Maša Delić

(1) Neka je X proizvoljni topološki prostor i $f : X \to S^n$ neprekidno preslikavanje koje nije surjektivno. Dokazati da je f homotopno konstantnom preslikavanju.

(2) Neka je M Mebijusova traka. Dokazati da je $\pi_1(M) \cong \mathbb{Z}$.

(3) Dokazati da je preslikavanje $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{C} \setminus \{0\}$ definisano sa $f(z) = z^n$ natkriće za proizvoljan prirodan borj n.

(4) Dokazati da je $\pi_i(X, sk_n X) = 0$ za $i < n$.

(5)
- Neka je X topološki prostor, čije je univerzalno natkriće kontraktibilan prostor. Dokazati da je $\pi_k(X) = 0$ za $k \geq 2$.
- Dokazati da je $\pi_k(S^1) = 0$ za $k \geq 2$.

(6) Dokazati da je $\pi_2(\mathbb{C}P^n) \cong \mathbb{Z}$, $n \geq 1$.

Marija Savić

(1) Neka je $f : C \to X$ neprekidno preslikavanje iz cilindra $C = S^1 \times I$ u proizvoljni prostor X. Ako je $f|_{(S^1 \times \{0\})}$ konstantno preslikavanje, dokazati da je f homotopski trivijalno.

(2) Neka je $f : S^2 \to \mathbb{R}^2$ neprekidno preslikavanje takvo da je $f(-x) = -f(x)$ za sve $x \in S^2$. Dokazati da postoji tačka $x \in S^2$ takva da je $f(x) = 0$.

(3) Da li postoji:
a) natkriće $p : \mathbb{R}P^2 \to S^2$,
b) 3-listno natkriće $p : T^2 \to T^2$?

(4) Odrediti relativne homotopske grupe $\pi_k(S^n, S^1)$ gdje je $k \leq n$, $n \geq 3$.

(5) Opisati ćelijsko razbijanje za:
a) $\mathbb{R}P^1 \times S^3$,
b) $S^2 \times \mathbb{R}P^3$.

(6) Dokazati da je $\pi_2(\mathbb{R}P^2) \cong \mathbb{Z}$ i da je $\pi_k(\mathbb{R}P^n) \cong 0$ za $1 < k < n$ i $n \geq 3$.

Tamara Racković

(1) Neka su $f, g : X \to S^n$ neprekidna preslikavanja takva da je $f(x) \neq -g(x)$ za svako $x \in X$. Dokazati da je f homotopno sa g.

(2) Za linearno povezani prostor X kažemo da je 1-jednostavan ako su za svaka dva puta h i h' u X, takva da je $h(0) = h'(0)$, $h(1) = h'(1)$, prirodni izomorfizmi $h_*, h'_* : \pi(X, h(1)) \to \pi(X, h(0))$ jednaki. Dokazati da je X 1-jednostavan ako i samo ako je grupa $\pi(X)$ Abelova.

(3) a) Neka je X linearno povezani prostor takav da je grupa $\pi(X)$ konačna. Ako postoji natkriće $p : X \to S^1$, dokazati da je X prosto povezan.

b) Ako je $p : \tilde{X} \to X$ jednolistno natkriće, dokazati da je p homeomorfizam.

(4) Neka je X ćelijski prostor i $\dim X < n$. Pokazati da je svako neprekidno preslikavanje $f : X \to S^n$ homotopno konstantnom preslikavanju.

(5) Dokazati da je $\pi_k(T^2, 1) \cong 0$ za $k > 1$.

(6) Dato je lokalno trivijalno raslojenje $(E, B = S^2, F = S^1)$. Odrediti homotopske grupe za E u terminima homotopskih grupa za S^2.