SADAŠNJA VRIJEDNOST NOVČANIH TOKOVA

Funkcija sadašnje vrijednosti

$$\boxed{V(t) \overset{def.}{=} e^{-\int_0^t \delta(s)ds}}$$

To je diskontni faktor koji za $t \geq 0$ predstavlja sadašnju vrijednost 1 novčane jedinice date u trenutku t, a za $t < 0$ predstavlja akumulaciju u trenutku 0, 1 novčane jedinice uložene u trenutku t.

Ako je $\delta(t) = \delta, \ \forall t$ tada je $V(t) = V^t$

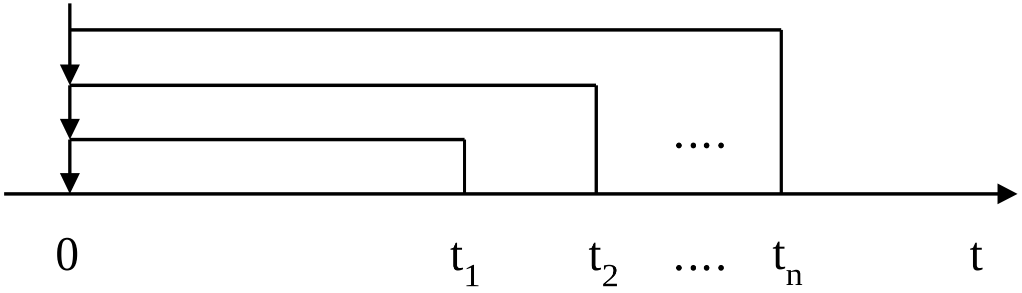
$$V = V(1) = e^{-\delta}$$

Diskontni faktor kod diskretnog kapitalisanja je $\frac{1}{q^t}$ a ovdje je

$$e^{-\delta t} = (e^{\delta})^{-t} = (1+i)^{-t} = \left(\frac{1}{1+i}\right)^t = \frac{1}{q^t} = V^t$$

DISKRETNI NOVČANI TOKOVI

Neka su dati tokovi novca C_{t1}, C_{t2}, ... , C_{tn} u trenucima t_1, t_2, ... , t_n.



Sadašnja vrijednost diskretnih novčanih tokva iznosi:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} C_{tj} V(tj)}$$

NEPREKIDNI NOVČANI TOKOVI

Neka je $\rho(t)$ visina novčanog toka u trenutku t za jedinicu vremena i neka $t \in [0,T]$

$\boxed{\rho(t) \overset{def.}{=} M^{'}(t), \quad \forall t}$ gdje je M(t) - ukupna visina novčanog toka između 0 i t.

Ako je $0 \leq \alpha < \beta \leq T$ tada je ukupno plaćanje između α i β:

$$M(\beta) - M(\alpha) = \int_{\alpha}^{\beta} M^{'}(t)dt = \int_{\alpha}^{\beta} \rho(t)dt$$

a između t i $t + \Delta t$

$$M(t+\Delta t) - M(t) \approx M^{'}(t)\Delta t = \rho(t)dt \qquad dt = \Delta t$$

Sadašnja vrijednost novčanog toka između t i $t + \Delta t$: $\quad V(t)\rho(t)dt$

Sadašnja vrijednost cijelog novčanog toka: $\boxed{\int_{0}^{T} V(t)\rho(t)dt}$

RENTABILNOST INVESTICIONOG PROJEKTA

Neka je kamatna stopa konstantna i iznosi i. Projekat se okončava u trenutku T. Stanje na računu u trenutku t=T:

$$\sum C_t q^{T-t} + \int_0^T \rho(t) q^{T-t} dt, \quad q = 1 + i$$

Za t=0 uz oznaku $V = \dfrac{1}{q}$

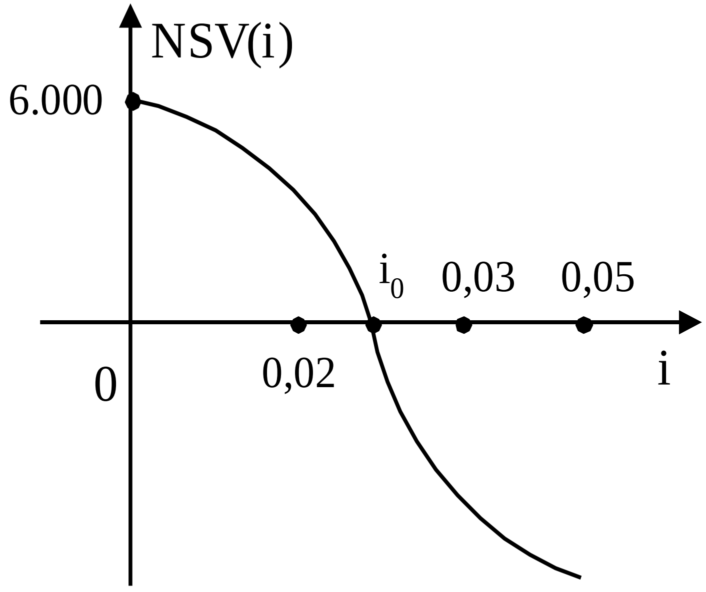
$$\boxed{NSV(i) = \sum C_t V^t + \int_0^T \rho(t) V^t dt}$$

NSV(i) - funkcija neto sadašnje vrijednosti razmatrane investicije uz kamatnu stopu i

Ako $i \to \infty$ tada $NSV(i) \to C_0$

Za $NSV(i) > 0$ investicija je rentabilna.

RENTABILNOST INVESTICIONOG PROJEKTA



Pretpostavimo da postoji stopa i_0 takva da je NSV(i)=0 i da NSV mijenja znak sa + na - prolazeći kroz tu tačku.

i_0 - stopa dovoljna za namirenje duga (IRR - internal rate of return)

tzv. interna stopa prinosa

Neka investitor pozajmljuje novac uz fiksnu stopu i_1. Ako je NSV(i_1)> 0 projekat je profitabilan.

Profit (ili gubitak) u trenutku T iznosi $NSV(i_1)q_1^T \quad q_1 = 1 + i_1$

Uz pretpostavku da je NSV(i_0)=0 i da NSV mijenja znak sa + na - prolazeći kroz tu tačku jasno je da je projekat profitabilan ako i samo ako je $i_1 < i_0$

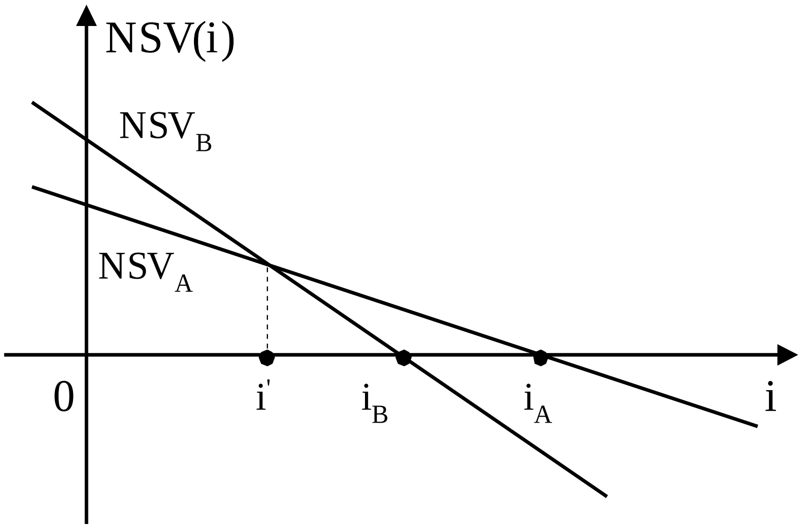
i_0 je dakle kamatna stopa do koje investitor može da pozajmljuje novac.

KOMPARACIJA DVA INVESTICIONA PROJEKTA

Neka investitor komparira dva projekta A i B.

Neka je i_1 stopa po kojoj je novac pozajmljen.

Ako je $\boxed{NSV_A(i_1) > NSV_B(i_1)}$ rentabilniji je projekat A.



Sa sljedeće slike je očigledno da kriterijum veće stope i_0 nije dobar jer za $i_1 < i'$ iz $i_A > i_B$ ne slijedi i $NSV_A(i_1) > NSV_B(i_1)$

SLUČAJ RAZLIČITIH STOPA UZ KOJE INVESTITOR POZAJMLJUJE I PLASIRA NOVAC

Označimo sa: j_1 - (aktivnu) stopu uz koju investitor pozajmljuje novac

j_2 - (pasivnu) stopu uz koju investitor plasira novac

Razmotrimo slučaj $j_1 \neq j_2$

Vremenski trenutak u kojem je stanje jednako nuli (dug vraćen) zovemo **diskontnim periodom povraćaja (DPP - discounted payback period)** i označavamo sa t_1. Ako je

$$A(t) = \sum_{s \le t} C_s (1 + j_1)^{t-s} + \int_0^t \rho(s)(1 + j_1)^{t-s} ds$$

tada je t_1 najmanje pozitivno t takvo da je $A(t) \geq 0$.

SLUČAJ RAZLIČITIH STOPA UZ KOJE INVESTITOR POZAJMLJUJE I PLASIRA NOVAC

Neka se projekat završava u trenutku T.

Ako je $A(T) < 0 \Leftrightarrow NSV(j_1) < 0$ tada t_1 ne postoji, tj. stanje na investitorovom računu je stalno negativno.

Ako t_1 postoji akumulirani profit iznosi:

$$\boxed{P = A(t_1)(1+j_2)^{T-t_1} + \sum_{t \geq t_1} C_t (1+j_2)^{T-t} + \int_{t_1}^{T} \rho(t)(1+j_2)^{T-t} dt}$$

UTICAJ INFLACIJE

Ako je prisutna u prethodnoj teoriji i inflacija za koju je procijenjeno da će rasti za jednu vremensku jedinicu uz stopu e tada imamo modifikaciju Ct i ρ(t). Naime, nove vrijednosti tih veličina su:

$$\boxed{C_t^e = (1+e)^t C_t}$$

odnosno

$$\boxed{\rho^e(t) = (1+e)^t \cdot \rho(t)}$$