Stepeni redovi

Primjer: Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3^n}{n}+\frac{5^n}{n^2}\right)x^n$.

Rešenje: Opšti član je : $c_n=\frac{3^n}{n}+\frac{5^n}{n^2}$ pa je

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{c_n}{c_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3^n}{n}+\frac{5^n}{n^2}}{\frac{3^{n+1}}{n+1}+\frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}\frac{n3^n+5^n}{(n+1)3^{n+1}+5^{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5^n}{5^{n+1}}=\frac{1}{5}.$$

Red konvergira za $|x|<\frac{1}{5}$. U tačkama $x=\pm\frac{1}{5}$ imamo

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|\left(\frac{3^n}{n}+\frac{5^n}{n^2}\right)\left(\pm\frac{1}{5}\right)^n\right|=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(3/5)^n}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3/5)^n}{n}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}.$$

Prvi red konvergira jer $\sqrt[n]{\frac{(3/5)^n}{n}}=\frac{3/5}{\sqrt[n]{n}}\xrightarrow[n\to\infty]{}\frac{3}{5}<1$. Drugi red $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ je takodje konvergentan.

U tačkama $x=\pm\frac{1}{5}$ red je apsolutno konvergentan. Oblast konvergencije je $x\in\left[-\frac{1}{5};+\frac{1}{5}\right]$.

Primjer: Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n2^n\ln n}x^n$.

Rešenje: Opšti član je : $c_n=\frac{(-1)^n}{n2^n\ln n}$ pa je

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{c_n}{c_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n2^n\ln n}}{\frac{1}{(n+1)2^{n+1}\ln(n+1)}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}\frac{2^{n+1}}{2^n}\frac{\ln(n+1)}{\ln n}=2.$$

Red konvergira za $|x|<2$. U tački $x=-2$ imamo $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(-2)^n}{n2^n\ln n}=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$. Za ispitivanje konvergencije ovog brojnog reda koristimo integralni kriterijum. Opšti član je $a_n=\frac{1}{n\ln n}$. Neka je $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$. Tada je:

1. $a_n=f(n)$ za $n=2;3;4;...$
2. Za $x>1$ je $f(x)$ neprekidna funkcija.
3. Za $x>1$ je $f(x)$ monotono opadajuća funkcija jer je $f'(x)=-\frac{1+\ln x}{x^2\ln^2 x}<0$.

To znači da je konvergencija reda $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ ista kao konvergencija integrala $\int_2^{\infty}\frac{1}{x\ln x}dx$. Kako je

$\int_2^{\infty}\frac{1}{x\ln x}dx=\int_2^{\infty}\frac{d(\ln x)}{\ln x}=\ln(\ln x)\Big|_2^{\infty}\to\infty$ to i red $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ divergira.

U tački $x=2$ imamo $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^n}{n2^n \ln n}=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n}$. Za ispitivanje konvergencije ovog brojnog reda sa naizmjeničnim članovima koristimo Lajbnicov kriterijum. Opšti član je $a_n=\frac{(-1)^n}{n\ln n}$. Kako je $b_n=\frac{1}{n\ln n}>0$ za $n=2;3;4;\ldots$ i b_n monotono teži ka nuli to je red $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n}$ konvergentan.

Oblast konvergencije je $x\in(-2;2]$.

Primjer: Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n}(x-3)^n$.

Rešenje: Opšti član je : $c_n=\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n}$ pa je $R=\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{|c_n|}}=\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{\left|\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n}\right|}}=4$.

Red konvergira za $|x-3|<4$, tj za $x\in(-1;7)$.

U tački $x=-1$ imamo $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n}(-1-3)^n=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)}$ a to je divergentan red.

U tački $x=7$ imamo $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)4^n}(7-3)^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)}$ a to je red koji po Lajbnicovom kriterijumu konvergira, jer $\frac{1}{(2n+1)}$ monotono teži ka nuli. Oblast konvergencije je $x\in(-1;7]$.

Primjer: Odrediti oblast konvergencije reda $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{2n+1}2^n(x-1)^n$.

Rešenje: Opšti član je :

$c_n=\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{2n+1}2^n=\left(\frac{n}{4(n+1/4)}\right)^{2n+1}2^n=\left(\frac{n}{(n+1/4)}\right)^{2n+1}\frac{1}{4^{2n+1}}2^n=\left(\frac{n}{(n+1/4)}\right)^{2n+1}2^{-3n-2}$ pa je

$$R=\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{|c_n|}}=\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{\left|\left(\frac{n}{(n+1/4)}\right)^{2n+1}2^{-3n-2}\right|}}=\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{\left|\left(\frac{n}{(n+1/4)}\right)^{2n+1}2^{-2}\right|}}\frac{1}{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\sqrt[n]{|2^{-3n}|}}=\frac{1}{2^{-3}}=8.$$

Red konvergira za $|x-1|<8$, tj za $x\in(-7;9)$.

U tački $x=-7$ imamo $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{2n+1}2^n(-7-1)^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n+1}(-1)^n2^{4n}}{4^{2n+1}(n+1/4)^{2n+1}}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n+1}(-1)^n}{(n+1/4)^{2n+1}}$ a to je red sa naizmjeničnim članovima koji divergira jer njegov opšti član ne teži nuli.

U tački $x=9$ imamo $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{2n+1}2^n(9-1)^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n+1}2^{4n}}{4^{2n+1}(n+1/4)^{2n+1}}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n+1}}{(n+1/4)^{2n+1}}$ red koji divergira iz istog razloga. Oblast konvergencije je $x\in(-7;9)$.

Furijeovi redovi

Definicija i postavka zadatka

Definicija Funkcionalni red oblika $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ se naziva trigonometrijskim redom, a konstantni brojevi a_n i b_n koeficijentima trigonometrijskog reda, $(n=1,2,\ldots)$

Ako trigonometrijski red konvergira njegova suma je periodična fja $f(x)$ s periodom 2π pošto su $\sin nx$ i $\cos nx$ periodične fje s periodom 2π. Isto naravno važi i za parcijalne sume tog reda. Znači, $f(x)=f(x+2\pi)$.

Postavlja se sljedeće pitanje: Data je fja $f(x)$ periodična s periodom 2π. Pri kojim uslovima na $f(x)$ je moguće naći trigonometrijski red koji konvergira k datoj fji?

Definicija koeficijenata trigonometrijskog reda po Furijeovim formulama

Neka je $f(x)$ periodična fja sa periodom 2π, takva da se ona predstavlja trigonometrijskim redom koji konvergira na intervalu $(-\pi,\pi)$ tj

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \quad (1).$$

Pretpostavimo da je red sa desne strane ravnomjerno konvergentan. Tada je integral lijeve strane jednak sumi integrala s desne strane u (1). Prointegrišimo obe strane po x od $-\pi$ do π. Tada imamo da je

$$\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{a_0}{2}dx+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\int_{-\pi}^{\pi}a_n\cos nx\,dx+\int_{-\pi}^{\pi}b_n\sin nx\,dx\right)$$

Izračunajmo svaki od integrala s desne strane:

$$\int_{-\pi}^{\pi}\frac{a_0}{2}dx=\pi a_0;\quad \int_{-\pi}^{\pi}a_n\cos nx\,dx=a_n\frac{\sin nx}{n}\Big|_{-\pi}^{\pi}=0$$

$$\int_{-\pi}^{\pi}b_n\sin nx\,dx=-b_n\frac{\cos nx}{n}\Big|_{-\pi}^{\pi}=0$$

Slijedi $\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx=\pi a_0 \Rightarrow a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx.$ (2)

koristeći integrale trigonometrijskih fja, koje nećemo izvoditi ovdje dobija se da je

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx\,,\quad b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx. \quad (3)$$

koeficijente (2),(3) nazivamo Furijeovim koeficijentima fje f(x), a trigonometrijski red (1) s takvim koeficijentima nazivamo Furijeovim redom fje f(x).

Dakle važi sljedeća:

Teorema Neka trigonometrijski red $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx + b_n\sin nx)$ ravnomjerno konvergira na intervalu $(-\pi,\pi)$ ka fji $f(x)$ tj $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$. Tada je to razlaganje jedinstveno pri čemu važe formule (2) i (3).

Znači svaki ravnomjerno konvergentan trigonometrijski red je Furijeov red sa koeficijentima (2) i (3).

Vraćamo se sada na početak našeg problema, tačnije na pitanje kakve uslove treba zadovoljavati fja $f(x)$ da bi njen Furijeov red konvergirao i da bi suma Furijeovog reda bila jednaka vrijednostima date fje u odgovarajućim tačkama.

Definicija Ograničena funkcija $f(x)$ zadovoljava Dirihleove uslove na intervalu $[a,b]$, ako se taj interval može ~~razbiti~~ podijeliti na konačno mnogo podintervala $(a,x_1),(x_1,x_2),\dots,(x_{n-1},b)$ tako da je funkcija na svakom od tih intervala monotona (ili rastuća ili opadajuća), a na krajevima tih podintervala može imati samo prekid prve vrste. Za funkciju $f(x)$ kažemo da je dio po dio monotona na $[a,b]$.

Teorema Ako periodična funkcija $f(x)$ sa periodom 2π zadovoljava Dirihleove uslove na intervalu $[-\pi,\pi]$, tada se funkcija može predstaviti u obliku Furijeovog reda koji konvergira u svim tačkama intervala. Suma dobijenog reda $s(x)$ je jednaka vrijednosti fje $f(x)$ u tačkama neprekidnosti funkcije $f(x)$. U tačkama prekida fje $f(x)$ suma reda je jednaka ~~srednjoj~~ aritmetičkoj sredini lijeve i desne granične vr. fje u tački prekida tj.

ako je $x=c$ tačka prekida f-je $f(x)$ tada je

$$S(x)_{|x=c} = \frac{f(c-0)+f(c+0)}{2} = \frac{1}{2}\left[\lim_{x\to c-0} f(x) + \lim_{x\to c+0} f(x)\right].$$

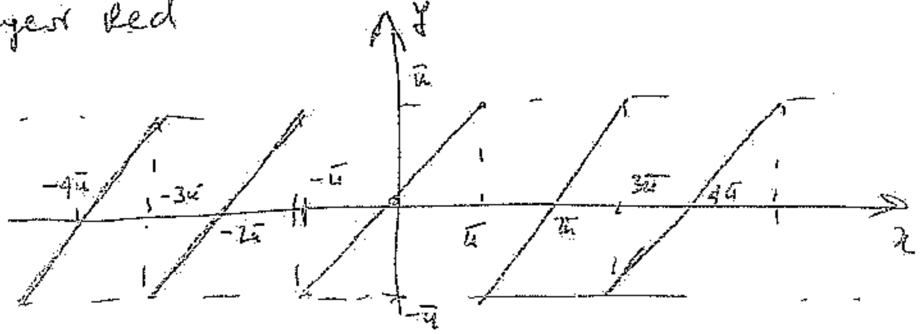
Također je $S(-\pi) = S(\pi) = \frac{1}{2}\left[\lim_{x\to -\pi+0} f(x) + \lim_{x\to \pi-0} f(x)\right]$.

<u>Primjeri razlaganja funkcije u Furijeov red</u>

<u>Primjer 1.</u> Neka je $f(x)$ periodična f-ja s periodom 2π definisana

$f(x) = x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$

$f(x)$ je dio po dio neprekidna i ograničena. Znači možemo da je razložimo u Furijeov red



Po formulama (2) i (b) imamo da je:

$$a_0 = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x dx = \frac{1}{\pi}\left.\frac{x^2}{2}\right|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x\cos kx\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\left. x\frac{\sin kx}{k}\right|_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{\pi}\sin kx\,dx\right] = 0$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x\sin kx\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\left. -x\frac{\cos kx}{k}\right|_{-\pi}^{\pi} + \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{\pi}\cos kx\,dx\right] = (-1)^{k+1}\frac{2}{k}$$

Odavde je

$$f(x) = 2\left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \dots (-1)^{k+1}\frac{\sin kx}{k} + \dots\right]$$

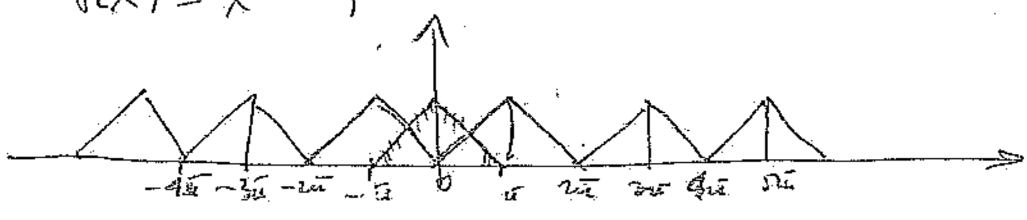
ovo vrijedi u svim tačkama osim u tački prekida.

U tačkama prekida je ~~vrijednost~~ suma reda jednaka nuli.

<u>Primjer 2</u> $f(x)$ s periodom 2π

$$f(x) = -x, \quad -\pi \leq x \leq 0$$
$$f(x) = x, \quad 0 < x \leq \pi$$

tj. $f(x) = |x|$



F-ja je dio po dio monotona i ograničena u $-\pi \le x \le \pi$.

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -x\,dx + \int_{0}^{\pi} x\,dx\right] = \pi$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -x\cos kx\,dx + \int_{0}^{\pi} x\cos kx\,dx\right] = \frac{1}{\pi}\left[-\frac{x\sin kx}{k}\Big|_{-\pi}^{0} + \frac{1}{k}\int_{-\pi}^{0}\sin kx\,dx + \right.$$

$$\left. + \frac{x\sin kx}{k}\Big|_{0}^{\pi} - \frac{1}{k}\int_{0}^{\pi}\sin kx\,dx\right] = \frac{1}{\pi k}\left[-\frac{\cos kx}{k}\Big|_{-\pi}^{0} + \frac{\cos kx}{k}\Big|_{0}^{\pi}\right] =$$

$$= \frac{2}{\pi k^2}(\cos k\pi - 1) = \begin{cases} 0, & k \text{ parno} \\ -\frac{4}{\pi k^2}, & k \text{ neparno} \end{cases}$$

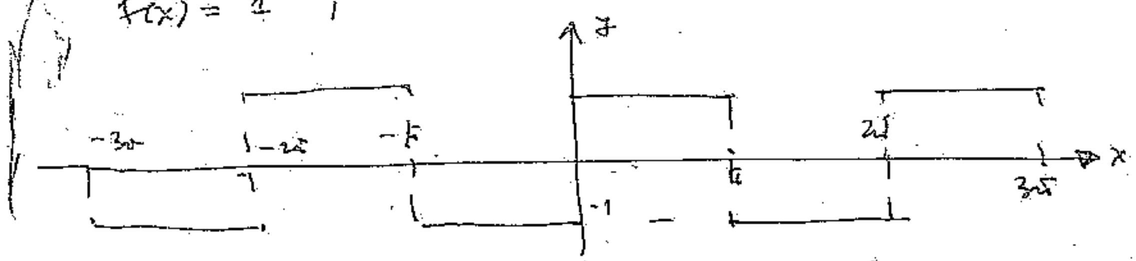
$$b_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0}(-x)\sin kx\,dx + \int_{0}^{\pi} x\sin kx\,dx\right] = 0$$

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\left[\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \dots + \frac{\cos(2p+1)x}{(2p+1)^2} + \dots\right]$$

Ovaj red konvergira u svim tačkama i njena suma je jednaka datoj funkciji.

Primjer 3 $f(x)$ periodična s periodom 2π

$$f(x) = -1, \quad -\pi < x < 0$$
$$f(x) = 1, \quad 0 \le x \le \pi$$



$f(x)$ monotona dio po dio i ograničena u $-\pi \le x \le \pi$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0}(-1)\,dx + \int_{0}^{\pi} dx\right] = 0$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -\cos kx\,dx + \int_{0}^{\pi}\cos kx\,dx\right] = 0$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -\sin kx\,dx + \int_{0}^{\pi}\sin kx\,dx\right] = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\cos kx}{k}\Big|_{-\pi}^{0} - \frac{\cos kx}{k}\Big|_{0}^{\pi}\right] =$$

$$= \frac{2}{\pi k}(1 - \cos \pi k) = \begin{cases} 0, & k \text{ parno} \\ \frac{4}{\pi k}, & k \text{ neparno} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{4}{\pi}\left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \dots + \frac{\sin(2p+1)x}{2p+1} + \dots\right]$$

Osim u tačkama prekida u njima je $= 0$.

Rastavljanje periodičnih f-ja

$$\int_{-\pi}^{\pi}\psi(x)\,dx=\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi}\psi(x)\,dx$$, ako je $\psi(x)$ periodična f-ja s periodom 2π.

λ ma koji broj.

Iz ovoga slijedi da je $(-\pi,\pi)$ možemo zamijeniti intervalom $(\lambda,\lambda+2\pi)$:

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi}f(x)\,dx,\quad a_n=\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi}f(x)\cos nx\,dx,\quad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi}f(x)\sin nx\,dx$$ λ bilo koji broj.

Rastavljanje parnih i neparnih f-ja

Ako je ψ - parna f-ja tada je $\int_{-\pi}^{\pi}\psi(x)\,dx=2\int_{0}^{\pi}\psi(x)\,dx$

$\psi(x)=\psi(-x)$

Petar Janus

Ako je ψ - neparna f-ja tada je

$\psi(-x)=-\psi(x)$ $\qquad\int_{-\pi}^{\pi}\psi(x)\,dx=0$

1) Ako je $f(x)$ neparna f-ja $f(x)\cos kx$ - također neparna f-ja, a $f(x)\sin kx$ parna f-ja pa je

$$a_0=0,\quad a_k=0,\quad b_k=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin kx\,dx$$ $\quad f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}b_k\sin kx$

tj Furijeov red sadrži samo sinuse

2) Ako je $f(x)$ parna f-ja, to je $f(x)\sin kx$ - neparna, a $f(x)\cos kx$ parna f-ja pa je

$$a_0=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\,dx,\quad a_k=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\cos kx\,dx,\quad b_k=0$$

tj Furijeov red sadrži samo kosinuse. $\quad f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos kx.$

Primjer $f(x)=x\quad[-\pi,\pi]$

$f(x)$ neparna f-ja $\quad a_0=0,\ a_k=0\quad b_k=(-1)^{k+1}\frac{2}{k}$

$$f(x)=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx,\quad x=\pi/2$$

$$\frac{\pi}{2}=2\left[\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{1}-\frac{\sin\frac{2\pi}{2}}{2}+\frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{3}+\dots+(-1)^{n+1}\frac{\sin n\frac{\pi}{2}}{n}+\dots\right]=2\left[1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\dots+(-1)^{n+1}\dots\right]$$

Petar Janus

Furijeov red za f-je s periodom 2ℓ

Neka je $f(x)$ periodična f-ja s periodom 2ℓ $(\neq 2\pi)$.

Uzmimo smjenu $x = \frac{\ell t}{\pi}$

Tada je f-ja $f\left(\frac{\ell t}{\pi}\right)$ f-ja promjenljive t s periodom 2π i razlaže se u Furijeov red na intervalu $-\pi \le x \le \pi$.

$$f\left(\frac{\ell}{\pi}t\right) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{\ell}{\pi}t\right)dt, \quad a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{\ell}{\pi}t\right)\cos kt\, dt$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f\left(\frac{\ell}{\pi}t\right)\sin kt\, dt$$

Vratimo se na promjenljivu x:

$$x = \frac{\ell}{\pi}t, \quad t = x\frac{\pi}{\ell}, \quad dt = \frac{\pi}{\ell}dx$$

Pa imamo da je

$$a_0 = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)dx, \quad a_k = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)\cos\frac{\pi k x}{\ell}dx$$

$$b_k = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)\sin\frac{\pi k x}{\ell}dx.$$

i red je oblika $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k \cos\frac{k\pi}{\ell}x + b_k \sin\frac{k\pi}{\ell}x\right)$

Ako je f-ja $f(x)$ zadata na intervalu $[a, b]$,
uzmemo $\underline{b-a=2\ell}$, $\underline{a+2\ell=b}$ pa imamo da je

$$a_0 = \frac{2}{b-a}\int_a^b f(x)dx, \quad a_n = \frac{2}{b-a}\int_a^b f(x)\cos\frac{2n\pi}{b-a}x\,dx$$

$$b_n = \int_a^b f(x)\sin\frac{2n\pi}{b-a}x\,dx$$

i Furijeov red je jednak

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos\frac{2n\pi}{b-a}x + b_n\sin\frac{2n\pi}{b-a}x\right]$$