

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

TEORIJA ELEKTRIČNIH KOLA
LABORATORIJSKE VJEŽBE
- Elektronika, Računari i Telekomunikacije-

_____, Indeks broj: _____
Ime i prezime

VJEŽBA BROJ 1

A) PROVJERA PRINCIPA LINEARNOSTI

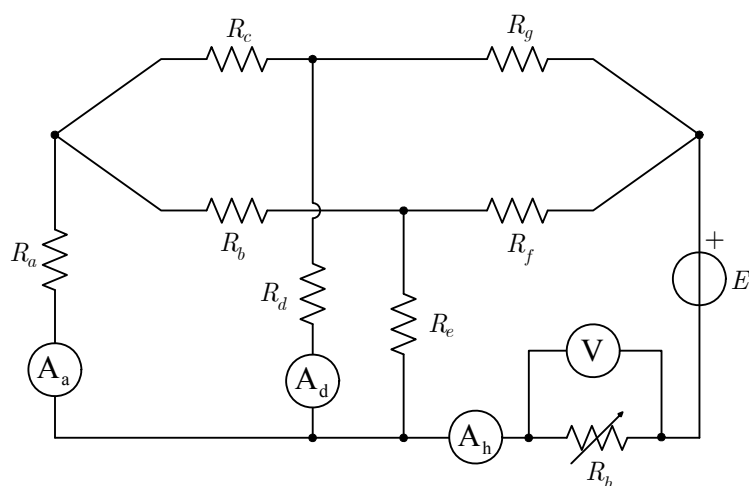
1. ZADATAK VJEŽBE

Princip linearnosti provjeriti u kolu prema šemi u kom su svi pasivni elementi linearni otpornici. Formulacija principa linearnosti glasi: **Ako se u nekoj grani linearnog električnog kola mijenja otpornost ili napon izvora te grane, između struja bilo kojih djevu grana kola postoji linearna zavisnost oblika $I_k = A_k + B_k I_m$.**

2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Izvor jednosmjernog napona do 40 V.
- 2) Sedam otpornika (2x600Ω, 2x1300Ω, 120Ω, 50Ω i 22Ω)
- 3) Potenciometar (1kΩ)
- 4) Tri ampermetra za jednosmjernu struju (6A)
- 5) Voltmetar za jednosmjerni napon (30V)

3. ŠEMA VEZA



4. POSTUPAK PRI RADU

I) Za dvije vrijednosti otpornosti R_h izmjeriti pripadne vrijednosti struja I_a , I_b , I_h . Zatim iz linearnosti odnosa $I_a = A_a + B_a I_h$ i $I_d = A_d + B_d I_h$ odrediti koeficijente A_a , A_d , B_a i B_d . Nacrtati grafike $I_a = f_1(I_h)$ i $I_d = f_2(I_h)$.

II) Mijenjajući otpornost R_h , uporediti pokazivanja ampermetara za struje I_a , I_d i I_h sa prethodno dobijenim graficima.

III) Koristeći princip linearosti po kojem se može napisati $U_h = C + DI_h$, odrediti koeficijente C i D pomoću dva mjerenja. Vrijednost otpornosti R_h , pri kojoj ona uzima maksimalnu snagu, može se odrediti analitički na sledeći način:

$$P_h = U_h I_h = (C + DI_h)I_h = CI_h + DI_h^2$$

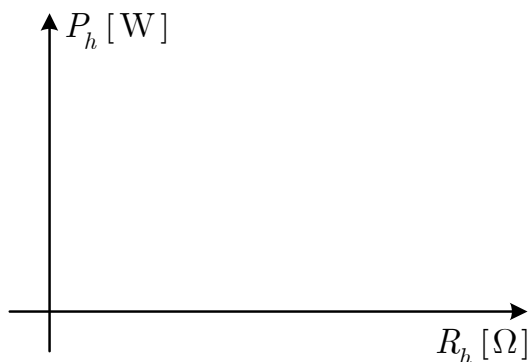
$$\frac{dP_h}{dI_h} = C + 2DI_h = 0 \Rightarrow I_h = -\frac{C}{2D} \text{ i } U_h = \frac{1}{2}C$$

a odavde slijedi da je

$$R_h = \frac{U_h}{I_h} \text{ za } P_h = P_{\max}$$

IV) Za različite vrijednosti otpornosti R_h izmjeriti snagu koja se u njoj troši. Nacrtati grafik $P = P(R_h)$ i iz njega odrediti otpornost R_h za koju je ta snaga maksimalna i uporediti je sa prethodno dobijenom vrijednošću. Pri promjeni otpornosti R_h voditi računa o opsegu instrumenta.

I_d [mA]									
I_a [mA]									
I_h [mA]									
R_h [Ω]									
U_h [V]									
P_h [W]									



VJEŽBA BROJ 1

B) TEOREMA VARIJACIJE

1. ZADATAK VJEŽBE

U kolu iz prvog dijela vježbe, provjeriti teoremu varijacije. Za jednu od grana kola snimiti funkciju osjetljivosti $S = f(\delta R_h)$. Formulacija teoreme varijacije: **Ako se u k -oj grani nekog linearnog električnog kola promijeni otpornost za proizvoljnu vrijednost δR_k , promjena struje u k -oj grani i m -toj grani može se izraziti relacijama:**

$$\delta I_k = -\frac{g_{kk} \delta R_k I'_k}{1 + g_{kk} \delta R_k} \quad \text{i} \quad \delta I_m = -\frac{g_{mk} \delta R_k I'_k}{1 + g_{kk} \delta R_k}$$

gdje su: I'_k – struja u k -oj grani pri $\delta R_k = 0$

g_{kk} – ulazna provodnost grane “ k ” pri $\delta R_k = 0$

g_{mk} – međusobna provodnost grana “ m ” i “ k ” pri $\delta R_k = 0$

3. POSTUPAK PRI RADU

I) Za dato kolo odrediti potrebne ulazne i međusobne provodnosti. Kao primjer uzmimo da treba odrediti provodnosti g_{hh} i g_{ha} . U grani “ h ” postavimo izvor elektromotorne sile E_h i ampermetar, a u grani “ a ” ampermetar. Izmjerimo odgovarajuće struje I_h i I_a . Tražene provodnosti su određene izrazima:

$$g_{hh} = \frac{I'_h}{E_h} \quad \text{i} \quad g_{ha} = \frac{I'_a}{E_h}$$

Na sličan način određujemo ostale provodnosti uzimajući u obzir da je $g_{ah} = g_{ha}$, $g_{dh} = g_{hd}$ i sl.

II) Za konfiguraciju kola prema priloženoj šemi, izmjeriti struje u granama a , d , h i odrediti njihove smjerove. Potom promijeniti vrijednost otpornosti R_h za određenu vrijednost δR_h i ponovo izmjeriti struje.

III) Na osnovu teoreme varijacije izračunati pripadne promjene struja δI a potom i struje I_h , I_a i I_d iz izraza:

$$I_h = I'_h + \delta I_h, \quad I_a = I'_a + \delta I_a, \quad \text{itd.}$$

Vrijednosti za δI_h i δI_a prema formulaciji teoreme varijacije izračunate su prema sledećim relacijama:

$$\delta I_h = -\frac{g_{hh} \delta R_h I'_h}{1 + g_{hh} \delta R_h} \quad \text{i} \quad \delta I_a = -\frac{g_{ah} \delta R_h I'_h}{1 + g_{hh} \delta R_h}$$

Prilikom računanja uzimati u obzir da su struje i provodnosti sa različitim indeksima, algebarski izrazi a vrijednosti struja su izražene u mA.

IV) Osjetljivost struje pojedinih grana kola na promjenu otpornosti R_h možemo odrediti prema izrazu:

$$S_h = K_h \frac{\delta I_h}{\delta R_h} \text{ gdje je konstanta } K_h = \frac{R_h}{I_h'}$$

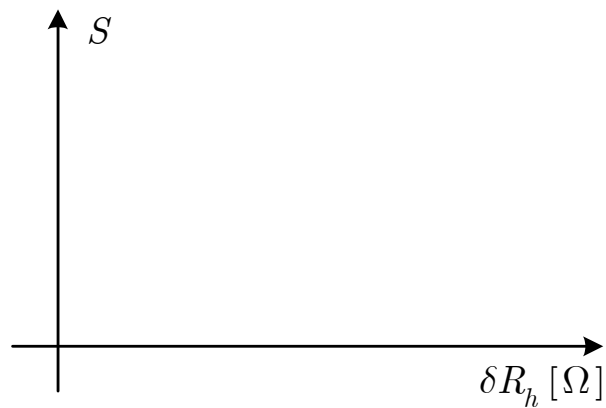
$$S_a = K_a \frac{\delta I_a}{\delta R_h} \text{ gdje je konstanta } K_a = \frac{R_h}{I_a'}$$

...

...

Dobijene osjetljivosti struja pojedinih grana kola uporediti. Za jednu od grana snimiti funkciju osjetljivosti $S_h = f(\delta R_h)$. Vrijednost otpornosti $R_h = 100\Omega$.

$\delta R_h [\Omega]$	100	200	...					1000
$I_h [\text{A}]$								
$\delta I_h = I_h - I_h' [\text{A}]$								
S_h								



VJEŽBA BROJ 2

KALEM, KONDENZATOR I OTPORNIK U KOLU NAIZMJENIČNE STRUJE

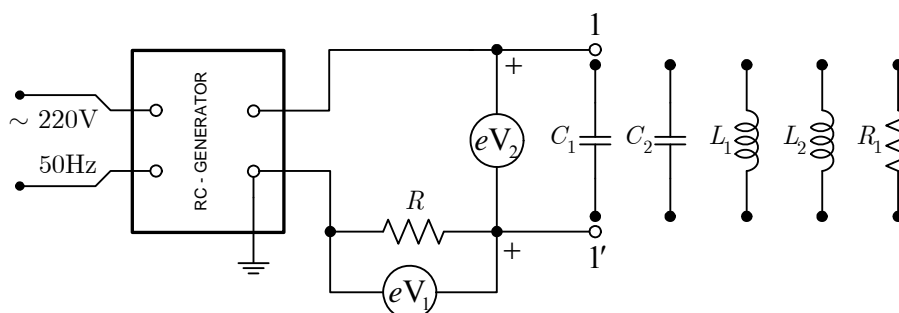
1. ZADATAK VJEŽBE

Odrediti zavisnost reaktansi kalema i kondenzatora i otpornosti otpornika od učestanosti i od parametara L , C i R . Predstaviti grafički dobijene zavisnosti u funkciji od učestanosti.

2. POTREBNI PRIBOR

- 1) RC – generator
- 2) Dva elektronska voltmetra
- 3) Dva kondenzatora kapacitivnosti $C_1 = 0.05\mu\text{F}$ i $C_2 = 0.01\mu\text{F}$
- 4) Dva kalema induktivnosti $L_1 = 50\text{mH}$ i $L_2 = 10\text{mH}$
- 5) Dva otpornika otpornosti $R = 500\Omega$ i $R_1 = 1000\Omega$

3. ŠEMA VEZA



4. POSTUPAK PRI RADU

I) Kondenzator kapacitivnosti C_1 priključiti na krajeve 1-1'. Podesiti napon na izlazu RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost generatora (2 – 20 kHz) mjeriti vrijednosti napona na krajevima kondenzatora i otpornika. Obratiti pažnju na opseg instrumenta. Paralelno kondenzatoru C_1 priključiti kondenzator C_2 i ponoviti mjerenja. Izmjerene vrijednosti u prvom i u drugom slučaju unijeti u tabelu I, izračunati vrijednosti za X_C i dobijene rezultate prikazati grafički. Napon na RC-generatoru podesiti na nulu i isključiti kondenzatore iz kola ($X_C = \frac{U_C}{I}$, $I = \frac{U_R}{R} \Rightarrow X_C = \frac{U_C}{U_R} R$).

II) U ovom dijelu vježbe posmatraju se kalemovi u kolu naizmjenične struje. Na krajeve 1-1' poveže se kalem induktivnosti L_1 . Podesiti napon na RC – generatoru na 10V. Mijenjajući učestanost generatora kao i u prvom dijelu, mjeriti napone na krajevima kalema i otpornika. Drugo mjerenje izvršiti kada su u kolu na krajevima 1-1' priključeni redno povezani kalemovi L_1 i L_2 .

VJEŽBA BROJ 3

SNIMANJE KRIVIH NAPONA I STRUJE U *RL* ODNOSNO *RC* KOLU ZA RAZNE OBLIKE EKSTITACIJE

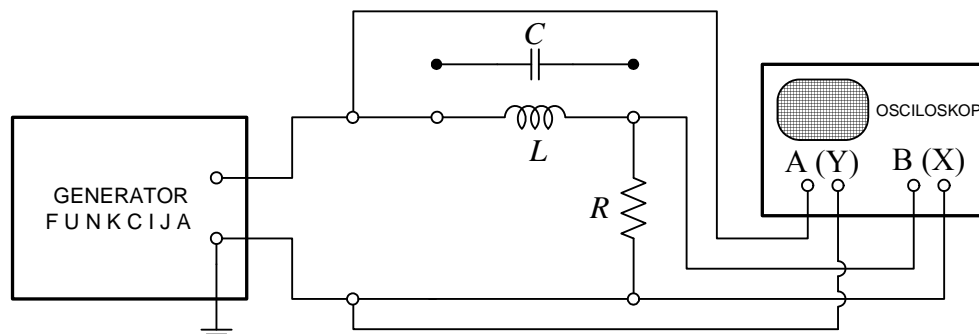
1. ZADATAK VJEŽBE

Snimiti oblike napona i struje na ulazu *RL* odnosno *RC* kola za razne oblike eksitacije i razne vrijednosti učestanosti. Za prostoperiodičnu eksitaciju odrediti faznu razliku između napona i struje na ulazu u *RL* odnosno *RC* kola.

2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Generator funkcija
- 2) Osciloskop
- 3) Kalem induktivnosti 47,8 mH
- 4) Kondenzator kapacitivnosti 71 nF
- 5) Otpornik otpornosti 600 Ω

3. ŠEMA VEZA



4. POSTUPAK PRI RADU

Odabrati oblik eksitacije na generatoru funkcija. Priključiti kanal **A(Y)** osciloskopa na izlaz generatora i snimiti oblik napona. Zatim kanal **B(X)** osciloskopa priključiti na krajeve otpornosti u *RL* kolu i snimiti oblik struje u tom kolu. Ponoviti postupak za nekoliko različitih frekvencija (na primjer za 50 Hz, 1 kHz, 10 kHz). Na generatoru funkcija izabrati drugi oblik eksitacije i ponoviti gore navedeni postupak.

U slučaju prostoperiodične eksitacije očitati sa osciloskopa faznu razliku između napona i struje na ulazu kola i uporediti je sa izračunatom vrijednošću prema relacijama i to:

- 1) Za *RC* kolo $\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$
- 2) Za *RL* kolo $\varphi = \arctan \frac{1}{\omega RC}$

Snimljene krive nacrtati na milimetarskom papiru.

VJEŽBA BROJ 4

FAZNA REZONANSA I ANTIREZONANSA U KOLU NAIZMJENIČNE STRUJE

A) FAZNA REZONANSA (NAPONSKA REZONANSA)

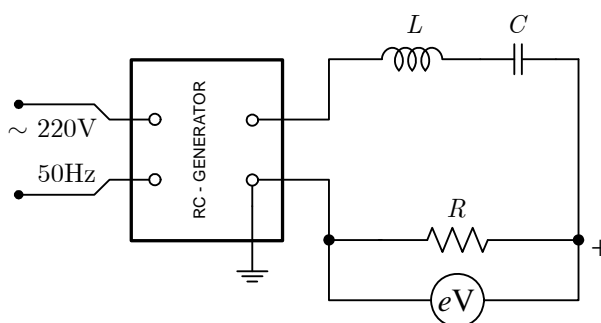
1. ZADATAK VJEŽBE

U rednom RLC - kolu odrediti zavisnost struje od učestanosti i nacrtati grafik promjene $I = I(f)$. Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna rezonansa. Izmjeriti padove napona na krajevima kalema i kondenzatora u režimu rezonanse i nacrtati fazorski dijagram napona.

2. POTREBNI PRIBOR

- 1) RC – generator
- 2) Kalemovi različitih induktivnosti (30.4mH , 25.9mH)
- 3) Kondenzatorska kutija
- 4) Kutija otpornika
- 5) Elektronski voltmetar

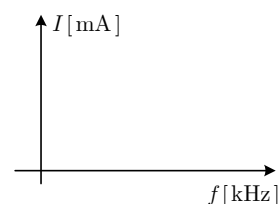
3. ŠEMA VEZA



4. POSTUPAK PRI RADU

Formirati kolo prema šemi i odabrati pogodne vrijednosti za elemente kola. Podesiti napon na krajevima RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost izvora, mjeriti jačinu struje u kolu ($I = U_{ef} / R$). U slučaju fazne rezonanse u kolu je $\text{Im}\{Z_{ul}\} = 0$, pa struja ima maksimalnu vrijednost. Izmjeriti napone na krajevima kalema i kondenzatora pri rezonansi. Dobljene rezultate unijeti u datu tabelu. Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna rezonansa.

$R =$	f [kHz]	0.5	1	...	5	5.5	$\omega_r =$
$L =$	U [V]						$I_r =$
$C =$	I [A]						$U_{L_r} =$
							$U_{C_r} =$

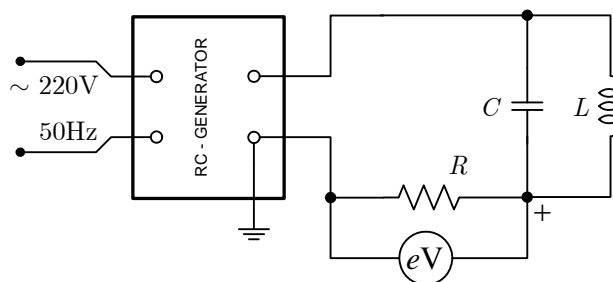


A) FAZNA ANTIREZONANSA (STRUJNA REZONANSA)

1. ZADATAK VJEŽBE

Odrediti zavisnost ukupne struje paralelne RLC veze od učestanosti i nacrtati grafik promjene $I = I(f)$. Naći učestanost pri kojoj nastupa fazna antirezonansa.

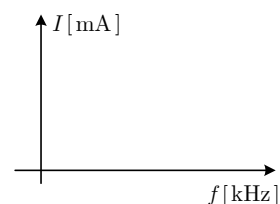
2. ŠEMA VEZA



4. POSTUPAK PRI RADU

Podesiti napon na krajevima RC-generatora na 10V. Mijenjajući učestanost izvora, mjeriti jačinu ukupne struje u kolu. Struju mjeriti indirektno mjereći napon na krajevima otpornika ($I = U_{ef} / R$). Pošto je u režimu fazne antirezonanse $\text{Im}\{Y_{ul}\} = 0$, struja ima najmanju vrijednost. Popuniti datu tabelu i nacrtati grafik promjene $I = I(f)$. Mjerenjem dobijene rezonantne učestanosti uporediti sa teorijski izračunatim rezonantnim učestanostima $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ($\omega = 2\pi f$).

$R =$	f [kHz]	0.5	1	...	5	5.5	$\omega_r =$
$L =$	U [V]						$I_r =$
$C =$	I [A]						$U_{L_r} =$
							$U_{C_r} =$



VJEŽBA BROJ 5

ODREĐIVANJE "y" PARAMETARA MREŽE SA DVA PARA KRAJEVA

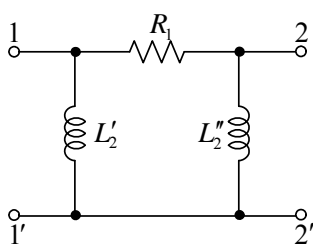
1. ZADATAK VJEŽBE

- a) Mjerenjem odrediti "y" parametre za mreže sa dva para krajeva "Π" i "T" tipa.
 b) Odrediti "y" parametre paralelno povezanih mreža koristeći rezultate iz prvog dijela vježbe i dobijene rezultate provjeriti direktno, mjerenjem.

2. POTREBNI PRIBOR

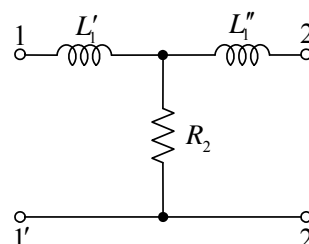
- 1) Autotransformator
- 2) Vektormetar
- 3) Dvije mreže sa dva para krajeva:

a)



$$R_1 = 10\Omega, L_2' = 23.9\text{mH}, L_2'' = 18.2\text{mH}$$

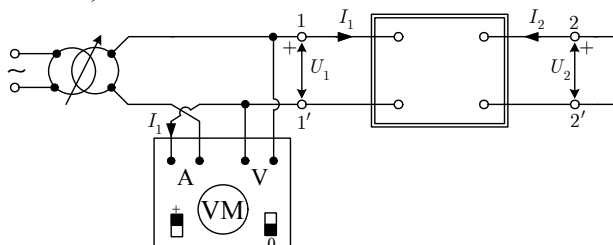
b)



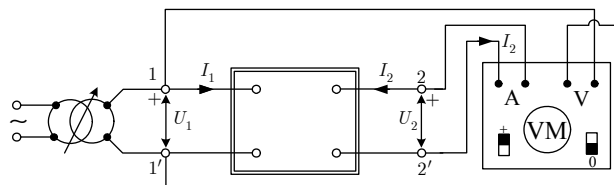
$$R_2 = 8\Omega, L_1' = 30.4\text{mH}, L_1'' = 14.3\text{mH}$$

3. ŠEMA VEZA

šema a)

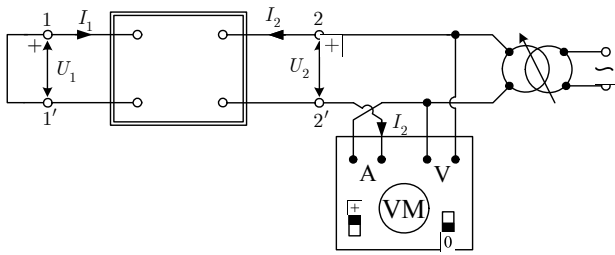


šema b)

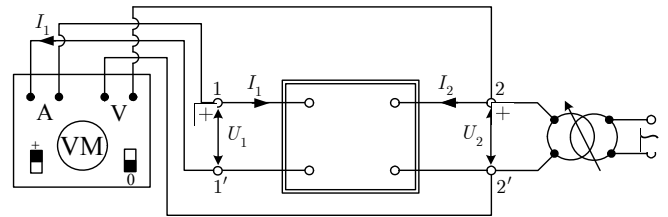


Mjerenje struja I_1 i I_2 i napona U_1 pri uslovu $U_2 = 0$.

šema c)



šema d)



Mjerenje struja I_1 i I_2 i napona U_2 pri uslovu $U_1 = 0$.

4. POSTUPAK PRI RADU

a) Formirati prvo mrežu sa dva para krajeva "Π" tipa . Pomoću vektrometra izmjeriti struje I_1 i I_2 i napon U_1 kada su krajevi mreže 22' kratko spojeni ($U_2 = 0$). Krajevi 11' mreže priključeni su na krajeve autotransformatora (napon U_1 odabrati do 5V). Mjerenja izvršiti prema šemama a) i b).

Za istu mrežu izmjeriti struje I_1 i I_2 i napon U_2 u kolu, kada su krajevi mreže 11' kratko spojeni ($U_1 = 0$), krajevi 22' mreže priključeni su na izvode autotransformatora. Mjerenja izvršiti prema šemama c) i d).

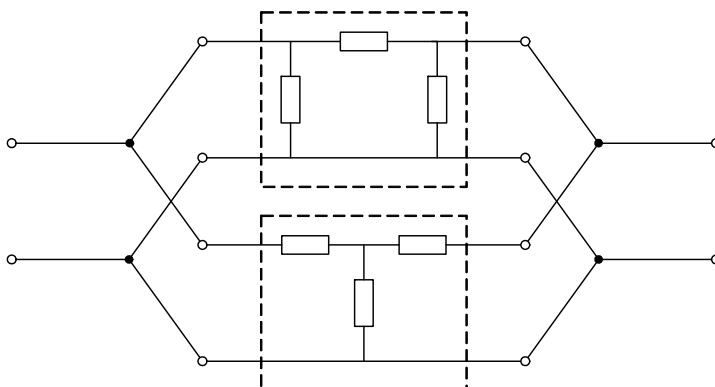
Iz dobijenih podataka mogu se odrediti "y" parametri prema sledećim relacijama:

$$\begin{aligned} y_{11} &= \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} & y_{12} &= \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \\ y_{21} &= \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} & y_{22} &= \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} \end{aligned}$$

Isti postupak ponoviti za mrežu "T" tipa.

Sa vektrometrom raditi vrlo oprezno. Na vektrometru se ne smiju vršiti nikakve promjene veza dok se kolo ne isključi sa mreže.

b) Mreže "Π" i "T" tipa povezati paralelno. Pošto je paralelna veza posmatranih mreža regularna, "y" parametri ekvivalentne mreže se dobijaju kao zbir odgovarajućih "y" parametara pojedinih mreža. Koristeći rezultate prvog dijela vježbe odrediti "y" parametre paralelne veze mreža i dobijene rezultate provjeriti direktnim mjerenjem prema šemama a) i b).



$$\begin{aligned} y_{11e} &= y'_{11} + y''_{11} \\ y_{12e} &= y'_{12} + y''_{12} \end{aligned}$$

VJEŽBA BROJ 6

A) ODREĐIVANJE PARAMETARA EKVIVALENTNOGNAPONSKOG GENERATORA (THEVENIN-OVA TEOREMA)

1. ZADATAK VJEŽBE

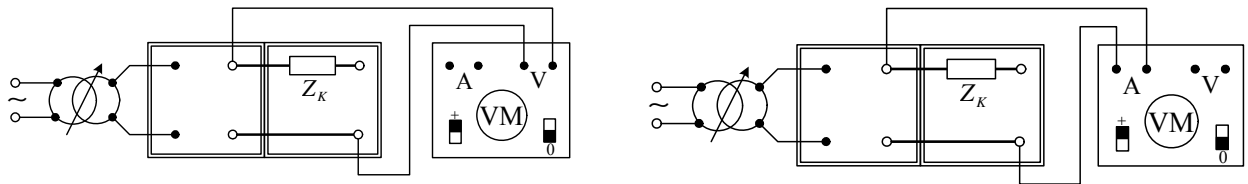
Odrediti parametre ekvivalentnog naponskog generatora (E_T , Z_T , Z_{ek}). Izračunati struju na osnovu relacije date Thevenin-ovom teoremom, a zatim izmjeriti struju direktno i uporediti je sa izračunatom vrijednošću.

2. POTREBNI PRIBOR

- 1) Vektormetar
- 2) Autotransformator
- 3) Složeno električno kolo postavljeno na panelu

3. POSTUPAK PRI RADU

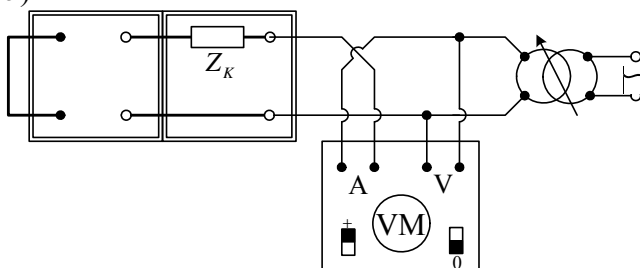
a)



Napon na izlazu iz autotransformatora podesiti na vrijednost $U = 5V$. Zapisati pokazivanja instrumenata mjereći prvo jednu veličinu pa drugu. Ovim mjerenjima se određuje Z_T , jer je:

$$Z_T = \frac{U_V}{I_A} \text{ a } E_T = U_V.$$

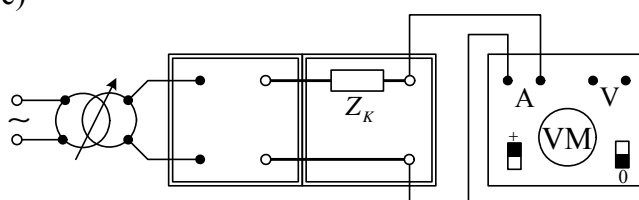
b)



Ako se instrumenti povežu prema ovoj šemi mjerenjem struje i napona određuje se ekvivalentna (ulazna) impedansa kola, odnosno:

$$Z_{ek} = \frac{U_V}{I_A} = Z_T + Z_K.$$

c)



Mjerenjem struje u datoj grani kola direktno, provjeravamo prethodni postupak. Izmjerena struja prema šemi c) treba biti jednaka struji izračunatoj prema relaciji:

$$I = \frac{E_T}{Z_{ek}} = \frac{E_T}{Z_T + Z_K}$$

B) PROVJERA REGULARNOSTI VEZIVANJA MREŽA SA DVA PARA KRAJEVA

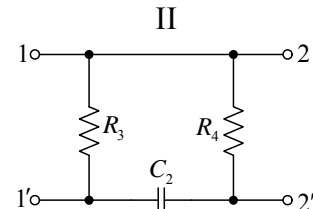
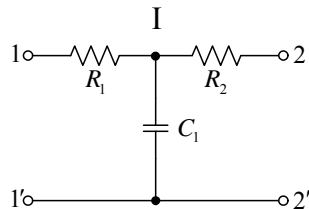
1. ZADATAK VJEŽBE

Za dvije osnovne mreže (I i II) sa dva para krajeva prema šemi provjeriti regularnost njihove veze:

- Redne
- Paralelne
- Redno-paralelne
- Paralelno-redne

2. POTREBNI PRIBOR

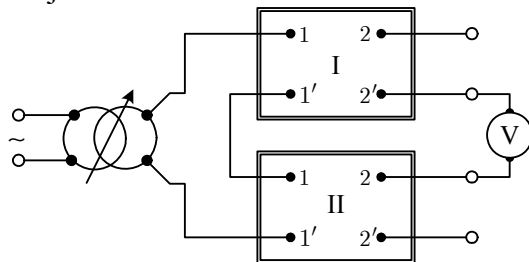
- Autotransformator
- Voltmetar (10mV – 10V)
- Dva panela na kojima se nalaze dvije osnovne mreže sa dva para krajeva prema šemi I i II.



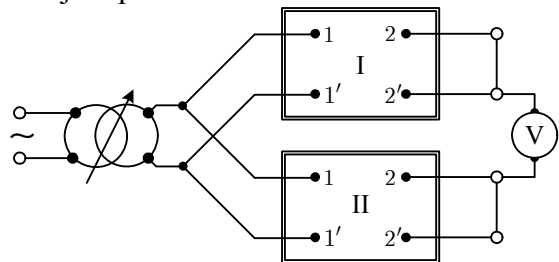
3. POSTUPAK PRI RADU

Ako je napon na voltmetru $U_V = 0V$ tada je data mreža regularna, a u protivnom nije. Postupak provjere regularnosti vezivanja mreža sprovodi se prema sledećim šemama:

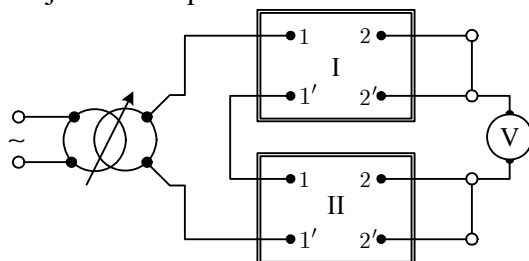
a) Provjera redne veze



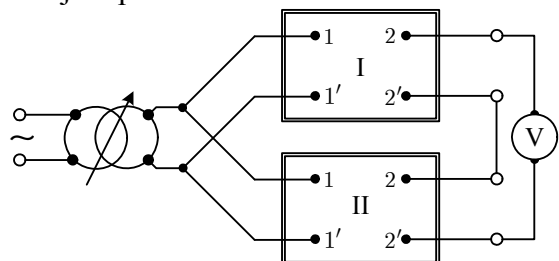
b) Provjera paralelne veze



c) Provjera redno-paralelne veze



d) Provjera paralelno-redne veze



4. DODATAK

Definicija pojma regularnosti: Za dvije ili više mreža sa dva para krajeva kažemo da su vezane regularno ako bilo koji sistem parametara (primarnih ili sekundarnih) tih mreža ostaje nepromijenjen poslije bilo kojeg načina vezivanja.

VJEŽBA BROJ 7

FILTAR VISOKIH I FILTAR NISKIH UČESTANOSTI

1. ZADATAK VJEŽBE

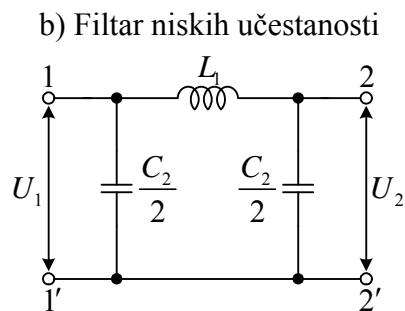
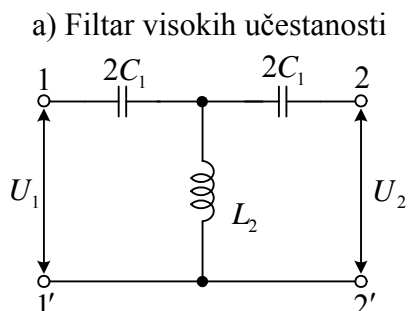
Snimiti grafik funkcije slabljenja A i fazne funkcije B u zavisnosti od učestanosti:

- Za T – ćeliju filtra visokih učestanosti.
- Za Π - ćeliju filtra niskih učestanosti.

2. POTREBNI PRIBOR

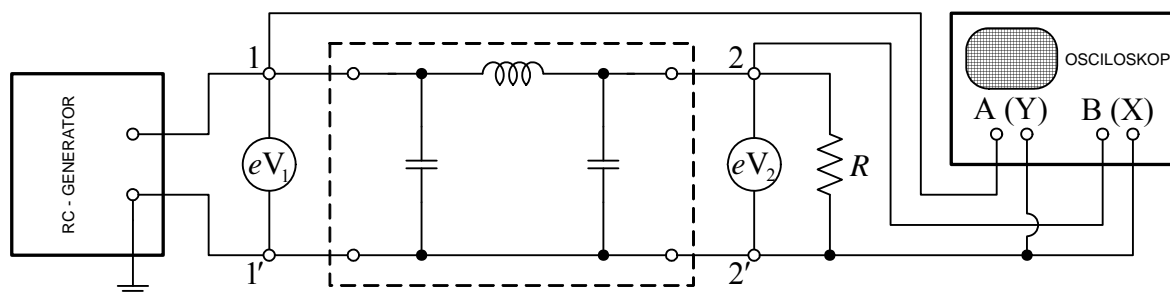
- RC – generator
- Dva elektronska voltmetra
- Osciloskop
- Dekadna kutija otpornika (reda $k\Omega$)

3. DVA FILTRA:



$$L_1 = L_2 = 50\text{mH}, \quad 2C_1 = \frac{C_2}{2} = 180\text{nF}$$

4. ŠEMA VEZE



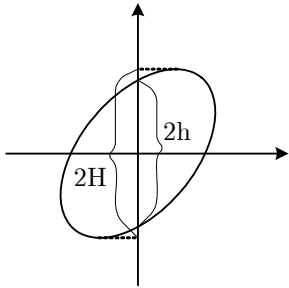
5. POSTUPAK PRI RADU

Krajeve filtra 22' zatvoriti otpornikom otpornosti R. Za R, po mogućnosti, odabrati vrijednosti

$$R^T = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \qquad R^\Pi = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$

Krajeve filtra 11' priključiti na izvode RC – generatora. Za razne učestanosti f priključenog napona mjeriti efektivne vrijednosti napona U_1 i U_2 na pristupnim krajevima filtra pomoću elektronskog voltmetra. Slabljenje A je određeno izrazom $A = \ln \frac{U_1}{U_2}$. Postupak ponoviti za što više vrijednosti

učestanosti f i nacrtati grafik zavisnosti funkcije slabljenja $A = f(\omega)$. Za iste učestanosti odrediti faznu razliku napona $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\theta_1}$ i $\underline{U}_2 = U_2 e^{j\theta_2}$. Fazna razlika između ovih napona $B = \theta_1 - \theta_2$ predstavlja faznu funkciju filtra i zavisi od učestanosti. Za određenu učestanost f ova fazna razlika se može odrediti pomoću osciloskopa. Napone U_1 i U_2 dovodimo na Y i X ploče osciloskopa prema priloženoj šemi. Na ekranu osciloskopa se dobija elipsa sa koje se može odrediti fazna razlika napona prema relaciji

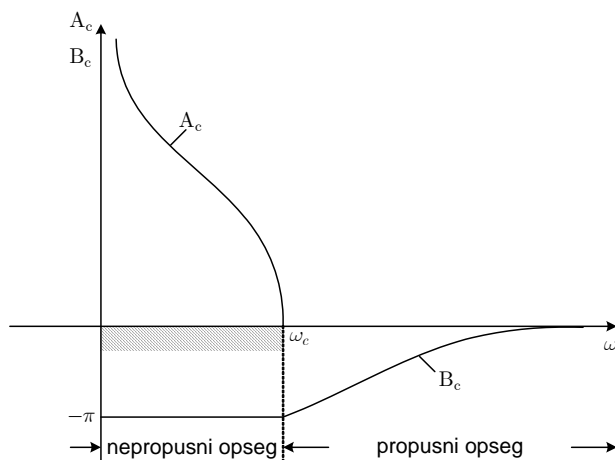


$$B = \theta_1 - \theta_2 = \arcsin \frac{2h}{2H}.$$

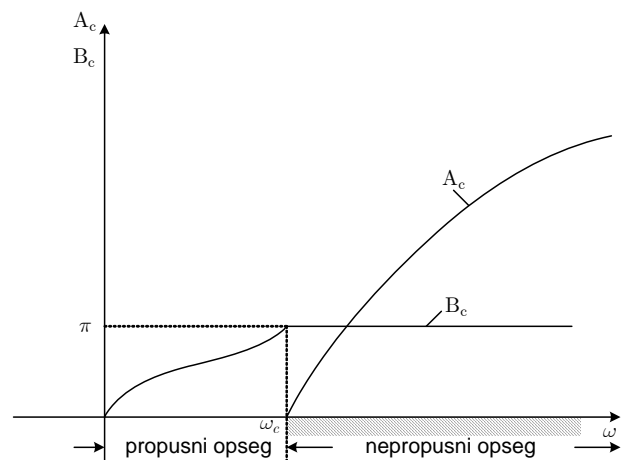
Na osnovu dobijenih podataka nacrtati grafik $B = f(\omega)$. Rezultate srediti prema sledećoj tabeli.

f [Hz]	1500	6500
ω [s^{-1}]															
U_1 [V]															
U_2 [V]															
A [Nep]															
2h [pod]															
2H [pod]															
B [$^\circ$ ili rad]															

Grafike dobijene preko mjerenih veličina uporediti sa teorijski dobijenim graficima, prikazanim na slici, za slučaj da su krajevi filtra 22' zatvoreni karakterističnom impedansom Z_C .



$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}$$



$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

