeni) tipovi podataka.
- Elementarni tipovi podataka su:
 - cijeli broj
 - realni (decimalni) broj
 - karakter (slovni podatak)
- Tri elementarna tipa podataka su realizovana i tumače se hardverski.
- Konkretno ovo znači da se dekadna vrijednost cijelog broja tumači na osnovu njegovog binarnog memorijskog zapisa (npr. $00101011_{(2)} = 43_{(10)}$), a da se negativni cijeli brojevi prikazuju preko dvojnog komplementa (npr. $10101011_{(2)} = -85_{(10)}$). Tumačenje karaktera se obavlja preko ASCII (ili neke druge) tabele.

Podaci — nastavak

- Podaci određenog tipa zauzimaju tačno definisanu memoriju. Na primjer karakteri zauzimaju 1 bajt, cijeli brojevi se često zapisuju sa 32 bita, odnosno zauzimaju 4 bajta, realni brojevi se često zapisuju u pokretnom zarezu sa ukupno 64 bita (8 bajtova).
- Podaci imaju domen. Domen predstavlja opseg vrijednosti koje može uzeti promjenljiva određenog tipa. Na primjer ako cjelobrojna promjenljiva zauzima 1 bajt ona ne može imati više od $256 = 2^8$ različitih vrijednosti.
- Kod svakog tipa podataka imamo i operacije koje se nad tim tipom sprovode (npr. sabiranje, oduzimanje, upoređivanje itd). Operacije se izvode (uglavnom) po matematičkim pravilima.

Imenovanje podataka

- Imena podataka u svim programskim jezicima (što ćemo mi usvojiti za naše algoritme) moraju se sastojati od slova (uključujući i znak underscore ili podvlaka `_`) i cifara, s tim da ime ne smije počinjati cifrom.
- Pojedini programski jezici razlikuju mala i velika slova prilikom imenovanja promjenljivih (za njih kažemo da su „case sensitive“), dok drugi ovu razliku ne poznaju.
- Svakom imenovanom podatku pridružuje se dio radne memorije u kojoj se skladišti vrijednost podatka.

Dodjela vrijednosti

- Podatku A dodijelimo vrijednost 5

$$A = 5$$

- Podatku B dodijelimo vrijednost 'm'

$$B = 'm'$$

- Vrijednost podatka C odredimo kao $2A + 7$

$$C = 2 * A + 7$$

- Sve ove operacije vrše dodjelu vrijednosti imenovanom podatku. Operaciju dodjele vrijednosti obilježavaćemo sa $=$ vodeći računa da to nije matematička jednakost. Na lijevoj strani mora biti imenovani podatak a na desnoj strani izraz, koji kada se „izračuna“ postaje vrijednost imenovanog podatka.

Dodjela vrijednosti – nastavak

- Nije dozvoljeno (iako je matematički korektno):

$$3 + A = B$$

jer na lijevoj strani operatora $=$ nije imenovani podatak.

- Sa druge strane, dozvoljeno je (iako matematički nije baš smisljeno):

$$A = A + B$$

A i B se sabere i rezultat smjesti u promjenljivu A .

- U nekim programskim jezicima se koristi $:=$ kao operator dodjele vrijednosti. ($A := 3$)
- U algoritmima se dodjela vrijednosti nekad obilježava strelicom ($A \leftarrow 3$)

Aritmetičke operacije

- Sabiranje, množenje, oduzimanje, dijeljenje ...
- Operacije se obavljaju u aritmetičko-logičkoj jedinici (ALU) računara koja ima ograničenu dužinu registara.
- U programiranju se ne može podrazumijevati da je sabiranje asocijativna operacija $(a + b) + c = a + (b + c)$ (ovo će biti demonstrirano kasnije)
- Iz matematike znamo da je $x + 1$ uvijek veće od x ako je x prirodan broj. Razmislite šta će se desiti ako je prirodni broj u registru računara zapisan kao niz jedinica $111...111$ i dodamo mu 1 .

Operacije poređenja

- U našim algoritmima korist ćemo sljedeće (binarne) operacije poređenja:
 - $>$ veće od — prvi operand je veći od drugog;
 - $<$ manje od — prvi operand je manji od drugog;
 - $\geq$ veće ili jednako — prvi operand je veći ili jednak od drugog;
 - $\leq$ manje ili jednako — prvi operand je manji ili jednak od drugog;
 - $\equiv$ jednakost — prvi operand je jednak drugom;
 - $\neq$ nejednakost — prvi operand nije jednak drugom.
- U programskim jezicima se koriste operatori: $>=$, $<=$, $==$, $<>$
- Važno je da operator poređenja na jednakost $\equiv$ razlikujemo od operatora pridruživanja (dodjele vrijednosti) $=$.

Logičke operacije

- Programiranje poznaje logičke operacije, tj. operacije Bulove algebre koje ste naučili u prethodnom semestru.
- Operacija negacije, u oznaci $\neg A$ daje vrijednost tačno ako je A netačno i obrnuto.
- Tabele istinitosti operacija i, ili i ekskluzivno ili, su prikazane ispod:

I (AND)

A	B	$A \wedge B$
$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\top$

ILI (OR)

A	B	$A \vee B$
$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$

EX-ILI (XOR)

A	B	$A \oplus B$
$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$
$\top$	$\top$	$\perp$

Prioritet operacija

- Prioritet operacija u programiranju je isti kao u matematici: množenje i dijeljenje imaju veći prioritet od sabiranja i oduzimanja. U izrazu: $A + B * C$ će se prvo obaviti množenje, pa tek onda sabiranje.
- Prioritet se može promijeniti upotrebom malih zagrada: $(A + B) * C$ gdje se prvo izračuna izraz unutar zagrada, pa se tek onda pomnoži sa brojem C .
- Operacije poređenja se uvijek obavljaju prije logičkih operacija: $x > 2 \wedge x \leq 4$. Za razliku od prethodnog primjera, ovdje zagrade nijesu potrebne.
- Zagrade je poželjno stavljati i tamo gdje se mogu izostaviti, ukoliko izrazi postaju jasniji.
- Ako postoji bilo kakva dilema o prioritetu operacija treba postaviti zagrade bez „ustručavanja“.

Karakter tip podatka

- U memoriji računara karakteri se, kao i svi drugi podaci, čuvaju u obliku niza bitova.
- Numerički ekvivalent zapisanog karaktera se naziva kôdom toga karaktera
- Na osnovu saznanja da je na određenoj memorijskoj lokaciji upisan karakter i na osnovu sadržaja te memorijske lokacije vrši se tumačenje koji je karakter u pitanju.
- Da bi razlikovali konstante tipa karakter od imena promjenljivih, operatora i brojeva u našim algoritmima ćemo ove konstante navoditi unutar apostrofa: 'A', '+', '1', '*'.
- Sa karakter podacima su dozvoljene operacije poređenja, pri čemu se u većini slučajeva poređenje vrši leksikografski vodeći računa da su cifre „ispred“ slova, i da su velika slova „ispred“ malih.

Nizovi i matrice

- Programski jezici često rade sa većom količinom podataka istog tipa. Ti podaci se, po potrebi, mogu smjestiti u niz.

- Elementi niza dužine N se mogu obilježiti sa:

$$a(1), a(2), \dots, a(N)$$

$$a[1], a[2], \dots, a[N] \text{ ili}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_N$$

- Napomenimo da različiti programski jezici usvajaju drugačije notacije za indeksiranje nizova.
- Kod matrica dimenzija $M \times N$ elementi su indeksirani kao:

$$a(1, 1), a(1, 2), \dots, a(1, N)$$

$$a(2, 1), a(2, 2), \dots, a(2, N)$$

...

$$a(M, 1), a(M, 2), \dots, a(M, N)$$

Nizovi i matrice — nastavak

- Sa elementima niza su dozvoljene sve operacije koje su dozvoljene u radu sa elementarnim podacima tipa kojem pripadaju elementi niza:

$$b(1) = b(2) - b(3)$$

$$a(2, 3) = a(1, 2) - b(1)$$

$$b(1) > 2$$

- Niz karaktera se naziva string.
- Sa članovima niza karaktera mogu da se vrše sve operacije koje se mogu vršiti sa podacima tipa karakter.
- Jedna bitna razlika u odnosu na nizove cijelih i realnih brojeva je ta da se podaci koji čine niz brojeva učitavaju sa tastature računara jedan po jedan, i na isti način prikazuju na ekranu, dok se niz karaktera može učitati i prikazati odjednom.

Algoritamski koraci

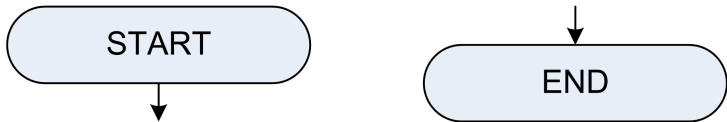
U algoritmima prepoznamo sljedeće korake:

- Početak algoritma;
- Najavu korišćenja promjenljivih (sekcija za deklaraciju);
- Ulaz (unos) podataka;
- Sekvencu (seriju pojedinačnih naredbi, jedna za drugom);
- Selekciju (dio naredbi koje se izvršavaju u zavisnosti od ispunjenja nekog logičkog uslova);
- Ciklus (dio naredbi koji se ponavlja više puta);
- Izlaz (ispis, štampanje) podataka;
- Kraj algoritma.

Predstavljanje algoritama

- Najjednostavniji način za predstavljanje algoritma bi bio tekstualni zapis. Ovakav način u većini slučajeva nije prihvatljiv jer većina govornih jezika nije jednoznačna (istu stvar možemo kazati na više načina a jedna tvrdnja može biti različito tumačena)
- Odomaćen način je grafički, preko algoritamske šeme, koja koristi ljudske vizuelne sposobnosti. Ovdje se algoritamski koraci predstavljaju jednostavnim grafičkim simbolima.
- Pored ovoga, postoji mnogo drugih načina, ali ćemo mi posmatrati još samo pseudokod.
- Pseudokod je sličan tekstu u nekom govornom jeziku (obično engleskom, ali može i našem), a ujedno je i sličan programskim jezicima, mada ne posjeduje komplikovana pravila koja mogu postojati (često i smetati) u programskim i govornim jezicima.

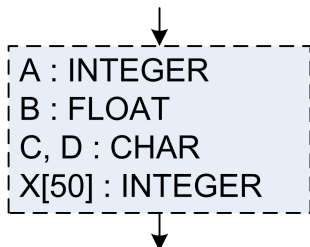
Početak i kraj algoritma



- Početak i kraj algoritma se u algoritamskoj shemi predstavljaju elipsama ili zaobljenim pravougaonicima sa tekstom START, odnosno END.
- Od START-a počinje izvršavanje programa. Tok izvršavanja programa ilustruju orijentisane linije, koje povezuju pojedine djelove algoritma. Tok izvršavanja je po pravilu odozgo na dolje.
- U našem pseudokodu početak i kraj algoritma će biti naglašeni riječima START i END u prvom i posljednjem redu pseudokoda.

Deklaracija promjenljivih

- Deklaracija (najava korišćenja) će se u našoj šemi obilježavati pravougaonikom sa isprekidanim ivičnim linijama. Unutar pravougaonika navodimo imena promjenljivih i odgovarajući tip.

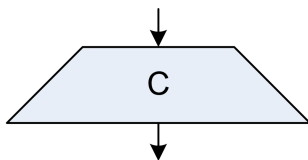
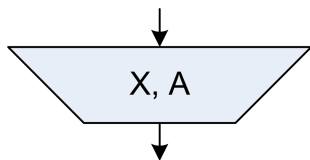


Deklarisano je da će A biti cijeli broj, B realni broj, C i D karakteri (dozvoljeno je odjednom deklarirati više promjenljivih istog tipa) i da ćemo koristiti niz X sa najviše 50 članova (svaki član je cijeli broj).

- U pseudokodu sekcija za deklaraciju se prikazuje na isti način, ali bez strelica i isprekidanih linija.
- **Sekciju za deklaraciju na početku ostavite praznu i dopunjavate je kada god uvedete novu promjenljivu u ostatku algoritma.**

Ulaz i izlaz podataka

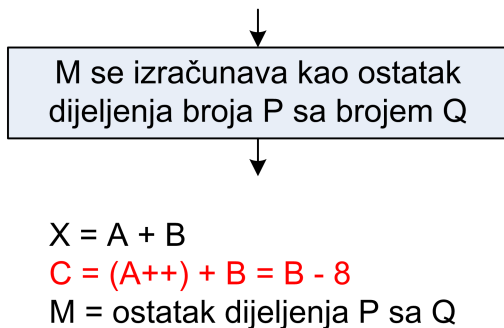
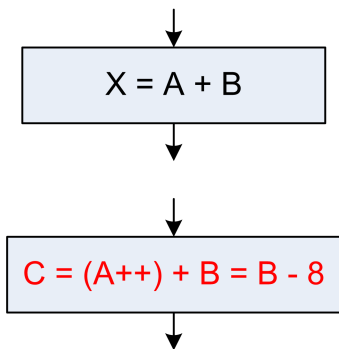
- Grafički simboli za ulaz i izlaz podataka su trapezi (a neki autori koriste i paralelograme). Kod ulaza, je veća gornja osnovica, a kod izlaza donja.
- U našem pseudokodu, naredba za ulaz je INPUT, dok je naredba za izlaz OUTPUT.
- I jedna i druga naredba su praćene sa listom promjenljivih koje korisnik unosi ili koje se prikazuju korisniku.



INPUT X, A
OUTPUT C

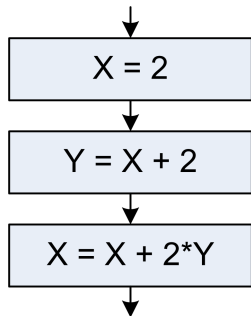
Obrada podataka

- Grafički obradu podataka predstavljamo pravougaonikom.
- Unutar pravougaonika upisujemo o kojoj se operaciji radi. Ovaj opis mora biti nedvosmislen.



Sekvenca naredbi

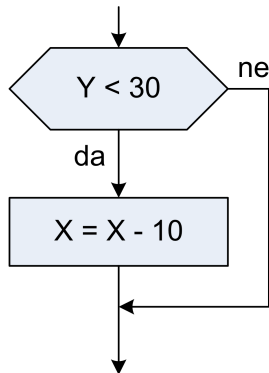
- Sekvenca predstavlja niz naredbi koje se izvršavaju redom.
- Sekvenca se u algoritmu označava kao niz algoritamskih koraka povezanih strelicama u pravcu izvršavanja programa (ako nema strelica podrazumjeva se odozgo na dolje), dok se naredbe u pseudokodu upisuju jedna za drugom.
- U primjeru su navedeni koraci obrade podataka, ali jasno je da bilo koji algoritamski korak može biti dio sekvence.



$X = 2$
 $Y = X + 2$
 $X = X + 2*Y$

Selekcija

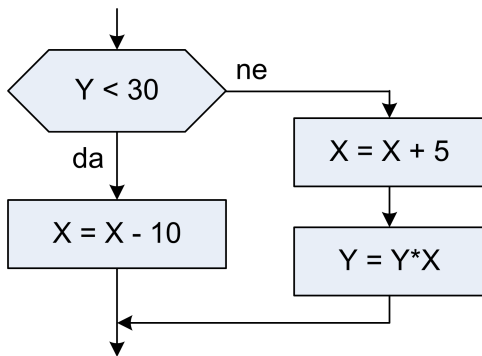
- Kod selekcije se naredbe izvršavaju ako je zadovoljen neki logički uslov.
- Uslov kod selekcije se upisuje unutar romba ili šestougona.
- Primjer: ako je Y manje od 30 tada umani X za 10
- Uočite da je u pseudokodu neophodan ENDIF



```
IF Y < 30  
    X = X - 10  
ENDIF
```

Selekcija – nastavak

- Druga varijanta selekcije je oblika: „Ako je zadovoljen neki uslov uradi jednu akciju, a ako nije uradi drugu.“
- Uočite ključnu riječ ELSE u pseudokodu.



```
IF Y < 30  
    X = X - 10  
ELSE  
    X = X + 5  
    Y = Y * X  
ENDIF
```

Primjer – kvadratna jednačina

Posmatrajmo realna rješenja kvadratne jednačine

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

gdje su A , B i C poznati koeficijenti.

Rješenja jednačine zavise od njene diskriminante $D = B^2 - 4AC$.

- Ako je diskriminanta pozitivna ($D > 0$) i $A \neq 0$ tada jednačina ima dva rješenja:

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad x_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Primjer – kvadratna jednačina

- Ako je diskriminanta jednaka nuli i $A \neq 0$, onda postoji jedno rješenje: $x = -B/(2A)$
- Ako je diskriminanta manja od nule, a $A \neq 0$, jednačina nema rješenja u skupu realnih brojeva.
- Ako je $A \equiv 0$ i $B \neq 0$ postoji jedno rješenje $x = -C/B$.
- Ako je $A \equiv 0$, $B \equiv 0$ i $C \neq 0$ nema rješenja.
- Ako je $A \equiv 0$, $B \equiv 0$ i $C \equiv 0$ rješenje je trivijalno, odnosno, svako x je moguće rješenje.

O svim ovim slučajevima moramo voditi računa prilikom sastavljanja algoritma za rješavanje kvadratne jednačine jer računar neće „pretpostavljati“ ništa, niti će se sam snaći da riješi nestandardne slučajeve kvadratne jednačine.