**Branka Radulović**

(1) Neka je $X$ kontraktibilan topološki prostor i neka je $r : X \to A$ retrakcija. Pokazati da je $A$ takodje kontraktibilan prostor.

(2) Neka je $f : S^1 \to \mathbb{R}$ neprekidno preslikavanje. Dokazati da postoji $z \in S^1$ tako da je $f(-z) = f(z)$.

(3) Za natkriće $p : \tilde{X} \to X$ se kaže da je regularno ako je $p_*(\pi(\tilde{X}, \tilde{x}_0))$ normalna podgrupa u $\pi(X, x_0)$. Dokazati da je svako dvo-listno natkriće regularno.

(4) Ispitati da li postoje homomorfizmi $h_i$, $1 \leq i \leq 4$ tako da je niz $0 \stackrel{h_1}{\to} \mathbb{Z}_4 \stackrel{h_2}{\to} \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_8 \stackrel{h_3}{\to} Z_4 \stackrel{h_4}{\to} 0$ tačan.

(5) Neka su $m, n \geq 2$ i $X = \mathbb{R}P^m \times S^n$ i $Y = \mathbb{R}P^n \times S^m$. Dokazati da je $\pi_i(X) \cong \pi_i(Y)$ za svako $i \geq 0$.

(6) Pokazati da ne postoji retrakcija $r : \mathbb{R}P^n \to \mathbb{R}P^k$ ako je $n > k > 0$.

**Elsan Kuč**

(1) Neka su $f, g : X \to S^n$ neprekidna preslikavanja takva da je $f(x) \neq -g(x)$ za sve $x \in X$. Pokazati da su $f$ i $g$ homotopni.

(2) Pokazati da je prostor $X$ kontraktibilan ako i samo ako je preslikavanje $\Delta : X \to X \times X$, $\Delta(x) = (x, x)$ homotopno konstantnom preslikavanju.

(3) Odrediti fundamentalnu grupu prostora $X$ koji se dobija kada se iz zatvorenog diska $D^2$ uklone $3$ različite tačke.

(4) Neka je $X$ povezan i lokalno linearno povezan topološki prostor čija je fundamentalna grupa konačna. Koristeći natkriće $e : \mathbb{R} \to S^1$ i teoreme o podizanjima dokazati da je svako neprekidno preslikavanje $f : X \to S^1$ homotopno konstantnom preslikavanju.

(5) Neka je $A \subset X$ takav da postoji retrakcija $r : X \to A$. Dokazati da je $\pi_i(X) \cong \pi_i(A) \oplus \pi_i(X, A)$ za sve $i \geq 2$.

(6) Dokazati da je $\pi_2(\mathbb{C}P^n) \cong \mathbb{Z}$, $n \geq 1$.

**Sanja Roganović**

(1) Konstruisati deforamcionu retrakciju sa $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ na $S^{n-1}$.

(2) Neka je $X = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z).\ z \in \mathbb{R}\}$. Pokazati da je preslikavanje $f : X \to \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ homotopska ekvivalencija i odrediti $\pi(X, x_0)$, gdje je $x_0 = (1, 0, 0)$.

(3) Opisati homomorfizam $f_* : \pi(S^1) \to \pi(S^1)$ koji indukuje preslikavanje $f : S^1 \to S^1$ dato sa $f(e^{i\varphi}) = e^{in\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

(4) Neka je $p : \tilde{X} \to X$ natkriće i $A \subset X$. Neka je $\tilde{A} = p^{-1}(A)$.
- Pokazati da je restrikcija $p_{|_{\tilde{A}}} : \tilde{A} \to A$ takodje natkriće.

- Ako je $p : \tilde{X} \to X$ univerzalno natkrióe, da li je $p_{|_{\tilde{A}}} : \tilde{A} \to A$ takodje univerzalno natkrióe?

(5) Koristeći raslojenja Hopfa $S^3 \to S^7 \to S^4$ i $S^7 \to S^{15} \to S^8$ dokazati da je $\pi_n(S^4) \cong \pi_n(S^7) \oplus \pi_{n-1}(S^3)$ i $\pi_n(S^8) \cong \pi_n(S^{15}) \oplus \pi_{n-1}(S^7)$.

(6) Dokazati da je $\pi_i(X, sk_i X) = 0$ za $i < n$.