IZRAČUNAVANJE CIJENA I PRINOSA HARTIJA OD VRIJEDNOSTI

Cijena koju je investitor spreman da plati za bilo koji finansijski instrument predstavlja sadašnju vrijednost očekivanog budućeg neto novčanog toka po osnovu posjedovanja datog instrumenta.

Prema načinu formiranja cijene i izračunavanja prinosa, hartije od vrijednosti tržišta novca mogu biti:

- ***diskontne hartije od vrijednosti*** (kratkoročne državne obveznice, komercijalni zapisi i bankarski akcepti);
- ***kamatonosne hartije od vrijednosti*** (depozitni certifikati, kratkoročne obveznice državnih agencija itd).

DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Diskontne hartije od vrijednosti se prodaju po cijeni koja je niža od njihove nominalne vrijednosti za diskont, odnosno za visinu prinosa obećanog investitoru.

Najčešće diskontne hartije od vrijednosti su kratkoročne državne obveznice, komercijalni zapisi i bankarski akcepti.

Obračun prinosa ***D*** vrši se primjenom diskontne stope ***d*** na nominlnu vrijednost ***NV***, uvažavajući broj dana ***n*** do roka dospijeća hartije:

$$D = NV \times d \times \frac{n}{360}$$

DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Cijena diskontne hartije od vrijednosti koja se kupuje prije roka dospjeća predstavlja razliku nominalne vrijednosti i diskonta:

$$P = NV\,(1 - d\frac{n}{360})$$

Cijena diskontnog instrumenta pomoću ekvivalentne stope prinosa (umjesto diskontne stope) iznosi:

$$P = \frac{NV}{1 + i\,\frac{n}{360}}$$

DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Stopa prinosa do dospijeća (yield to maturity) koju ostvaruje investitor u finansijski instrument sa diskontom utvrđuje se primjenom sljedećeg obrasca:

$$i = \frac{nominalna\ vrijednost - kupovna\ cijena}{kupovna\ cijena} \times \frac{360}{n}$$

gdje je *n*- broj dana do dospijeća hartije

Ukoliko investitor proda hartiju od vrijednosti prije njenog dospijeća, ostvariće prinos adekvatno vremenskom periodu držanja hartije. Ostvarena stopa prinosa u periodu posjedovanja hartije se može izračunati kao:

$$i = \frac{prodajna\ cijena - kupovna\ cijena}{kupovna\ cijena} \times \frac{360}{n}$$

KRATKOROČNE DRŽAVNE OBVEZNICE

Država emituje kratkoročne obveznice radi finansiranja kratkoročnog budžetskog deficita ili refinansiranja ranije izdatih obveznica.

Visoka likvidnost i efikasnost tržišta, kao i država u ulozi garanta, uslovljavaju nerizičan tretman ove vrste hartija.

Usled navedenih investicionih kvaliteta, stopa prinosa kratkoročnih državnih obveznica je najniža u odnosu na stope drugih kratkoročnih hartija od vrijednosti.

Od američkog naziva ove vrste hartija Treasury bills, potiče i globalno prihvaćeni skraćeni naziv T-bills.

Zadatak

Kolika je prodajna cijena kratkoročne državne obveznice od 10.000€, sa rokom dospijeća 22.03.2011. godine i diskontnom stopom od 1,64%, na dan 11.12.2010. godine?

Rješenje:

Cijena diskontne hartije od vrijednosti koja se kupuje prije roka dospijeća jednaka je razlici između nominalne vrijednosti i diskonta:

$$P = NV(1 - d\frac{n}{360})$$

Zadatak

U ovom zadatku važi:

NV=10.000

n (11.12.-22.03.)=20+31+28+22=101

d= 1,64%=0,0164

<u>Cijena kratkoročne državne obveznice:</u>

$$P = 10.000\left(1 - 0{,}0164\,\frac{101}{360}\right) = 9953{,}99$$

Pod pretpostavkom držanja instrumenta do dospjeća, zaključujemo da diskont (razlika između nominalne i prodajne cijene) iznosi 46,01€ i predstavlja prinos za investitora.

KOMERCIJALNI ZAPISI

Komercijalni zapisi (papiri) su kratkoročne dužničke hartije od vrijednosti koje izdaju nefinansijske institucije, prvenstveno velika preduzeća visokog boniteta.

Rokovi dospijeća komercijalnih zapisa iznose od 7 do 270 dana.

Relativno veći kreditni rizik za investitore nadoknađuje se većim prinosom u odnosu na kratkoročne državne obveznice.

Zadatak

Dana 15.09.2009. godine investitor želi da kupi komercijalni zapis koji je izdao L'oreal i koji dospijeva na naplatu 15.12.2009. godine. Prilikom izdavanja zapisa aktuelna kamatna stopa na tržištu novca je 3,75% a njegova nominalna vrijednost je 100000€.

a. *Kolika je tržišna cijena isntrumenta?*
b. *Kolika bi bila tržišna cijena instrumenta ako je diskontna stopa d 3,47%?*

Zadatak

Rješenje:

Poznate veličine su:

n(15.09.-15.12.)=15+31+30+15=91

i=3,75%=0,0375

NV=100.000

a) Tržišna cijena instrumenta:

$$P = NV\,(1 - dt) = NV\,(1 - \frac{i}{1 + it} \times t)$$

0dnosno:

$$P = NV\left(\frac{1 + it - it}{1 + it}\right) = NV\frac{1}{1 + it} = \frac{NV}{1 + i\,\frac{n}{360}}$$

$$P = \frac{100.000}{1 + 0{,}0375\,\frac{91}{360}} = 99060{,}98$$

Zadatak

Rješenje:

b)

$$P = NV\,(1 - dt)$$

$$P = 100.000\left(1 - 0{,}0347 \times \frac{91}{360}\right) = 99.122{,}86$$

BLAGAJNIČKI ZAPISI

Blagajnički zapisi predstavljaju kratkoročne dužničke hartije od vrijednosti koje emituju poslovne banke radi prevazilaženja trenutnih problema nedovoljne likvidnosti. Pored poslovnih, blagajničke zapise može emitovati i centralna banka, u cilju apsorpcije viškova likvidnosti iz monetarnog sistema i u tom slučaju zapise mogu kupovati isključivo banke.

Relativno nizak rizik ulaganja u blagajničke zapise praćen je relativno niskim prinosom za investitore.

Zadatak

Dana 20.10.2008. godine centralna banka je organizovala aukciju blagajničkih zapisa pojedinačne nominalne vrijednosti 100.000€, sa rokom dospijeća 20.04.2009. godine. Prosječna ponderisana kamatna stopa na aukciji je iznosila 12,75%. Odredi pojedinačnu prodajnu cijenu zapisa.

Rješenje:

NV=100.000

n(20.10.–20.04.)=11+30+31+31+28+31+20=182

i=12,75% = 0,1275

Prodajna cijena zapisa:

$$P = \frac{NV}{1 + i\,\frac{n}{360}} = \frac{100.000}{1 + 0{,}1275 \times \frac{182}{360}} = 93.944{,}49$$

BANKARSKI AKCEPTI

Bankarski akcept je trasirana mjenica na banku i akceptirana od banke, kojom se neopozivo naređuje isplata mjenične sume imaocu mjenice po naredbi izdavaoca mjenice na određeni dan.

Prilikom prodaje bankarskog akcepta, vrši se eskontovanje primjenom eskontne (diskontne) stope.

Rok dospijeća akcepta je od 30 do 270 dana, a najčešće 90 dana.

O roku dospijeća akcepta, banka donosiocu isplaćuje ukupnu nominalnu vrijednost instrumenta.

KAMATONOSNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Hartije od vrijednosti sa kamatonosnim prihodom se emituju po cijeni koja je jednaka njihovoj nominalnoj vrijednosti i imaju određeni rok dospijeća.

Kupac ostvaruje kamatu **I**, koju emitent obećava da plati na nominalnu vrijednost o roku dospijeća.

$$I = NV \cdot i \cdot \frac{n}{360}$$

Cijena o roku dospijeća kamatonosne hartije od vrijednosti se izračunava kao zbir nominalne vrijednosti i pripadajuće kamate.

$$P = NV\,(1 + i\,\frac{n}{360})$$

KAMATONOSNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Cijena kamatonosne hartije od vrijednosti, u izabranom trenutku nakon njenog emitovanja, predstavlja sadašnju vrijednost iznosa koji će biti primljen po dospijeću, diskontovanog primjenom aktuelne kamatne stope na tržištu novca:

$$P' = NV \cdot \frac{1 + i_c \frac{n_c}{360}}{1 + i_m \frac{n_m}{360}}$$

P'- tržišna cijena hartije u određenom trenutku između dana emitovanja i roka dospijeća;

i_c – kamatna stopa pri izdavanju instrumenta;

i_m- kamatna stopa pri prodaji instrumenta;

n_c- broj dana od kupovine do roka dospijeća;

n_m – broj dana od prodaje do roka dopsijeća;

n – broj dana posjedovanja instrumenta.

KAMATONOSNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Prinos za investitora u slučaju prodaje kamatonosne hartije prije njenog roka dospijeća utvrđuje se korigovanjem odnosa ostvarene razlike u cijeni i kupovne cijene za period posjedovanja hartije.

Ukoliko je hartija prethodno kupljena na dan emitovanja, i zatim prodata prije roka dospijeća po cijeni **P'**, investitor bi ostvario prinos u iznosu:

$$i = \frac{P' - NV}{NV} \cdot \frac{360}{n} = \left(\frac{P'}{NV} - 1\right) \cdot \frac{360}{n}$$

gdje je **n** - broj dana posjedovanja hartije.

KAMATONOSNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Postoji mogućnost da investitor kupi kamatonosnu hartiju nakon dana emitovanja, a zatim da je proda prije dana dospijeća. Ostvareni prinos u periodu posjedovanja hartije može biti utvrđen prema obrascu:

$$i = \left(\frac{1 + i_m \frac{n_m}{360}}{1 + i_s \frac{n_s}{360}} - 1\right) \cdot \frac{360}{n}$$

gdje su:

i *– ostvareni prinos u periodu posjedovanja hartije*

i_m *- kamatna stopa pri kupovini instrumenta*

i_s *- kamatna stopa pri prodaji instrumenta*

n_m *- broj dana od kupovine do roka dospijeća*

n_s *- broj dana od prodaje do roka dospijeća*

n *- broj dana posjedovanja instrumenta*

DEPOZITNI CERTIFIKATI

Depozitni certifikat je potvrda koja glasi na određenu sumu novca deponovanog u banci, na određeni rok i uz određenu kamatnu stopu.

Za banke kao njihove emitente, depozitni certifikati predstavljaju alternativu pribavljanju sredstava putem klasičnog depozita, i koriste se kao instrument za upravljanje rizikom kamatne stope. Certifikati o depozitu na tržištu novca se emituju sa rokovima naplate od sedam dana do jedne godine. Plaćanje se vrši donosiocu ili po nalogu deponenta, a pripadajuća kamata se isplaćuje u momentu isplate glavnice. Kamata se obračunava na osnovu stvarnog broja dana do roka dospijeća i dodaje glavnici o roku dospijeća.

Zadatak

Banka je izdala depozitni certifikat 29.09.2009. godine sa rokom dospijeća 24.06.2010. godine, na nominalni iznos od 80.000€ i sa kuponskom kamatnom stopom 4,50% na dan izdavanja.

a. *Koliko je donosilac dobio na dan dospijeća instrumenta?*

b. *Kolika je cijena ovog instrumenta 21.11.2009. godine, kada je tržišna kamatna stopa iznosila 4,25%?*

Zadatak

Rješenje:

n(29.09.-24.06.)=1+31+30+31+31+28+31+30+31+24=268

NV=80000

i=4,5%=0,045

a. $$P = NV\left(1 + i\,\frac{n}{360}\right) = 80000 \cdot \left(1 + 0{,}045\,\frac{268}{360}\right) = 82680$$

b. $$P^{\prime} = NV \cdot \frac{1 + \; i_c\,\frac{n_c}{360}}{1 + \; i_m\,\frac{n_m}{360}} = 80000\,\frac{1 + 0{,}045\,\frac{268}{360}}{1 + 0{,}0425\,\frac{215}{360}} = 80633{,}36$$

POTROŠAČKI ZAJMOVI

Ove zajmove kreditor (banka, preduzeće) odobrava fizičkom licu u tačno određenu svrhu i pod utvrđenim uslovima, na kratak rok. Tim uslovima predviđa se visina zajma, namjena, rok vraćanja, kamatna stopa i obavezno novčano učešće korisnika zajma.

Ukupni dug koji je korisnik zajma obavezan da vrati dobije se tako što se od nominalnog iznosa zajma oduzme obavezno učešće, pa se tom preostalom dijelu dodaju kamate.

Mjesečna otplata (prosječni anuitet) se dobija kada se ukupni dug podijeli sa brojem mjeseci za koje je dužnik obavezan da vrati zajam.

Kamatni koeficijent k je zbir svih mjesečnih anticipativno obračunatih kamata na zajam od 100 jedinica.

POTROŠAČKI ZAJMOVI

Početkom prvog mjeseca dužnik plaća kamatu na svih 100€, pa ta kamata iznosi $\frac{100p}{1.200}$

Krajem mjeseca uplaćuje se prva rata $\frac{100}{n}$

Preostali dug krajem prvog mjeseca iznosi $100-\frac{100}{n}$

Na taj dug početkom drugog mjeseca plaća se kamata $(100-\frac{100}{n})\cdot\frac{p}{1.200}$

Krajem drugog mjeseca plaća se sljedeća rata $\frac{100}{n}$, preostali dug iznosi $100-\frac{100}{n}-\frac{100}{n}$ a kamata početkom mjeseca iznosi $(100-2\cdot\frac{100}{n})\cdot\frac{p}{1.200}$

POTROŠAČKI ZAJMOVI

Nastavljajući isti postupak zaključujemo da je kamata za posljednji mjesec:

$$\left[100-(n-1)\cdot\frac{100}{n}\right]\cdot\frac{p}{1.200}=\frac{100}{n}\cdot\frac{p}{1.200}=\frac{p}{12n}$$

Zbir svih kamata je:

$$k=\frac{p}{1.200}\cdot 100+\frac{p}{1.200}\cdot(100-\frac{100}{n})+\frac{p}{1.200}\cdot(100-2\cdot\frac{100}{n})+\ldots+\frac{p}{1.200}\cdot\frac{100}{n}$$

$$=\frac{p}{1.200}\cdot\left[100+(100-\frac{100}{n})+(100-2\cdot\frac{100}{n})+\ldots+\frac{100}{n}\right]$$

Zbir u srednjoj zagradi je zbir prvih n članova aritmetičkog niza čiji je prvi član $a_1=100$, n-ti $a_n=\frac{100}{n}$, pa je:

$$k=\frac{p}{1.200}\cdot\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{p}{1.200}\cdot\frac{n}{2}(100+\frac{100}{n})=\frac{p}{1.200}\cdot\frac{100(n+1)}{2}$$

POTROŠAČKI ZAJMOVI

$$k = \frac{(n+1)p}{24}$$ **Kamatni koeficijent**

Ako je K nominalni iznos zajma i $s\%K$ obavezno učešće, za otplatu ostaje iznos $K - s\%K$ uvećan za kamate. Kako je ukupna kamata na 100 nj. kamatni koeficijent k, to ukupna kamata na iznos $K - s\%K$ iznosi $k \cdot \frac{K - s\%K}{100}$, pa slijede relacije:

$$K - s\%K + k \cdot \frac{K - s\%K}{100}$$ **ukupni dug**

$$R = \frac{1}{n} \cdot \left[K - s\%K + k \cdot \frac{K - s\%K}{100} \right]$$

mjesečna rata (prosječni anuitet)

$$R = \frac{1}{n} \cdot (1 + \frac{k}{100}) \cdot (K - \frac{sK}{100})$$

PERIODIČNE UPLATE I ISPLATE

RAČUN ULOGA se bavi obračunom konačnog iznosa pri ulaganju jednakih novčanih uloga u jednakim vremenskim razmacima, a **RAČUN RENTE** - pri podizanju istog novčanog iznosa.

Uvedimo sledeće oznake:

U - novčani iznos koji se, npr. početkom (anticipativni ulozi) svake godine za n godina uz kamatnu stopu p i dekurzivno i složeno kapitalisanje ulaže u banku.

U_m - ukupan iznos početkom m-te godine

U'_m - ukupan iznos krajem m-te godine (m = 1, 2, ... , n)

PERIODIČNE UPLATE

Slijede relacije:

$$U_1 = U \quad U_1^{'} = U + \frac{pU}{100} = Uq \qquad q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$\mathrm{U_2 = Uq + U = U(1+q)} \qquad \mathrm{U_2^{'} = U(1+q) + \frac{U(1+q)p}{100} = Uq(1+q)}$$

$$\mathrm{U_3 = Uq(1+q) + U = U(1+q+q^2)} \qquad \mathrm{U_3^{'} = Uq(1+q+q^2)}$$

$$\ldots$$

$$\mathrm{U_n = U(1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}) = U\frac{q^n-1}{q-1}}$$

$$\mathrm{U_n^{'} = Uq(1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}) = Uq\frac{q^n-1}{q-1}}$$

PERIODIČNE ISPLATE

Pretpostavimo da se od iznosa K uloženog uz dekurzivnu godišnju kamatnu stopu p za n godina početkom (anticipativna renta) svake godine podiže isti iznos - **renta R**. Označimo sa K_m preostali novčani iznos početkom i sa $K_m^{'}$ preostali novčani iznos krajem m-te godine. Tada je:

$$K_1 = K - R$$

$$K_1^{'} = (K - R)q = Kq - Rq$$

$$K_2 = (K - R)q - R = Kq - R(1+q)$$

$$K_2^{'} = Kq^2 - Rq(1+q)$$

$$K_3 = K_2^{'} - R = Kq^2 - R(1+q+q^2)$$

$$K_3^{'} = Kq^3 - Rq(1+q+q^3)$$

...

$$K_m = Kq^{m-1} - R\frac{q^m - 1}{q-1}$$

...

$$K_m^{'} = Kq^m - Rq\frac{q^m - 1}{q-1}$$

Suma K se iscrpe onda kada je $K_m^{'} = 0$, tj.:

$$Kq^m = Rq\frac{q^m - 1}{q-1} \quad \text{ili} \quad Kq^{m-1} = R\frac{q^m - 1}{q-1} \quad \text{odakle je}$$

$$R = Kq^{m-1}\frac{q-1}{q^m - 1}$$