

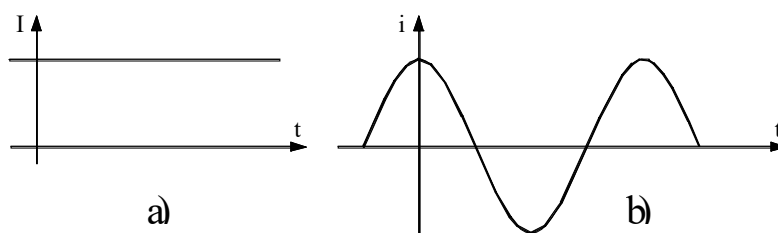
2. ELEKTROKINETIKA

Elektrokinetika je oblast elektrotehnike u kojoj se izučava elektricitet u usmjerenom kretanju u odnosu na posmatračev referentni sistem. Usmjerenom kretanje naelektrisanja, pozitivnog ili negativnog, ili oba istovremeno, nazivamo **električna struja**. Brzina prostiranja struje u električki provodnim sredinama jednaka je brzini svjetlosti, dok je srednja brzina osnovnih nosilaca naelektrisanja (elektrona) oko 4.5 mm/min.

U posmatranom vremenskom intervalu "t" struja se može razlikovati i po intenzitetu i po smjeru. Struju, koja se ne mijenja po smjeru, nazivamo **jednosmjerna struja**. Struju, koja se mijenja i po vrijednosti i po smjeru, nazivamo **naizmjenična struja**.

Predmet naše pažnje će biti jednosmjerne struje koje se ne mijenjaju po vrijednosti (stalne struje), čiji je oblik dat na sl. 2.1a, i naizmjenične struje oblika prostoperiodičnih harmoničnih funkcija vremena, kao na sl. 2.1b. Vrijednost jednosmjerne struje ćemo označavati sa "I", a trenutnu vrijednost naizmjenične struje sa "i".

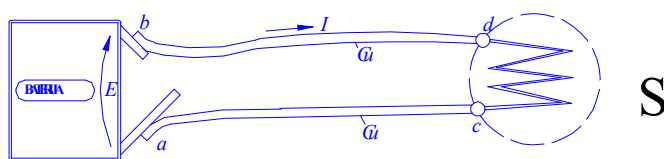
Napomenimo da su ovako predstavljene jednosmjerna i naizmjenična struja više-manje idealizovane, i da u realnosti dolazi do većeg ili manjeg izobličenja. Takođe, recimo da se u primjeni sreću struje i mnogih drugih oblika, ali to izlazi iz domena našeg interesovanja. U ovom poglavlju našu pažnju ćemo zadržati na jednosmjernoj struji.



Slika 2.1 Oblici struje; a) Jednosmjerna; b) Naizmjenična

Da bi se uspostavila struja mora se formirati **električno kolo** od materijala kroz koji se elektricitet može kretati. Znamo, na primjer, da se elektroni mogu kretati kroz metale, a isto tako, da se pozitivni i negativni joni mogu kretati kroz elektrolite.

Za ilustraciju, na sl. 2.2 prikazano je, svima dobro poznato električno kolo džepne lampe, koje se sastoji od: baterije B, bakarnih provodnika Cu i sijalice S.



Slika 2.2 Skica džepne lampe

Opšte govoreći: sijalica S je **potrošač** ili **prijemnik** električne struje, baterija B je **izvor električne struje**, a provodnicima Cu ostvaruje se **električna veza** između izvora i potrošača. Bakarni provodnici su izolovani jedan od drugog. Istina, u prirodi nema idealnih izolatora, tako da jedan mali dio elektrona, recimo svaki bilijarditi, umjesto da prođe kroz sijalicu, "preskoči" na povratni provodnik (vod). Sa inženjerskog stanovišta ova nesavršenost se zanemaruje i moguće je definisati **kružni put kretanja naelektrisanja – električno kolo**.

Strujanje elektriciteta (električna struja) uvijek je popraćeno energetskim zbivanjima. Na primjer, sijalica svijetli, žica se grije. U prijemniku, električna energija se pretvara u neki drugi oblik energije, po potrebi korisnika (u posmatranom slučaju u svjetlosnu energiju). Zbog toga, u

električnom kolu mora postojati izvor električne struje u kome se neki drugi oblik energije pretvara u električnu. Kažemo da izvor električne struje raspolaže **elektromotornom silom E (ems E)**, koja je **uzročnik kretanja elektriciteta**.

EMS-a se definiše na sledeći način. Zamislimo da je kroz izvor prošla količina elektriciteta dQ i da je, tom prilikom, u izvoru izvršen rad dA (rad koji je potrebno uložiti da bi se neelektrična energija pretvorila u električnu energiju). Količnik:

$$E = \frac{dA}{dQ} \quad (2.1)$$

je po definiciji elektromotorna sila izvora.

U nekom dijelu električnog kola uvijek će se javiti elektromotorna sila ako u taj dio kola energija pritiče spolja. Isto tako, u dijelu kola, u kojem se energija iz kola predaje okolini, javiće se **kontraelektromotorna sila (kems-a)** ili **elektrootporna sila**. Posebno, za slučaj kada se energija odaje okolini u vidu toplote, koristi se izraz **pad napona**, koji je iste prirode kao i kontraelektromotorna sila.

Elektromotorna sila, kontraelektromotorna sila i pad napona imaju istu jedinicu kao i napon –volt:

$$E = \frac{A}{Q} ; \quad E(=) \frac{1J}{1C} (=) 1V$$

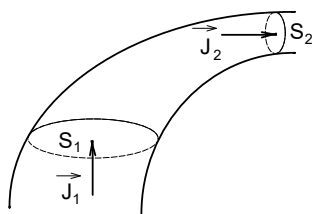
Napomenimo da je naziv elektromotorna **sila** nesrećno izabran zbog toga što elektromotorna sila nije sila u pravom smislu riječi (sila je uzročnik ubrzanja mase). Zbog toga se ems-a ne mjeri u Njutnima već u voltima. Naziv je došao zbog sličnosti -ems-a je uzročnik kretanja elektriciteta kao što je sila uzročnik kretanja mase.

Jačina električne struje I predstavlja brzinu proticanja elektriciteta Q kroz datu površinu S :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2.2)$$

dQ - je pozitivna količina elektriciteta koja za vrijeme dt prođe kroz površinu dS . Razumije se, ako se kreće negativni elektricitet (npr. elektroni), što je slučaj kod metala, onda, pri računanju protoka dQ , treba voditi računa o smjeru (struja je suprotnog smjera od smjera kretanja elektrona). Kod elektrolita, gdje se kreću pozitivni i negativni joni, struja je jednaka zbiru struja pozitivnih i negativnih jona.

U opštem slučaju elektricitet ne mora na isti način prolaziti kroz pojedine dijelove presjeka S (sl.2.3), kao što ni voda ne teče istom brzinom po profilu rječnog korita.



Slika 2.3 Gustina struje J kroz površinu provodnika.

Uočimo element površine dS na površini S . Moguće je na mjestu elementa dS definisati **vektor gustine električne struje \vec{J}** tako da skalarni proizvod tog vektora i vektora elementarne površine $d\vec{S}$ daje jačinu električne struje kroz površinu dS :

$$dI = \vec{J}d\vec{S} \quad (2.3)$$

Ukupna struja kroz površinu S dobija se integraljenjem:

$$I = \int_S \vec{J}d\vec{S} = \int_S JdS \cos \alpha \quad (2.4)$$

U posebnom slučaju, kada je gustina struje konstantna po presjeku provodnika i kada je presjek normalan na osu provodnika (što će u našim razmatranjima najčešće i biti slučaj), jačina struje u provodniku je $I = J \cdot S$. Pošto se u električnom kolu elektricitet kreće samo duž kola (a ne i poprečno), zaključujemo da za dati vremenski trenutak struja mora biti ista kroz sve presjeke električnog kola. Tako dolazimo do pojma **struja kola**, pojma koji se ne vezuje za određenu površinu kola, određeni presjek kola, već za kolo kao cjelinu.

Jedinica za mjerenje jačine električne struje je **jedan amper (1A)**.

$$I = \frac{Q}{t} ; I(=) \frac{1C}{1s} (=) 1A$$

a za gustinu struje:

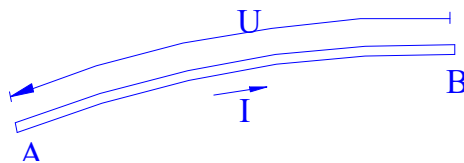
$$J = \frac{I}{S} ; J(=) \frac{1A}{1m^2}$$

Kako se u tehničkoj praksi najčešće radi o gustini struje kroz provodnike oblika žice, gustina struje se obično daje u A/mm^2 .

2.1 Omov zakon

Uočimo jedan dio električnog kola -provodnik A-B (sl.2.4) i pretpostavimo da kroz njega teče struja I. Pošto se elektricitet kreće podužno, smatrat ćemo da nema potencijalne razlike između tačaka po presjeku provodnika, već samo duž provodnika. Potencijalnu razliku (porast napona) između tačaka B i A označimo sa U.

Slika 2.4 Dio strujnog kola



Između napona U i struje I kroz provodnik postoji linearna zavisnost:

$$U = R \cdot I \quad (2.5)$$

Koeficijent srazmjernosti:

$$R = \frac{U}{I}$$

naziva se **električna otpornost** i izražava u omima, Ω (Om).

Relacije

$$U = RI, R = \frac{U}{I} \text{ i } I = \frac{U}{R}, \quad (2.6)$$

predstavljaju jedan od osnovnih zakona u elektrotehnici, poznati **Omov zakon** za jednosmjernu struju.

Električna otpornost (aktivna otpornost, termogena otpornost, otpor) predstavlja fizičku karakteristiku provodnika i proporcionalna je dužini provodnika l, a obrnuto proporcionalnana površini poprečnog presjeka S provodnika:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2.7)$$

Veličina ρ se naziva **specifična električna otpornost materijala**. To je veličina koja zavisi od prirode materijala provodnika i od temperature (kod nekih materijala specifična električna otpornost zavisi i od napona, osvjetljenosti, pritiska). Napomenimo da, pri vrlo niskim temperaturama, specifična električna otpornost pada na vrijednost blisku nuli. Ta pojava se naziva supraprovođnost. Pri temperaturama na kojima obično rade električni uređaji, specifična

električna otpornost, pa time i otpornost, se mijenjaju skoro linearno sa promjenom temperature, što se u prvoj aproksimaciji može izraziti:

$$\rho_g = \rho_0(1 + \alpha_0 \mathcal{G}) \text{ i } R_g = R_0(1 + \alpha_0 \mathcal{G}), \quad (2.8)$$

ili

$$\rho_g = \rho_{20}(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta \mathcal{G}) \text{ i } R_g = R_{20}(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta \mathcal{G}),$$

gdje su ρ_0 i R_0 vrijednosti koje odgovaraju temperaturi $\mathcal{G} = 0^\circ\text{C}$, a α_0 je **temperaturni koeficijent otpornosti** za temperaturu $\mathcal{G} = 0^\circ\text{C}$, (a α_{20} za temperaturu $\mathcal{G} = 20^\circ\text{C}$), koji za bakar iznosi $1/234,5$, a za aluminijum oko $1/240$. Za većinu metala možemo uzeti da je temperaturni koeficijent otpornosti $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Specifična električna otpornost je vrlo važna karakteristika materijala na osnovu koje se vrši elektrotehnička klasifikacija svih materijala, kako je prikazano u tabeli 2.1.

U Tabeli 2.1 date su vrijednosti specifične električne otpornosti ρ i temperaturnog koeficijenta otpornosti α , za najčešće korišćene metale, legure i izolatore. Iz tabele možemo uočiti da je specifična električna otpornost vrlo važno svojstvo elektrotehničkog materijala, koje je odlučujuće u vrsti njegove primjene. Materijali sa najmanjom specifičnom otpornošću, reda veličine $10^{-8} \Omega\text{m}$, čine grupu najboljih provodnika i koriste se kao “vodiči” električne struje. Drugu grupu čine materijali od kojih se prave grijači i otpornici. Njihova specifična otpornost je reda $10^{-6} \Omega\text{m}$, a imaju relativno malu vrijednost temperaturnog koeficijenta otpornosti. To je važno kod grijača, zbog toga da im se sa porastom temperature ne bi mnogo mijenjala snaga grijanja, a kod otpornika koji se koriste, na primjer, u električnim mjernim instrumentima, da se njihove performanse ne bi mijenjale sa promjenom temperature okoline. U širem smislu, ove tri grupe spadaju u širu klasu materijala koje nazivamo **provodnici**.

Tabela 2.1

Materijal	$\rho_{(20^\circ\text{C})} [\Omega\text{m}]$	$\alpha_{(20^\circ\text{C})} [^\circ\text{C}^{-1}]$	Primjena	
srebro (Ag)	$1,64 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	v o d i č i	p r o v o d n i c i
bakar (Cu)	$1,75 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$		
aluminijum (Al)	$2,83 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$		
volfram (Wo)	$5,5 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$		
gvožđe (Fe)	$10 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$		
platina (Pt)	$10,3 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$		
.....		
kantal (Cr,Fe,Al,Co)	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$0,05 \cdot 10^{-3}$	grijači	otpori
cekas (Ni,Fe,Cr)	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$0,15 \cdot 10^{-3}$		
manganin (Cu,Mn,Ni)	$0,48 \cdot 10^{-6}$	$0,01 \cdot 10^{-3}$		
konstantan (Cu,Ni)	$0,46 \cdot 10^{-6}$	$0,04 \cdot 10^{-3}$		
.....		
germanijum (Ge)	$10^{-2} - 10^{-3}$		poluprovodnici	
silicijum (Si)				
ugljenik (C)				
.....			
staklo	$5 \cdot 10^9$		izolatori	
porcelan	10^{11}			
PVC	$10^{13} - 10^{16}$			
kvarc	$5 \cdot 10^{18}$			

Poluprovodnici (Germanijum, silicijum, ugljenik i neke njihove legure) imaju specifičnu električnu otpornost između $10^{-2} \Omega\text{m}$ i $10^3 \Omega\text{m}$. Za njih je karakteristično da imaju negativan temperaturni koeficijent otpornosti.

Povećanje električne otpornosti sa porastom temperature objašnjava se povećanim termičkim kretanjem materije, pa elektroni na svom usmjerenom kretanju nailaze na veći otpor. Isto razmišljanje važi i za poluprovodnike, a ipak im otpornost opada sa porastom temperature. Ovo se objašnjava činjenicom da povećano termičko kretanje izaziva i pojavu više slobodnih elektrona. Ovo dejstvo je preovlađujuće, tako da u konačnom otpornost opada.

Na kraju, sljedeću klasu materijala čine *izolatori* kod kojih je specifična otpornost reda $10^9 \Omega\text{m}$ do $10^{18} \Omega\text{m}$. Za ove materijale nije interesantna temperaturna zavisnost otpornosti.

Ne može se reći da postoji oštra granica između pojedinih klasa materijala, ali se može reći da je odnos specifične otpornosti dobrih izolatora i dobrih provodnika veća od 10^{20} .

Osim temperature, na specifičnu električnu otpornost nekih materijala mogu da utiču neki drugi fizički fenomeni. Otpornost selena, na primjer, mijenja se sa intenzitetom osvijetljenosti, kod nekih materijala otpornost se mijenja sa promjenom napona na njima, kod nekih poluprovodničkih materijala otpornost se mijenja ako se oni izlože mehaničkom pritisku. Sve ove pojave mogu se iskoristiti, posebno kada se primijene pri električnom mjerenju neelektričnih veličina, o čemu će biti riječi kasnije.

Napomenimo da, za primjenu najznačajniji provodni materijal, bakar ima specifičnu otpornost oko $1/57 \Omega/\text{m}/\text{mm}^2$ na sobnoj temperaturi. Ovakvo izračavanje jedinice specifične otpornosti u $\Omega/\text{m}/\text{mm}^2$ nije slučajno već namjerno učinjeno, jer je ova jedinica praktičnija za primjenu i češće se srijeću podaci izraženi preko nje nego preko jedinice Ωm , koja je konzistentna SI sistemu jedinica.

Recipročna vrijednost električne otpornosti naziva se električna provodnost G

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} \quad (2.9)$$

čija je jedinica 1S (Simens): $1S = \frac{1}{\Omega} = \Omega^{-1}$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{S}{\rho \cdot l} = \gamma \frac{S}{l}$$

Recipročna vrijednost specifične električne otpornosti naziva se *specifična električna provodnost* i označava se sa γ (gama).

$$\gamma = \frac{1}{\rho} ; \gamma(=) \frac{S}{m}. \quad (2.10)$$

2.2 Džulov zakon

Lako se može uočiti činjenica da se provodnik, kroz koji protiče struja, zagrijava, što je posljedica pretvaranja dijela električne energije u toplotnu energiju. Ovo je svojevremeno zapazio i eksperimentalno proučavao engleski fizičar Džul, stavljajući provodnik u kalorimetar i mjereći oslobođenu toplotu u funkciji vremena i struje. Na bazi eksperimentalnih rezultata, ustanovio je da je oslobođena toplota pri stalnoj struji linearno srazmjerna sa vremenom, a da je, za dato vrijeme, oslobođena toplota srazmjerna sa kvadratom struje, što predstavlja poznati **Džulov zakon**:

$$A = RI^2t \quad (2.11)$$

Džulov zakon možemo napisati i za elementarno vrijeme dt :

$$dA = RI^2 dt. \quad (2.11a)$$

Ovaj oblik je, šta više, opštiji, jer se on može primijeniti i kada je struja promjenljiva. Ako sa “ i ” označimo promjenljivu struju, ukupan rad (toplotu) odredićemo integralom:

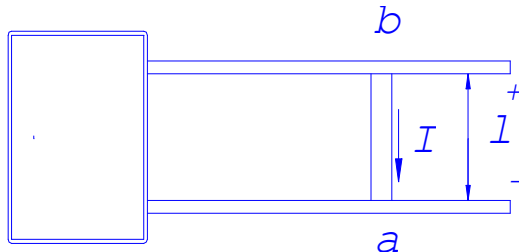
$$A = \int Ri^2 dt \quad (2.12)$$

Dijeleći jednačinu (2.11a) sa dt dobijamo snagu kojom se električna energija pretvara u toplotu:

$$P = \frac{dA}{dt} = RI^2 \quad (2.13)$$

Ovo predstavlja formu kojom se Džulov zakon najčešće izražava.

Pokazaćemo da je koeficijent srazmjernosti R u Džulovom zakonu ustvari otpornost definisana Omovim zakonom. Zamislimo da je provodnik, u kome se mjeri oslobođena toplota, vezan na krajeve a i b baterije čiji je napon U_{ab} kao na sl. 2.5.



Slika 2.5 Baterija sa provodnikom

Definisali smo ems-u izvora (baterije) kao $E = dA/dQ$. Kod idealizovanog izvora (izvor čija se unutrašnja otpornost zanemaruje), napon koji vlada na spoljnim krajevima izvora jednak je elektromotornoj sili, pa važi da je $U_{ab} = dA/dQ$, gdje je dA rad spoljašnjih sila obavljen pri prenosu količine elektriciteta dQ između krajeva a i b . Ako i brojilac i imenilac podijelimo sa dt dobićemo:

$$U_{ab} = \frac{dA/dt}{dQ/dt} = \frac{P}{I} \quad (2.14)$$

gdje je P snaga kojom spoljašnje sile vrše rad u izvoru, a I jačina struje koja protiče kroz provodnik priključen na krajeve a i b .

$$P = U_{ab}I$$

U idealizovanom slučaju, ova ista snaga se troši u prijemniku, u ovom slučaju provodniku vezanom između krajeva a i b . Imajući u vidu Omov zakon, napon između krajeva a i b je $U_{ab} = RI$, pa ako ovaj izraz za napon uvrstimo u izraz za snagu imamo:

$$P = RI^2 \quad (2.15)$$

Izraz (2.15) identičan je izrazu (2.13) na osnovu čega zaključujemo da koeficijent srazmjere R u Džulovom zakonu ustvari predstavlja električnu otpornost provodnika koji se zagrijava. To je i razlog da se ova otpornost često naziva "termogena otpornost".

Iako se snaga kojom se generiše toplota u provodniku kroz koji protiče struja (Džulov zakon) najčešće izražava u formi (2.15), imajući u vidu Omov zakon, ta snaga se može izraziti i kao:

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R} = UI \quad (2.16)$$

Izrazi (2.16) predstavljaju razne forme **Džulovog zakona**. Džulov zakon ima veoma veliki značaj za primjenu jer se, njegovim korišćenjem, jednostavno izračunavaju energije i snage koje se troše u prijemnicima, ili koje se pretvaraju u toplotu pri proticanju struje kroz provodnike, kojima se realizuju veze između izvora i prijemnika, ili kroz provodnike, koji predstavljaju elemente raznih elektrotehničkih uređaja, a kroz koje se zatvaraju struje.

Džulov efekt (zagrijavanje provodnika kroz koje protiče struja), u navedenim slučajevima, predstavlja nepoželjnu pojavu. Naime, ovim efektom generisana toplota, u tim slučajevima, predstavlja gubitke energije (Džulovi gubici), koji mogu izazvati nedozvoljeno visok porast temperature tih provodnika, odnosno cjelokupnog električnog uređaja. Da bi se smanjili gubici energije, i spriječio nedozvoljeno visok porast temperature, jačina struje (gubici

zavise od kvadrata struje) mora biti ograničena. Ograničenje struje, pak, izaziva (kako ćemo vidjeti kasnije) ograničenje poželjnih pozitivnih efekata električnih uređaja, pa se mora iznaći optimalno rješenje.

Međutim, Džulov efekat može biti i poželjan. Toplota generisana po Džulovom zakonu, u različitim elektro-termičkim uređajima, koristi se za topljenje metala i legura, za termičke obrade metala, za elektrootporno zavarivanje metala, za zagrijavanje prostorija i mnogim drugim slučajevima tehničke primjene.

Snaga uopšte, pa i električna snaga, predstavlja brzinu vršenja rada, dakle, predstavlja odnos rada (ili energije) i vremena, i izračava se u **vatima (1W)**

$$W = \frac{J}{\text{sec}} = \Omega \cdot A^2 = \frac{V^2}{\Omega} = V \cdot A$$

Ako se u otporniku otpornosti jedan om razvija toplota brzinom od jednog džula u sekundi (jednog vata), i ako kroz taj otpornik teče struja od jednog ampera, tada na njegovim krajevima vlada napon od jednog volta.

2.3 Lokalni oblik Omovog i Džulovog zakona

Elektricitet se kreće kroz provodnik zbog toga što na njega djeluje električno polje \vec{E} , odnosno Kulonova sila $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q$. Ako bi to bila jedina sila koja djeluje na slobodne elektrone, njihovo kretanje bi bilo ubrzano. Kako, makroskopski posmatrano, struja u svim presjecima električnog kola ima istu vrijednost, zaključujemo da na elektrone moraju djelovati još neke sile. U stvari elektroni vrše veoma složeno kretanje. Pri tom kretanju promjenljive brzine (po pravcu, smjeru i intenzitetu), vrši se razmjena energije sa “nepokretnim” elektronima i jezgrima atoma. Energiju dobijenu posredovanjem Kulonove sile, slobodni elektroni predaju okolnim česticama povećavajući njihova lokalna kretanja –njihovo termičko stanje. Srednja vrijednost dobijene i odate energije je nula, pa je otuda i srednja vrijednost ubrzanja duž provodnika jednaka nuli. I tako se rad električnog polja troši na zagrijavanje provodnika, a ne na ubrzavanje elektrona.

Odnose između električnog polja i gustine struje u **bilo kojoj tački provodnika** dobićemo ako obje strane izraza Omovog zakona podijelimo sa l:

$$\frac{U}{l} = \frac{RI}{l} = \rho \frac{l}{S} \cdot \frac{I}{l} = \rho \frac{I}{S}$$

odnosno,

$$E = \rho \cdot J \quad (2.17)$$

ili opštije:

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad (2.18)$$

Isto tako, ako izraz za Džulov zakon podijelimo sa zapreminom provodnika $V = S \cdot l$ imamo:

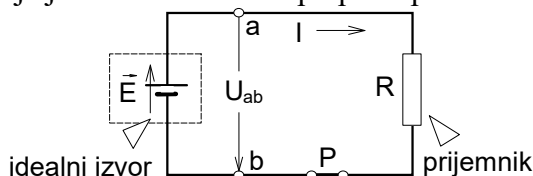
$$p = \frac{P}{V} = \frac{RI^2}{Sl} = \rho \cdot J^2 \quad (2.19)$$

Relacije (2.18) i (2.19) predstavljaju lokalni oblik Omovog i Džulovog zakona respektivno. One ukazuju da ova dva osnovna zakona u elektrotehnici važe ne samo za električno kolo kao cjelinu, već da važe i za bilo koju tačku u provodniku.

2.4 Prosto kolo jednosmjerne struje

U teorijskim razmatranjima, realna električna kola, koja po pravilu mogu biti veoma složenih konfiguracija, predstavljaju se **električnim šemama**. Na šemama se pojedini elementi kola predstavljaju tzv. koncentrisanim parametrima, koji su međusobno povezani **idealnim vodovima**. Karakteristični parametri pojedinih elemenata kola prikazuju se određenim simbolima.

Na sl.2.6 prikazano je jedno idealizovano potpuno prosto kolo jednosmjerne struje.



Slika 2.6 Prosto električno kolo sa idealnim izvorom

Idealizovano – jer je izvor okarakterisan samo simbolom za ems-u jednosmjerne struje, i smatra se da izvor ne pruža nikakav otpor proticanju struje kroz njega, tj. da je njegova unutrašnja otpornost jednaka nuli. Takođe, prijemnik je povezan sa izvorom idealnim vodovima (vodovima koji ne pružaju nikakav otpor proticanju struje kroz njih). Potpuno – jer sadrži sve neophodne elemente kola: izvor, prijemnik i provodnike koji ih povezuju. Simbolom P predstavljen je prekidač, kojim se kolo može prekinuti (tada nije moguće proticanje struje kroz kolo).

Elektromotorna sila egzistira u izvoru i kad u kolu nema struje (kad je prekidač P na slici 2.6 otvoren). Kako pri otvorenom, tako i pri zatvorenom kolu, elektromotorna sila E neprekidno podržava razliku potencijala na krajevima izvora električne energije. Brojno, vrijednost ems-e jednaka je razlici potencijala između krajeva a i b pri otvorenom kolu, tj. pri odsustvu struje kroz kolo

$$E = V_a - V_b, \quad (2.20)$$

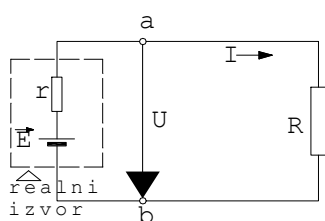
gdje je $V_a > V_b$.

Kraj izvora većeg potencijala označava se sa "+", a drugi kraj sa "-". EMS-a izvora E usmjerena je od "-" ka "+", a pad napona na istim krajevima od "+" prema "-".

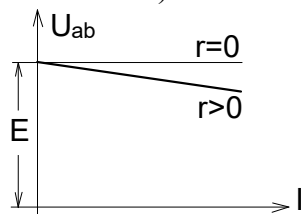
U zatvorenom električnom kolu struja I teče u smjeru djelovanja ems, kao što je to pokazano na slici 2.6. Pri tome, u spoljašnjem dijelu kola, u odnosu na izvor, struja teče od kraja na višem prema kraju na nižem potencijalu.

U realnosti, međutim, svaki izvor pruža otpor proticanju struje, pa, pored veličine E, treba mu pridružiti i unutrašnju otpornost r (Slika 2.7a). Realno, dakle, napon na krajevima izvora U, pri proticanju struje I kroz kolo, neće biti jednak E, već

$$U = E - rI. \quad (2.21)$$



a)



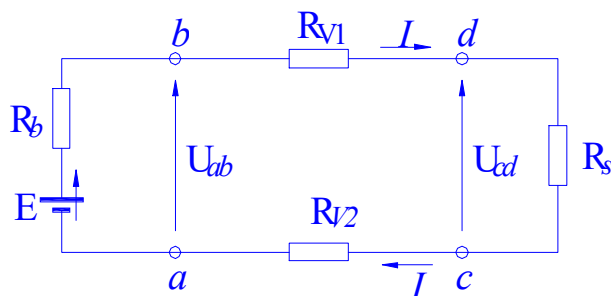
b)

Slika 2.7 Prosto električno kolo sa realnim izvorom

a) šema veza; b) Spoljna karakteristika.

Zavisnost $U=f(I)$, čiji tipični oblik je prikazan na slici 2.7b, naziva se spoljnja karakteristika izvora

Predstavimo šematski fizičko kolo baterijske lampe sa sl.2.2.



Slika 2.8 Električno kolo baterijske lampe

Izvor (baterija) je predstavljena sa elektromotornom silom E i unutrašnjom otpornošću R_b , na krajevima izvora vlada napon U_{ab} , čiji je porast potencijala od tačke a prema tački b . Veze izvora sa prijemnikom (baterije sa sijalicom) predstavljene su otpornicima R_{V1} i R_{V2} . Na prijemniku vlada napon U_{cd} . Prijemnik je predstavljen otporom R_s . (Prekidač nije predstavljen i smatra se da je zatvoren). Na ovaj način, fizičke osobine raspoređenih osobina kola (npr. otpornost provodnika postoji po cijeloj dužini vodova) predstavljene su koncentrisanim parametrima, međusobno povezanim idealnim vodovima bez otpornosti.

Na osnovu univerzalnog **zakona o održanju energije**, koji mora da važi u svakom trenutku, te se može izraziti preko odgovarajućih snaga, za kolo na sl.2.8 možemo pisati:

$$P_{h \rightarrow e} - P_{tb} - P_{tV_1} - P_{ts} - P_{tV_2} = 0 \quad (2.22)$$

gdje su: $P_{h \rightarrow e}$ - snaga kojom se hemijska energija u izvoru pretvara u električnu,

P_{tb} - snaga kojom se razvija toplota u unutrašnjosti baterije,

P_{tV_1} - snaga kojom se razvija toplota u dovodnom vodu,

P_{ts} - snaga kojom se razvija toplota u sijalici,

P_{tV_2} - snaga kojom se razvija toplota u povratnom vodu.

Na osnovu definicije elektromotorne sile $E = dA/dQ = P/I$, gdje je P snaga kojom se neelektrična (hemijska) energija pretvara u električnu, i na osnovu Džulovog zakona, jednačina (2.22) se može pisati u obliku:

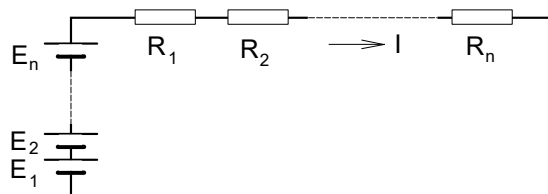
$$E \cdot I - R_b I^2 - R_{V_1} I^2 - R_s I^2 - R_{V_2} I^2 = 0 \quad (2.23)$$

Kada jednačinu (2.23) podijelimo sa jačinom struje I , dobijamo **jednačinu ravnoteže električnih sila ili jednačinu naponske ravnoteže**:

$$E - R_b I - R_{V_1} I - R_s I - R_{V_2} I = 0, \quad (2.24)$$

što možemo izraziti riječima: elektromotorna sila je jednaka zbiru padova napona u kolu.

Generalno, prosto kolo može da sadrži više redno vezanih elektromotornih sila i otpornika, sl. 2.9



Slika 2.9 Prosto kolo sa više ems-a i otpornika.

i jednačina ravnoteže električnih sila bi glasila: algebarski zbir svih elektromotornih sila u kolu jednak je zbiru svih padova napona:

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{k=1}^n R_k I$$

pa se struja u prostom kolu jednosmjerne struje izračunava jednostavnim odnosom:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{\sum_{k=1}^n R_k} . \quad (2.25)$$

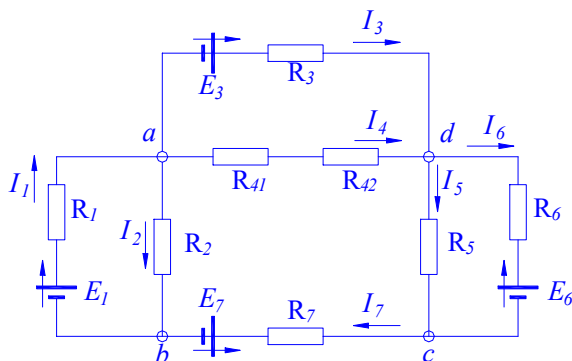
2.5 Složeno kolo jednosmjerne struje

Na slici 2.10 prikazano je jedno složeno kolo jednosmjerne struje.

Analizirati neko složeno električno kolo znači naći odnose između napona i struja za poznatu konfiguraciju toga kola, te, na osnovu tih odnosa, odrediti jednu ili više nepoznatih veličina (napona ili struja ili otpora).

Za analizu složenih električnih kola razrađen je niz metoda. Ipak, fundamentalni metod je metod koji podrazumijeva primjenu Kirhofovih zakona, koji ćemo detaljnije analizirati.

Složeno kolo okarakterisano je svojim **čvorovima** i **granama**. Čvorovi (n) su mjesta u kojima se struje granaju, a grane (m) su dijelovi kola koji povezuju čvorove. Svaka grana mora da sadrži bar jedan otpornik ili izvor, a može se sastojati i od više redno vezanih izvora i/ili otpornika.



Slika 2.10 Složeno električno kolo

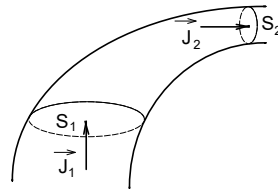
Riješiti složeno kolo znači odrediti struje u svim granama kola kada su poznati parametri kola (ems-e i otpori). Zadatak se može sastojati i u određivanju pojedinih parametara kola, kada su unaprijed zadate struje. U svakom slučaju, potrebno je postaviti onoliko nezavisnih jednačina koliko ima nepoznatih. Ove jednačine, pomoću kojih se rješava složeno kolo, dobijaju se primjenom Prvog i Drugog Kirhofovog zakona.

2.5.1 Prvi Kirhofov zakon

Pretpostavimo da se unutar neke oblasti, koju obuhvata površina S, nalazi izvjesna količina elektriciteta q. Ako kroz tu površinu protiču elementarni nosioci naelektrisanja tako da se broj nosilaca naelektrisanja u toj oblasti mijenja tokom vremena, tada se, njihovim kretanjem, obrazuje električna struja. Prema tome, fluks vektora gustine struje kroz zatvorenu površinu mora biti

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = - \frac{dq}{dt} \quad (2.26)$$

Znak minus usvojen je zbog toga što, pri pozitivnom fluksu izlaznog vektora gustine struje, dolazi do smanjenja količine elektriciteta u posmatranoj oblasti. Jednačina (2.26) naziva se jednačina kontinuiteta.



Slika 2.11 Fluks vektora J kroz element provodnika.

Za element provodnika sa slike 2.11, kroz koji se zatvara stalna struja, važe sljedeće relacije:

$$I_1 = \int_{S_1} \vec{J}_1 d\vec{S} \quad \text{ i } \quad I_2 = \int_{S_2} \vec{J}_2 d\vec{S}$$

Kod stalnih (stacionarnih) struja, prostorni raspored je stacionaran što znači da na mjesto nosilaca koji napuste neku elementarnu oblast dolazi isto toliki broj nosilaca. Zbog toga je, u ovom slučaju, $dQ/dt=0$, pa je

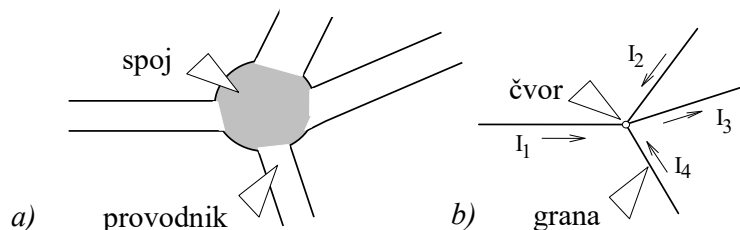
$$\oint \vec{J} d\vec{S} = 0. \quad (2.27)$$

Relacija (2.27) predstavlja matematički iskaz za **Prvi Kirhofov zakon** (pravilo) za stacionarne struje.

Primjenom (2.27) na konkretni slučaj, Prvi Kirhofov zakon se svodi na to da je ulazni fluks vektora J_1 jednak izlaznom fluksu vektora J_2 , tj. da je

$$-I_1 + I_2 = 0.$$

U praksi se često više provodnika spaja u zajedničku tačku (lemljenjem, priteznjem, i slično), kao što je ilustrovano slikom 2.12a, koja predstavlja čvor. [ematski se to uobičajeno predstavlja na način koji je prikazan na slici 2.12b.



Slika 2.12 Spoj provodnika u jednu tačku a) Prikaz lemljenog spoja; b) Šematski prikaz.

Za primjer spoja sa slike 2.12, sa četiri grane spojene u jedan čvor, primjena (2.27) daje:

$$-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0,$$

dok za opšti slučaj čvora sa m grana važi

$$\sum_{i=1}^m I_i = 0, \quad (2.28)$$

gdje znak "-" treba pridružiti struji koja ulazi u čvor, a znak "+" struji koja izlazi iz čvora. Ovo je konvencija, pa se neće pogriješiti ako se usvoji i obrnuto, s tim što je neophodna dosljedna primjena.

Za bilo kakve oblike $i(t)$ vači Prvi kirhofov zakon u bilo kojem trenutku vremena, pa se može pisati da je

$$\sum_{i=1}^n i_i = 0, \quad (2.29)$$

gdje se sumiraju vrijednosti struja i_i u posmatranom trenutku vremena. u svim granama koje čine dati čvor. Prvi kirhofov zakon se često iskazuje i riječima: **Zbir struja koje pritiču u jedan čvor jednak je zbiru struja koje iz tog čvora ističu.**

Napomenimo da prvi Kirhofov zakon proističe iz zakona o nestišljivosti materije-elektriciteta.

2.5.2 Drugi Kirhofov zakon

Drugi Kirhofov zakon glasi: **Algebarki zbir svih elektromotornih sila i padova napona duž zatvorene konture po električnom kolu jednak je nuli.**

Dakle, za proizvoljnu zatvorenu konturu složenog električnog kola, važi

$$\sum_{i=1}^n E_i - \sum_{i=1}^n R_i I_i = 0 \quad (2.30)$$

Ako, idući duž zatvorene konture, naiđemo na ems-u koja je u smjeru našeg kretanja, nju ćemo pisati sa znakom "+", zbog toga što ona doprinosi porastu potencijala. Ako je pak njen smjer suprotan smjeru našeg kretanja, uzet ćemo je sa znakom "-". Dalje, ako, idući duž zatvorene konture, naiđemo na otpor, a smjer našeg obilaženja se poklapa sa smjerom struje kroz otpornik, pad napona RI uzećemo sa znakom "-", jer on doprinosi padu potencijala, a ako je smjer struje suprotan smjeru našeg obilaska konture, pad napona RI uzećemo sa znakom "+"

Napomenimo da drugi Kirhofov zakon proističe iz zakona o održanju energije. Kao što smo u odeljku 2.4 pokazali da jednačina ravnoteže električnih sila prostog električnog kola proističe iz zakona o održanje energije, tako se i za složeno kolo, istina nešto složenije, to može pokazati.

Očigledno, i prvi i drugi Kirhofov zakon vode računa o smjeru struja u pojedinim granama. U početku rješavanja kola, međutim, struje su nepoznate pa ni smjerove ne možemo, osim u izuzetno prostim slučajevima, unaprijed odrediti. Da bi mogli da riješimo zadatak, pribjegavamo uobičajenom inženjerskom metodu - na električnoj šemi **proizvoljno** označimo smjerove struja strelicama. Ako se rješenjem jednačina za struju dobije pozitivna vrijednost, tada stvarni smjer struje odgovara pretpostavljenom, a ako se za izračunatu struju dobije negativna vrijednost, struja ustvari teče suprotno od smjera označenog strelicom. Upozorimo da u početku usvojene smjerove ne smijemo nikako mijenjati u toku rješavanja zadatka. Kada bi se to učinilo, već napisane jednačine ne bi više bile korektne. Eventualno se može, nakon potpunog rješavanja zadatka, nacrtati nova šema, na kojoj će, na osnovu predznaka izračunate struje, biti označeni stvarni smjerovi struja u pojedinim granama.

Vratimo se našem zadatku; rješavanju složenog električnog kola. Da bi se riješilo m nepoznatih veličina složenog kola, potrebno je pomoću Kirhofovih zakona postaviti m jednačina. Prvi Kirhofov zakon treba primijeniti na sve čvorove osim jednog, dakle, na $(n-1)$ čvor, gdje je n -broj čvorova složenog kola. Drugi Kirhofov zakon se primjenjuje onoliko puta koliko je potrebno da bi se dobilo onoliko jednačina koliko ima nepoznatih, dakle $(m - (n - 1)) = (m - n + 1)$ jednačina. Broj nepoznatih veličina ne može biti veći od broja grana u kolu. U protivnom zadatak je neodređen.

Treba napomenuti da se pri formiranju jednačina po Drugom Kirhofovom zakonu, prilikom odabiranja putanja za formiranje zatvorenih kontura, uvijek mora obuhvatiti bar jedna grana koja nije obuhvaćena nekom prethodnom konturom. U protivnom, jednačina za konturu u kojoj nema ni jedne grane koja nije obuhvaćena ranijim konturama, ne bi dala podatke koji već nisu dati jednačinama za prethodne konture, isto kao što ni primjena Prvog Kirhofovog zakona na posljednji čvor ne bi dala jednakost koja se već ne krije u ranije napisanim jednačinama.

Primjera radi postavimo jednačine za složeno kolo prikazano na sl. 2.10. Kolo sadrži četiri čvora; a, b, c i d. Dakle, Prvi Kirhofov zakon primjenjujemo za formiranje tri jednačine, recimo za čvorove a, b i c:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_2 + I_7 - I_1 = 0$$

$$I_5 + I_6 - I_7 = 0$$

Kako kolo sadrži sedam grana, zadatak je određen ako je najviše sedam nepoznatih veličina. Pretpostavimo da su nepoznate svih sedam struja u granama, pa ćemo Drugi Kirhofov zakon koristiti $(7-(4-1))=4$ puta. Formirajmo četiri konture, npr. po sljedećim putanjama:

$$\text{kontura I: } b - E_1 - R_1 - a - R_2 - b$$

$$\text{kontura II: } b - R_2 - a - R_{41} - R_{42} - d - R_5 - c - R_7 - E_7 - b$$

$$\text{kontura III: } a - E_3 - R_3 - d - R_{41} - R_{42} - a$$

$$\text{kontura IV: } d - R_6 - E_6 - c - R_5 - d$$

Obilazeći konture po naznačenim putanjama, i imajući u vidu pretpostavljene smjerove struja kao na slici, jednačine ravnoteže električnih sila, po Drugom Kirhofovom zakonu su:

$$\text{kontura I: } E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$\text{kontura II: } + R_2 I_2 - R_{41} I_4 - R_{42} I_4 - R_5 I_5 - R_7 I_7 - E_7 = 0$$

$$\text{kontura III: } - E_3 - R_3 I_3 + R_{42} I_4 + R_{41} I_4 = 0$$

$$\text{kontura IV: } - R_6 I_6 - E_6 + R_5 I_5 = 0$$

Pomoću ovih sedam jednačina možemo izračunati sedam nepoznatih veličina (to su najčešće struje, ali mogu biti i neka ems-a ili neka otpornost).

Ovaj sistem od sedam jednačina sa sedam nepoznatih rješava se po poznatim matematičkim metodama - eliminacijom jedne po jedne nepoznate ili primjenom determinanti.

Ponekad se postavlja zadatak da se odredi potencijalna razlika (napon) između dvije tačke složenog kola. Zadatak se rješava primjenom Drugog Kirhofovog zakona. Putanja kojom će se ići od jedne do druge tačke bira se proizvoljno. Ma koji put da izaberemo moramo dobiti isti rezultat. Na primjer, napon (porast napona) između čvorova b i d na sl. 2.10 se određuje:

$$U_{bd} + R_3 I_3 + E_3 + R_1 I_1 - E_1 = 0$$

ili idući drugom putanjom:

$$U_{bd} - R_5 I_5 - R_7 I_7 - E_7 = 0$$

Očigledno da je $U_{bd} = -U_{db}$

Pri tome treba imati u vidu da pozitivan rezultat za U_{bd} znači da je tačka d na višem potencijalu. U protivnom, na višem potencijalu je tačka b.

Drugi važni metod za rješavanje složenih električnih kola je **metod superpozicije**, koji nećemo detaljno razmatrati

Metod superpozicije primjenjuje se u mnogim oblastima, a polazi od opšteg postulata da ako se uzrok i efekat linearno odnose, ukupni efekat nekoliko uzroka koji djeluju jednovremeno jednak je sumi efekata pojedinačnih uzroka. Primijenjen na električna kola, ovaj metod polazi od činjenice da je, u električnom kolu u kojem djeluje više izvora jednovremeno, struja, u bilo kojoj njegovoj grani, posljedica djelovanja svih tih izvora. Kod linearnih električnih kola (konstantni parametri - otpornosti), struja kroz proizvoljnu granu složenog kola, pri djelovanju svih izvora uključenih u to kolo, jednaka je algebarskoj sumi struja kroz tu granu koje potiču od pojedinačnih djelovanja izvora.

Sam metod superpozicije realizuje se tako što se, na osnovu primjene poznatih algoritama, nađu struje u kolu za slučajeve pojedinačnih djelovanja svih izvora (u svakom takvom slučaju ispuste se sve ems osim onog izvora za koji se traže struje), pa se ukupne struje u granama kola nađu kao algebarske sume struja određenih pri pojedinačnim djelovanjima

elektromotornih sila. Pri traženju ukupnih struja, važno je voditi računa o smjerovima pojedinačno dobijenih struja.

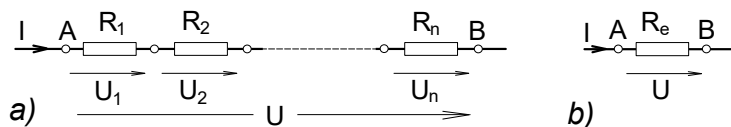
2.6 Uprošćavanje složenih električnih kola

Električna kola, kao skup tijela kroz koja protiču električne struje, najčešće su sastavljena od više elemenata (izvora i otpornika) koji su među sobom povezani na različite načine. Već smo naglasili da postoje dva osnovna načina vezivanja elemenata u kolu - **redno** i **paralelno vezivanje**. Kada su elementi povezani tako da kroz njih prolazi ista struja, kaže se da su redno vezani, kada su elementi kola međusobno vezani tako da na njihovim krajevima postoji ista razlika potencijala (napon), onda se kaže da su oni paralelno vezani.

Pri rješavanju složenog električnog kola, težnja je da se ono što više uprosti. U tom smislu, pojedini djelovi kola mogu se zamijeniti ekvivalentnim manje složenim dijelom. Pri ovome, važno je da se ne smije poremetiti stanje ostatka kola, što će biti jedino ako odnos napona i struje zamijenjenog dijela kola ostane isti kao što je ranije (prije zamjene, odnosno ekvivalentiranja, odnosno transformacije) bio.

2.6.1 Redno vezivanje otpornika

Na slici 2.13a prikazana je redna veza otpornika: R_1, R_2, \dots, R_n .



Slika 2.13 a) Redna veza otpornika; b) Ekvivalentni otpornik.

Sa slike 2.13a vidi se da za napon između tačaka A i B važi:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I = \sum_{i=1}^n R_i I.$$

a sa slike 2.13b napon između A i B je:

$$U = R_e I.$$

Da bi, pri istom naponu između tačaka A i B, ostala ista struja I, tada ekvivalentni otpor mora biti:

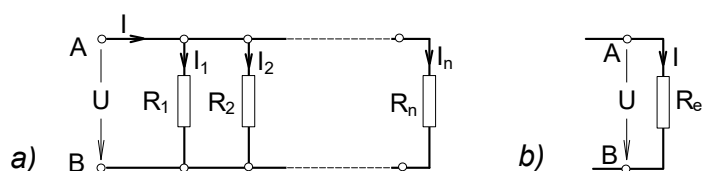
$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (2.30)$$

te se dio kola između A i B može predstaviti kao na slici 2.13b.

2.6.2 Paralelno vezivanje otpornika

Ako dio složenog kola između tačaka A i B ima konfiguraciju kao na slici 2.14a (**paralelna veza otpornika**) tada, saglasno Prvom Kirhofovom zakonu i Omovom zakonu, važi:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) U = \frac{1}{R_e} U.$$



Slika 2.14 a) Paralelna veza otpornika; b) Ekvivalentni otpornik.

Dakle, struja I u ostatku kola neće se promijeniti ako se, dio kola između A i B sa slike 2.14a, zamijeni sa dijelom kola predstavljenog na slici 2.14b u kojem je

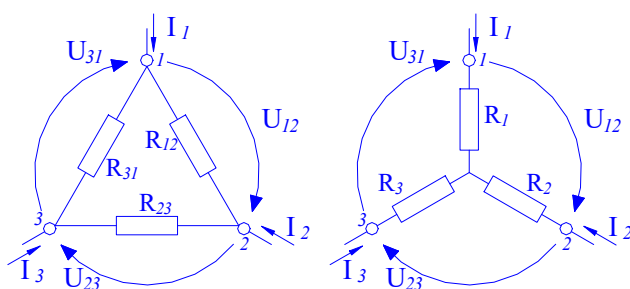
$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (2.31)$$

Na primjer ekvivalentna otpornost dva paralelno vezana otpornika je:

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.32)$$

2.6.3 Ekvivalentnost zvijezde sa trouglom otpora

U složenim električnim kolima često se sreću grupe otpornika vezane u "trougao" (sl. 15a) ili u "zvijezdu" (sl. 15b).



Slika 2.15 Veza otpornika; a) Trougao, i b) Zvijezda

Pri rješavanju tih kola, često je pogodno da se zvijezda zamijeni sa trouglom otpora, ili obratno. Zvijezda otpora će biti ekvivalentna sa trouglom otpora (i obratno), ako pri datim naponima U_{12} , U_{23} i U_{31} između tačaka ostatka kola i struje I_1 , I_2 i I_3 u tim tačkama ostaju nepromijenjene. Koristeći ove zahtjeve i I i II Kirhofov zakon, pokazuje se, da otpori ekvivalentne zvijezde moraju biti:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Ako grupu otpora vezanih u zvijezdu želimo zamijeniti ekvivalentnim trouglom, tada vrijednosti otpora trougla moraju biti:

$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \quad (2.34)$$

U posebnom slučaju, kada su otpornosti sva tri otpornika jednake $R_1 = R_2 = R_3 = R$ dobija se:

$$R_{\text{grane zvijezde}} = \frac{1}{3} R_{\text{grane trougla}}$$

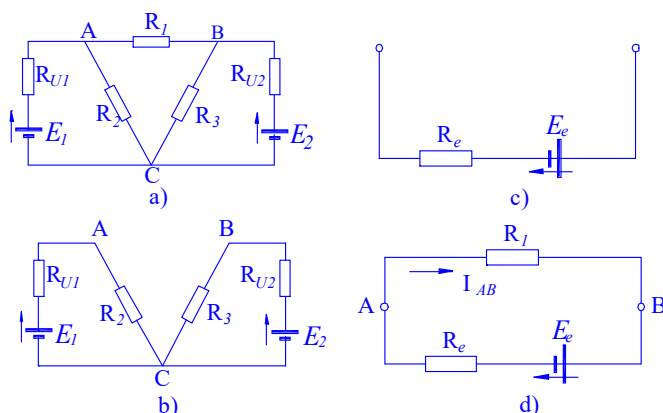
$$R_{\text{grane trougla}} = 3R_{\text{grane zvijezde}}$$

Navedimo jedan slučaj, koji se često koristi u praksi, kada se tri ista otpornika se vežu u trougao, pa se zatim prevežu u zvijezdu. Ovo se praktikuje npr. kod električne otporne peći kada se tri jednaka grijača (istih otpornosti R) najprije povežu u trougao i priključe na električnu mrežu (izvor) napona U . Kada se peć zagrije na zadatu temperaturu ovi grijači se prevežu u zvijezdu i priključe na istu mrežu. Pri vezi u trougao struja koja ulazi u tačke 1, 2 i 3 (sl. 2.15) tri puta je veća od struje koja u ove tačke ulazi pri vezi u zvijezdu. To znači da u početku zagrijavanja peć radi sa tri puta većom snagom, pa je zagrijavanje brže. Kada se postigne zadata temperatura, peć može da radi i sa manjom snagom, pa se grijači prevežu u zvijezdu.

2.6.4 Teveninova teorema

U slučajevima kada se nepoznata veličina traži u samo jednoj grani složenog kola, tada je pogodno da se, za njegovo rješavanje, koristi tzv. **Teveninova teorema**, koja omogućava brže i elegantnije rješavanje zadatka. Mi teoremu nećemo dokazivati, samo ćemo ukazati na postupak njene primjene kod uprošćavanja složenih električnih kola.

Iz zadanog kola (sl.2.18a) isključi se grana u kojoj se traži nepoznata veličina (struja, otpornost, ili ems-a). Ostatak kola (sl.2.18b) zamijeni se ekvivalentnim generatorom čija je ems-a E_e i unutrašnja otpornost R_e (sl.2.18c). Zatim se isključena grana priključi ekvivalentni generator i tako dobije prosto električno kolo (sl.2.18d), koje se lako riješi.



Slika 2.18 Postupak za Teveninovu teoremu

Problem se, dakle, svodi na iznalaženje ems-e i unutrašnje otpornosti ekvivalentnog generatora. EMS-a ekvivalentnog generatora jednaka je naponu koji vlada na ostatku kola (sl.2.18b) između tačaka A i B među kojima je bila vezana isključena grana. Ovaj napon nalazimo koristeći Kirhofova pravila. Unutrašnji otpor ekvivalentnog generatora jednak je ukupnom otporu ostatka kola (sl.2.18b) u odnosu na tačke A i B pri kratkospojenim svim izvorima elektromotornih sila.

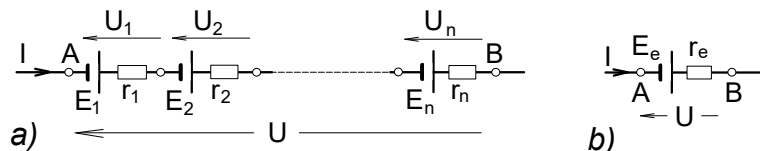
2.7 Vezivanje izvora u baterije

U tehničkoj praksi često se pojavljuje zahtjev da se prijemnik napaja naponom višim od onog kojim raspolaže jedan izvor i/ili strujom jačom od one koju može da da jedan izvor. Ovom zahtjevu se može udovoljiti na taj način što se **više izvora poveže u baterije**. Izvori se mogu povezati u baterije na tri načina: redno (serijski), paralelno (otočno) i mješovito (složeno; redno-

paralelno). Naglasimo da se u baterije vezuju izvori istih performansi – iste elektromotorne sile i iste unutrašnje otpornosti. U protivnom, moglo bi da dođe do neravnomjerne raspodjele opterećenja među izvorima, ili do pojave struje u kolu baterije i u slučaju kada na bateriju nije priključen potrošač.

2.7.1 Redna veza izvora u bateriju

Na slici 2.16a, prikazana je redna veza izvora kao dio složenog kola između tačaka A i B nekog složenog kola.



Slika 2.16 a) Redna veza izvora; b) Ekvivalentni izvor.

Sa slike 2.16a uočava se da je struja I ista kroz svaki izvor (čeliju), a da je ukupni napon jednak zbiru napona pojedinih izvora, pa važi:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n (E_i - Ir_i),$$

Kako su parametri pojedinih čelija isti $E_i = E$ i $r_i = r$ to je napon n redno vezanih čelija jednak:

$$U = n(E - Ir) \quad (2.35)$$

Ovih n čelija može se zamijeniti jednom ekvivalentnom baterijom (sl.2.16b), za koju važi:

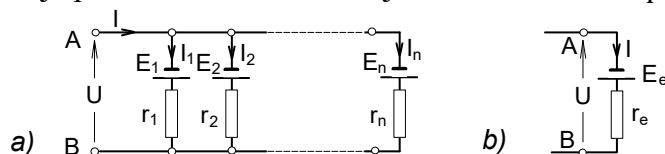
$$U = U_b = E_e - Ir_e \quad (2.36)$$

Upoređujući jednačine (2.35) i (2.36) očigledno da n redno vezanih čelija ima n-puta veću elektromotornu silu i n-puta veću unutrašnju otpornost. Struja baterije jednaka je struji kroz svaku čeliju.

Rednu vezu više izvora korist ćemo, dakle, kada nam je potreban viši napon i ne jača struja od onih kojima raspolaže jedna čelija, jer je $U_b = nU_1$ i $I_b = I_1$.

2.7.2 Paralelna veza izvora u bateriju

Na slici 2.17a prikazana je paralelna veza izvora koje karakterišu ems E_i i unutrašnji otpori r_i .



Slika 2.17 a) Paralelna veza izvora; b) Ekvivalentni izvor.

Ukupna struja koju daju svi paralelno vezani izvori je

$$I = nI_i,$$

a napon na njihovim krajevima

$$U = E_i - r_i I_i.$$

Kako su, iz uslova paralelnog rada, sve E jednake, svi r jednaki i sve I jednake $I_i = (E - U)/r$, onda je

$$I = n \frac{E - U}{r} \quad \text{ i } \quad U = E - \frac{r}{n} I \quad (2.37)$$

Ovih n paralelno vezanih čelija može se zamijeniti jednom ekvivalentnom baterijom (sl. 2.17b) čiji je napon:

$$U = U_b = E_e - r_e I \quad (2.38)$$

Upoređujući izraze (2.37) i (2.38) slijedi da se n paralelno vezanih ćelija sa slike 2.16a mogu ekvivalentirati jednim izvorom sa

$$E_e = E \quad \text{i} \quad r_e = \frac{r}{n} \quad (2.39)$$

tj., izvorom čija je ems-a E ista, a unutrašnja otpornost n-puta manja nego jedne ćelije, a da se ne promijene uslovi u ostalom dijelu kola.

Paralelnu vezu koristit ćemo dakle, kada se zahtijeva jača struja, ali ne i viši napon od onih kojima raspolaže jedna ćelija.

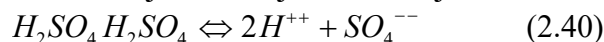
2.7.3 Mješovita veza izvora

Mješovita veza izvora ostvaruje se kombinacijom prethodne dvije. Očigledno, napon baterije će biti jednak zbiru napona redno vezanih, a jačina struje jednaka zbiru struja paralelno vezanih izvora. Dakle, redna veza izvora koristi se kad se žele dobiti veći naponi, paralelna veza izvora koristi se kad se žele postići jače struje, a mješovitom vezom postižu se i viši naponi i jače struje u ostalom dijelu kola (prije svega u prijemnicima).

2.8 Provođenje struje kroz elektrolite

Čista voda je dobar izolator. Međutim, rastvori kiselina, baza i soli u vodi, su relativno dobri provodnici električne struje. Svrstavamo ih u kategoriju provodnika druge vrste. Te rastvore nazivamo **elektrolitima**.

Švedski fizičar Arenijus postavio je teoriju **elektrolitičke disocijacije** po kojoj voda razlaže molekule kisjelina, baza i soli na **jone**. Npr., molekuli sumporne kisjeline H_2SO_4 razlažu se na dva atoma vodonika bez elektrona $2H^+$ i grupu SO_4^{--} koja ima dva elektrona viška. Ovakvi procesi teku u oba smjera i izražavaju se hemijskom relacijom:



Sličan proces se odvija u rastvorima baza i soli, pa, na primjer, za rastvor sode (hidroksida natrijuma) $NaOH$ važi:

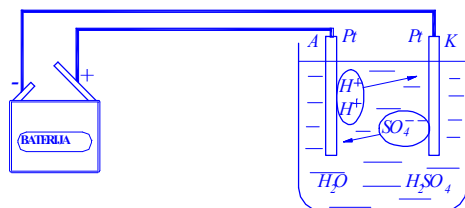


odnosno pri disocijaciji hlorida bakra je:



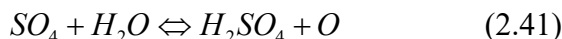
Pozitivni joni nazivaju se **katjoni**, a negativni joni nazivaju se **anjoni**.

Ako u sud od izolacionog materijala (recimo stakla), napunjen elektrolitom, postavimo dvije metalne ploče (elektrode) i povežemo ih na izvor električne struje, dobijamo tzv. **voltametar**. I prije priključenja baterije, po teoriji elektrolitičke disocijacije, molekuli kiseline su se razložili na anjone SO_4^{--} i katjone $2H^+$. Pri propuštanju struje, katjoni H^+ odlaze na katodu. Svaki od njih od katode oduzima po jedan elektron i tako se stvara neutralni vodonik, koji, u vidu mjehurića, izlazi iz tečnosti.



Slika 2.19 Voltametar

Anjoni SO_4^{--} bivaju privučeni od anode, i svaki od njih predaje anodi po dva elektrona, neutrališući se pri tome. Sada nastupa **sekundarna reakcija**: neutralna grupa SO_4^{--} , budući da je hemijski veoma aktivna, jedini se sa vodom stvarajući sumpornu kiselinu i oslobađajući kiseonik:



I tako, sa sekundarnom reakcijom, ukupan rezultat elektrolize je razlaganje vode na vodonik i kiseonik. Elektrolit i sastav elektroda se ne mijenjaju.

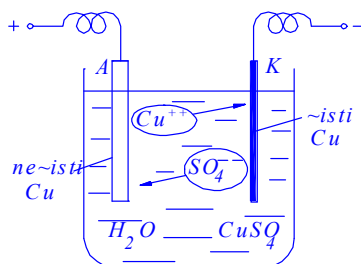
2.8.1 Elektrolitičko prečišćavanje metala

Kada kroz elektrolit, npr. sulfat bakra $CuSO_4$, prolazi električna struja odvijajuće se sljedeće reakcije:

Katjon Cu^{++} odlazi na katodu, oduzima joj dva elektrona i taloži se na njoj. Anjon SO_4^{--} odlazi na anodu, predaje joj dva elektrona, i neutrališe se. Sada nastupa sekundarna reakcija. Neutralizovana grupa SO_4^{--} hemijski je vrlo aktivna i jedini se sa bakrom sa anode i stvara bakarni sulfat:



Ukupan rezultat je prečišćavanje bakra prenošenjem atoma bakra sa anode na katodu.



Slika 2.20 Elektrolitičko prečišćavanje metala

2.8.2 Faradejev zakon elektrolize

Faradejevi eksperimenti nagovijestili su, a kasnije i potvrdili, današnje shvatanje o strukturi materije, o elementarnom kvantu elektriciteta i jednakosti količine elektriciteta na svakom elektronu.

Faradej je ustanovio da masa materije izdvojene elektrolitičkim procesima ne zavisi od:

- koncentracije elektrolita,
- temperature,
- površine, oblika i rastojanja elektroda,

a zavisi od:

- količine elektriciteta koja prođe kroz elektrolit,
- atomske mase elementa koji se izdvaja i
- valentnosti materije koja se izdvaja.

Pažljivim mjerenjem došao je do obrasca za određivanje mase izdvojene u elektrolitičkom procesu, koji se obično naziva Faradejev zakon elektrolize:

$$m = H_e Q \quad (2.43)$$

gdje je: m - masa (kg)

H_e - elektrohemijski ekvivalent, (kg/K)

$Q=It$ - količina elektriciteta koja prođe kroz elektrolit, (C=As)

Elektrohemijski ekvivalent je veličina koja ukazuje koliko se mase dotične materije izdvoji pri prolazu jedinice količine elektriciteta:

$$H_e = k_e \frac{A}{v}$$

gdje je: k_e - prirodna konstanta, (kg/K)

A - atomska težina, (1)

v - valentnost, (1)

Preciznim mjerenjem, Faradej je ustanovio da je :

$$k_e = \frac{10^{-6}}{96,5} \cong 10^{-8} \text{ (kg / K)}$$

Polazeći od podataka koje nam danas pruža atomska fizika, može se potvrditi Faradejeva preciznost:

Za neutralisanje nekog v-valentnog elementa potrebno je v kvanta elektriciteta:

$$v \cdot Q_e = v \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C (kulona)}$$

Svaki atom ima masu koja se približno može dobiti ako se atomska "težina" pomnoži sa masom jednog neutrona;

$$Am_n = A \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ (kg)} \quad (2.44)$$

Ako kroz elektrolit prođe količina elektriciteta od Q kulona, tada će proći Q/Q_e elektrona, što odgovara $Q/(vQ_e)$ atoma, pa je masa izdvojena pri protoku Q-kulona elektriciteta:

$$m = m_n A \frac{Q}{vQ_e} = \frac{m_n A}{Q_e v} Q = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{A}{v} \cdot I \cdot t \quad (2.45)$$

što, ako uporedimo sa $m = 10^{-8} \frac{A}{v} \cdot I \cdot t$, koliko je Faradej dobio eksperimentalno, moramo

konstatovati, predstavlja izvanredno dobro slaganje, posebno ako se ima u vidu da je Faradej izvodio eksperiment u vrijeme kada se o elektronima, protonima i neutronima nije znalo.

2.9 Hemijski izvori električne struje - akumulatori

Razmotrimo slučaj voltametra kada su obje elektrode od istog materijala (npr. dvije bakarne ploče), u rastvoru bakarnog sulfata ($CuSO_4$).

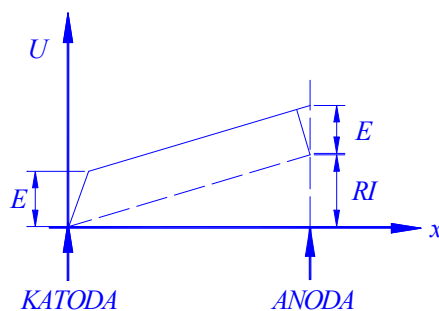
Mjereći, posebnom mjernom aparaturom, porast potencijala između katode i anode, konstatovaćemo promjenu potencijala kao na sl. 2.21, sa koje se vidi da kod katode ems-a E ne zavisi od jačine struje, da je daljnji porast napona srazmjeran struji, a zatim, kod anode, pad napona je takođe nezavisan od jačine struje, i isti je po vrijednosti kao kod katode.

Elektrolit se ponaša kao termogeni otpor čija je otpornost približno:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

gdje je: R - otpornost elektrolita (Ω), ρ - specifična otpornost elektrolita (Ωm)

l - rastojanje između elektroda (m), S - površina elektroda (m^2).



Slika 2.21 Promjena napona voltametra

Nagle promjene napona na elektrodama (sl. 2.21), nije teško objasniti. Na anodi se rastvara bakar, a iz hemije je poznato da se tom prilikom oslobađa energija. Kako struja, pri ovom eksperimentu, teže od anode ka katodi kroz elektrolit, to zbog priraštaja električne energije na račun hemijske, treba očekivati pojavu elektromotorne sile u smjeru struje. Na katodi se odvija hemijski proces koji zahtijeva ulaganje rada. Prema tome, na katodi se električna energija pretvara u hemijsku. Električna sila je sada kontraelektromotorna tj. usmjerena je protiv struje. Kako su ukupni hemijski procesi na anodi i katodi isti, samo suprotnog smjera (dekompozicija i kompozicija bakra), to mora biti elektromotorna sila na anodi jednaka kontraelektromotornoj sili na katodi. Spoljašnjim mjerenjem ne može se konstatovati postojanje ovih električnih sila.

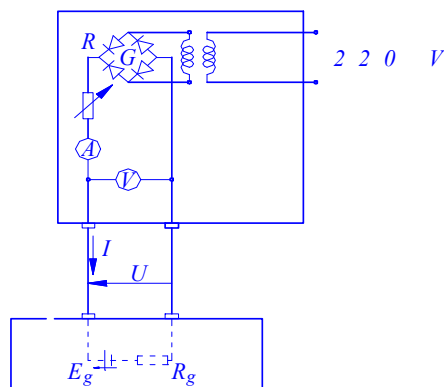
Razmotrimo sada slučaj kada elektrode nisu od istog materijala. Hemijski procesi na anodi i katodi su različiti, ne samo u pogledu hemijske reakcije, nego i u pogledu utroška i oslobađanja energije. Elektromotorne sile su zbog toga različite i kao rezultat se dobija rezultatna elektromotorna sila jednaka njihovom algebarskom zbiru.

Ako se elektrode spolja spoje metalnim provodnikom, kroz njega će teći električna struja. Dakle, voltametar sa različitim elektrodama predstavlja izvor električne energije, okarakterisan elektromotornom silom izvora i unutrašnjom otpornošću izvora.

Velike probleme kod ovakvih izvora prčinjavaju pojave "polarizacije", koja dovodi do smanjenja elektromotorne sile, i pojava "korozije" koja relativno brzo "izjeda" elektrode.

2.9.1 Akumulatori

Akumulatori su hemijski izvori električne energije, koji imaju važnu osobinu da su im hemijski procesi na elektrodama reverzibilni. Kada se akumulator "isprazni" snabdjevajući potrošače električnom energijom, on se može naknadno ponovo "napuniti" i vratiti u prvobitno stanje, što se postiže propuštanjem struje iz spoljnog izvora kroz akumulator u suprotnom smjeru. [ematski prikaz uređaja za punjenje akumulatora dat je na sl.2.20. Spoljašnji izvor je ispravljač G priključen na gradsku električnu mrežu (220V, 50Hz). Na uređaju je prikazan ampermetar A za mjerenje jačine struje punjenja I, promjenjivi otpornik R za podešavanje jačine struje punjenja i voltmetar V za mjerenje napona na priključcima akumulatora.



Slika 2.22. Šema punjenja akumulatora

Količina elektriciteta koju je akumulator u stanju da oda prilikom pražnjenja naziva se **kapacitet akumulatora** i ne mjeri u kulonima ($1C=1As$) već u većim jedinicama **amper-časovima** ($1Ah=3600C$). Najčešće se koriste olovni i alkalni akumulatori.

2.9.2 Olovni akumulatori

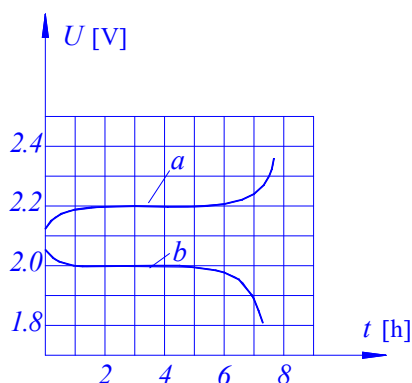
Kod olovnih akumulatora pozitivna ploča je od dioksida olova PbO_2 , a negativna od olova Pb . Elektrolit je razblažena sumporna kiselina H_2SO_4 . Hemijski procesi pri punjenju i pražnjenju akumulatora su složeni, ali se grubo mogu izraziti sljedećim hemijskim relacijama:



(strelica u desno označava proces pražnjenja, a strelica u lijevo, proces punjenja).

Važno je napomenuti da se ispražnjenom akumulatoru smanjuje koncentracija sumporne kiseline, ali se ne smije dodavati sumporna kiselina. Koncentracija će se vratiti na potrebnu vrijednost prilikom normalnog punjenja.

Na sl.2.23 date su tipične krive napona na priključcima olovnog akumulatora, mjerene za vrijeme punjenja i pražnjenja akumulatora. Pri punjenju napon se duže vremena zadržava na vrijednosti 2,2 V po ćeliji. Kada napon počne naglo da raste, treba smanjiti struju punjenja, da burni hemijski procesi ne bi oštetili ploče. Kada napon po ćeliji pređe vrijednost 2,4V punjenje treba prekinuti.



Slika 2. 23 Promjena napona akumulatora; a) Punjenje, b) Pražnjenje

Pri pražnjenju napon brzo padne na 2V po ćeliji. Pri kraju pražnjenja napon opada naglo i treba voditi računa da nikad ne padne ispod 1,8V po ćeliji, inače bi moglo doći do neugodne sulfatizacije ploča.

Razlika napona pri punjenju i pražnjenju se objašnjava djelimično padom napona u elektrolitu, koji se pri punjenju sabira sa elektromotornom silom $U=E+RI$, a pri pražnjenju oduzima od nje $U=E-RI$, a takođe i sekundarnim reakcijama i povećanoj (odnosno smanjenoj) koncentraciji kiseline oko ploča.

2.9.3 Alkalni -čelični akumulatori -(Edisonov akumulator)

Pozitivna ploča je od oksida nikla Ni_2O_3 , a negativna od željeza Fe. Elektrolit je 21% rastvor hidroksida kalijuma KOH. Hemijski procesi punjenja i pražnjenja su veoma složeni, ali se grubo mogu izraziti relacijom:



Napon iznosi oko 1,5V po ćeliji. On se mijenja pri punjenju i pražnjenju slično kao kod olovnih akumulatora.

Alkalni akumulatori su znatno skuplji od olovnih. Prednost im je u dužem vijeku trajanja, boljoj mehaničkoj izdržljivosti, manjoj specifičnoj težini, jednostavnijem održavanju, manjem riziku od kvarova.

U mane čeličnih akumulatora treba ubrojiti, pored visoke cijene, i nešto veći unutrašnji otpor i naglo gubljenje kapaciteta pri temperaturama manjim od nula stepeni Celzijusa.

2.10 Provođenje struje kroz gasove

U normalnim uslovima pritiska i temperature gasovi su izolatori, jer praktično ne sadrže nosioce električne struje - ni slobodne elektrone ni jone. Međutim, pod određenim uslovima gasovi provode električnu struju, kada se mogu smatrati provodnim sredinama.

Pri normalnim uslovima, atomi i molekuli gasa su električno neutralni. Da bi gas postao provodan, moraju se njegovi molekuli na neki način učiniti naelektrisanim (jonizovati). Pod uticajem jonizatora jedan ili više elektrona napuštaju neutralni atom gasa i postaju **slobodni elektroni**, a ostatak atoma predstavlja **pozitivan jon**. Jedan dio slobodnih elektrona apsorbuju postojeći atomi gasa da bi popunili svoje elektronske orbite, tako da oni postaju **negativni joni**. Prema tome, **jonizovani gas** sadrži slobodne elektrone, pozitivne i negativne jone. Gas može da provodi električnu struju samo ako sadrži jonizovane molekule.

Gas može biti jonizovan različitim spoljnim uzrocima. Rentgenovi zraci i γ -zraci iz radioaktivnih tijela, kao i kosmički zraci, imaju osobinu da, u izvjesnoj mjeri, jonizuju gas kroz koji prolaze. Isto tako, gasovi se mogu jonizovati zagrijavanjem gasa, ili prisustvom usijanih metala.

Ako se jonizovani gas nađe u električnom polju između dvije elektrode, koje su vezane na izvor ems-e E, doći će do kretanja pozitivnih jona ka negativnoj elektrodi – katodi K, a negativnih jona i slobodnih elektrona ka pozitivnoj elektrodi – anodi A. Na taj način se kroz gas između elektroda obrazuje električna struja.

Provodljivost gasa je utoliko veća ukoliko je veća njegova jonizovanost. Zakonitost provođenja struje kroz gasove razmotrićemo posmatranjem elementarne zapremine gasa dV , presjeka dS i dužine dl , sa zapreminskom gustinom slobodnih naelektrisanja ρ . Elementarna količina naelektrisanja u tom prostoru će biti:

$$dq = \rho \cdot dV, \dots \cdot dq = \rho \cdot dS \cdot dl$$

Pošto se naelektrisanja slobodno kreću, njihova brzina je:

$$v = \frac{dl}{dt}, \text{ odnosno } dl = v \cdot dt.$$

Jačina struje u gasu biće:

$$di = \frac{dq}{dt} = \frac{\rho \cdot dS \cdot dl}{dt} = \rho \cdot v \cdot dS \quad (2.48)$$

a njena gustina J:

$$J = \frac{di}{dS} = \frac{\rho \cdot v \cdot dS}{dS} = \rho \cdot v$$

ili u vektorskom obliku:

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v} \quad (2.49)$$

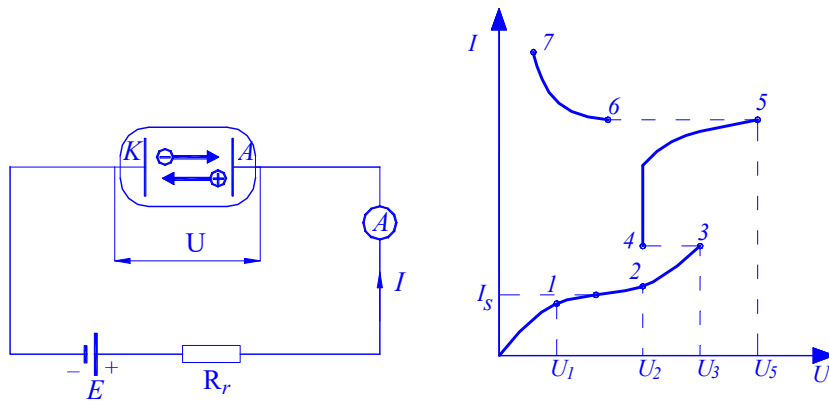
Relacija (2.49) pokazuje da je gustina konvekcione struje funkcija brzine kojom se naelektrisanja kreću, a ne jačine električnog polja, kao što je to bio slučaj kod metala: $\vec{J} = \gamma \cdot \vec{K}$.

Za razmatranje načina provođenja struje kroz gas i određivanje zavisnosti jačine struje od napona između elektroda, koristićemo električno kolo kao na sl.2.24a

U staklenoj cijevi napunjenoj jonizovanim gasom nalaze se elektrode K i A priključene na izvor E preko promjenjivog otpornika (potenciometra) R_p i galvanometra A (precizni instrument za mjerenje malih vrijednosti struje). Pomoću R_p mijenjamo napon između elektroda U, a pomoću A mjerimo jačinu struje kroz kolo, tj. kroz gas. Zavisnost struje I od napona između elektroda data je na sl. 2.24b.

U prvom dijelu (kriva 0-1) struja je upravo proporcionalna naponu i ponaša se približno po Omovom zakonu. Povećanje napona od 0 do U_1 , tj. jače električno polje između elektroda, izaziva povećanje brzine kretanja jona što, dovodi do porasta jačine struje. Daljnje povećanje napona iznad U_1 ne izaziva znatan porast struje, jer su praktično svi joni u pokretu. Ova struja I_s naziva se struja zasićenja i ona zavisi od stepena jonizacije gasa. Povećanjem napona od U_2 do U_3 povećava se kinetička energija jona do te mjere da jon u sudaru sa neutralnim molekulima razbija molekul na par jona - nastaje tzv. **sudarna jonizacija**. Tako se od jednog

jona dobijaju tri, a pri sljedećem sudaru obrazuje se ukupno devet jona, itd. Joni koji nastaju sudarnom jonizacijom nazivaju se sekundarnim jonima. U tački 3 dolazi do pojave varnice među pločama. Pojava varnice se naziva eruptivnim pražnjenjem.



Slika 2.24 Provođenje struje kroz gasove;
a) Električno kolo sa gasnom cijevi b) $I-U$ karakteristika

Dalji porast struje može nastati samo sekundarnom jonizacijom, odnosno emisijom elektrona iz katode (dio krive 4-5). Kada se napon poveća iznad određene vrijednosti dolazi do proboja gasa, nakon čega struja naglo raste, nastaje **električni luk** kao oblik električnog pražnjenja (dio krive 6-7). Za održavanje struje luka potreban je znatno niži napon od onog koji je luk izazvao.

Nakon proboja struja postaje nezavisna od spoljnog jonizatora, pa se i naziva struja samoodržanja. Prije sudarne jonizacije struja se nije mogla samoodržavati, jer je zavisila od broja primarnih jona.

Karakter provođenja struje kroz gasove, ili, kako se obično kaže, pražnjenje kroz gasove, zavisi od mnoštva faktora: od hemijske prirode gasa i elektroda, od temperature i pritiska gasa, od oblika, dimenzija i međusobnog položaja elektroda, od intenziteta električne struje itd. Prema tome, oblici gasnog pražnjenja su veoma raznovrsni, a pražnjenje u gasu najčešće je praćeno toplotnim, zvučnim i svjetlosnim efektima.

Emitovanje elektrona iz metala može biti: termojonsko, fotoemisijom i sekundarnom emisijom.

Termojonska emisija nastaje pri zagrijavanju metala na visoke temperature. Time se, elektronima u metalu predaje termička energija, koja im omogućava da napuste metal. Povećanjem temperature povećava se i broj elektrona koji ga napuštaju. Ako se u blizini zagrijanog metala postavi anoda, slobodni elektroni će se kretati prema njoj, stvarajući električnu struju.

Ako usijani metal sadrži primjese alkalnih metala, pri višim temperaturama se, pored emisije elektrona, javlja i emisija jona, koji se nazivaju termojonima.

Metal koji emituje elektrone naziva se katodom ili emitorom, a elektroda koja ih sakuplja anodom ili kolektorom

Fotoemisija je posljedica dejstva svjetlosti na površinu metala. Elektroni u metalu povećavaju svoju energiju na račun energije svjetlosnog zraka koji pada na metal. Dospijevajući na metal, foton, jednim dijelom svoje energije ($h\nu$), vrši izlazni rad ($A_i = Q_e U_i$), a ostatak energije fotona prelazi u kinetičku energiju $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ emitovanog elektrona. Prema tome, za

fotoelektrični efekt važi relacija:

$$h \cdot \nu = A_i + W_k = Q_e \cdot U_i + \frac{mv^2}{2} \quad (2.50)$$

gdje je: $h = 6,62 \cdot 10^{34} \text{ Js}$ · Plankova · konstanta

ν (Hz) učestanost dolazećeg svjetlosnog talasa

$Q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (C)}$ elementarno naelektrisanje elektrona

U_i (V) odgovarajući izlazni napon

Ovo je poznata Ajnštajnova formula za fotoelektrični efekt. Njome je Ajnštajn potvrdio da je foton i korpuskularne i talasne prirode.

Sekundarna emisija je emitovanje elektrona kao posljedica bombardovanja materijala elektronima, jonima ili atomima. Emisija elektrona zavisi od vrste materijala, od energije i vrste primarnih čestica. Čestice koje udaraju u čvrsti materijal nazivaju se primarnim česticama, a elektroni koji napuštaju materijal sekundarnim elektronima.

Mehanizmi provođenja struje kroz gasove, u tehničkoj primjeni, najviše se koriste kod elektronskih cijevi, a u raznim primjenama koriste se efekti električnog luka.

2.10.1 Električni luk

Električni luk, ako se pojavi tamo gdje se ne očekuje, može biti vrlo štetan, pa stoga i nepoželjan. On ne samo da razara izolaciju nego, zbog velike toplote, koja prati njegovu pojavu, topi sve metalne dijelove na svom putu. Međutim, često se električni luk izaziva namjerno, radi korišćenja njegove toplotne energije i energije zračenja. Električni luk se najčešće koristi za elektrolučno zavarivanje metala, za topljenje ruda i metala u elektrolučnim pećima i za lučne lampe. Električni luk, koji se koristi u navedene svrhe, ostvaruje se pri naponima od nekoliko desetina do nekoliko stotina volti. Koristi se termoelektronska emisija usijane katode i termojonizacija gasa (najčešće vazduha) između elektroda.

Elektrode, koje mogu biti metalne, u praksi se najčešće koriste ugljene. Njihova važna osobina je da se ne tope, već postepeno sagorjevaju, mada luk daje vrlo jak toplotni i svjetlosni efekt. Najjači izvor svjetlosti i toplote je krater na pozitivnoj ugljenoj elektrodi, čija temperatura može dostići vrijednost 3.500 do 4000 °C dok je temperatura katode znatno niža (oko 2.500 °C). Na anodi se pojavljuje krater, a na katodi, se javlja ispupčenje. Zbog toga se tokom rada anoda brže troši od katode i obično uzima dvostruke debljine. Nejednako sagorijevanje elektroda objašnjava se time što katoda emituje samo elektrone koji nisu vezani za masu, dok sa anode odlaze pozitivni joni, koji sačinjavaju jezgra atoma i materiju ugljenika. Na taj način sa anode, pored određene količine elektriciteta, odlazi i materija, dok sa katode odlazi, uglavnom, samo elektricitet. Veća temperatura i jača svjetlost kratera na anodi objašnjava se time što elektroni, zbog manje mase, dobijaju u odnosu na spore jone, daleko veće ubrzanje i kinetičku energiju, koju zatim oslobađaju prilikom sudara sa anodom.

2.10.2 UI - karakteristika električnog luka

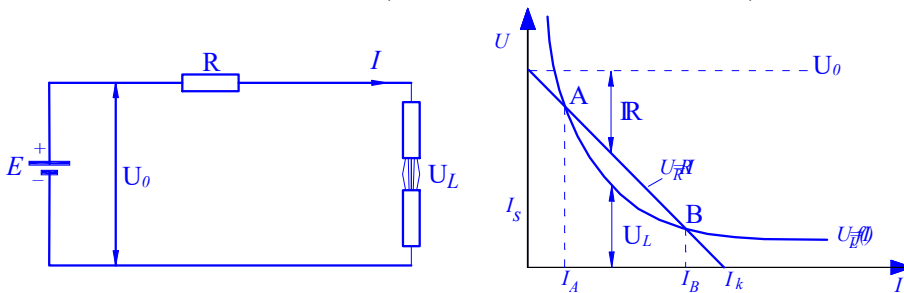
Sa slike 2.24b (dio karakteristike 6-7) vidimo da je volt-amperska karakteristika luka nelinearna i opadajuća. Prema tome, ako je napon izvora konstantan, luk može gorjeti samo ako je u kolu na red sa njim povezan određeni otpor R. Na sl. 2.25a predstavljeno je kolo sa lukom, a na sl. 2.25b volt-amperska karakteristika luka.

Jednačina ravnoteže električnih sila za kolo na sl. 2.25a pokazuje da naponu izvora drže ravnotežu pad napona na otporu R i napon luka U_l :

$$U = RI + U_l \quad \Rightarrow \quad U_l = U - RI$$

Sa sl. 2.25b vidimo da je ova jednačina zadovoljena samo u tačkama A i B. To znači da, za dati napon izvora i dati otpor kola, u kolu može da teče struja (luk gori) samo u ravnotežnim tačkama A i B. Da bi se vidjelo da li je luk stabilan, potrebno je utvrditi da li eventualno pomjeranje iz tačke presjeka vraća režim ponovo u ravnotežnu tačku ili ne. Pri ovome treba imati u vidu da do promjene struje luka može doći zbog promjene uslova gorenja luka; promjene dužine luka, promjene temperature sredine i sl.

Slika 2.25 a) Električno kolo sa lukom b) U-I karakteristika



Pokazuje se da se stabilno gorenje luka ostvaruje samo u tački B, jer, u slučaju promjene struje I_B , sam sistem električnog kola djeluje tako da se režim vrati ponovo na struju I_B , dok, pri promjeni struje u tački A, sistem djeluje tako da podržava tu promjenu. Tačka A je, dakle, tačka labilne ravnoteže, jer svaki poremećaj u kolu dovodi do gašenja luka, i luk može stabilno da gori samo u tački stabilne ravnoteže – tački B.

Naglasimo da se električni luk može realizovati i sa naizmjeničnim naponom.

2.11 Termoelektricitet

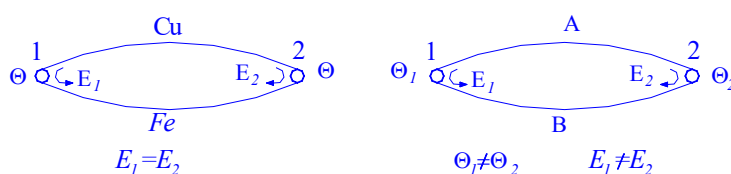
Italijanski fizičar Volta je, još 1793. god., uočio da se pri dodiru dva različita metala među njima javlja mali električni napon. Ovaj napon se naziva **kontaktni** napon (kontaktna ems-a), a efekt se često naziva **Voltin efekt**. Ovaj napon je uslovljen prelazom elektrona provodnosti na mjestu kontakta iz jednog metala u drugi. S obzirom na nejednaku koncentraciju elektrona, iz metala sa većom koncentracijom preći će veći broj elektrona u drugi metal. Tako se u jednom od metala javlja višak pozitivnog, a u drugom višak negativnog elektriciteta, uslijed čega dolazi do kontaktne razlike potencijala.

Pri prelasku elektrona iz jednog metala u drugi vrši se određeni rad -izlazni rad. Da bi elektron prešao iz jednog metala u drugi njegova energija toplotnog kretanja mora biti veća od izlaznog rada $A_i = Q_e \cdot U_i$. Izlazni napon U_i je različit za svaki metal.

Izlazni rad mjeri se jedinicom elektron-volt (eV) i iznosi:

$$1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1V = 1,6 \cdot 10^{-19} J$$

Ako se formira kolo od dva različita metala (npr. bakra i gvožđa kao na sl. 2.26a), tada ćemo u kolu imati dvije kontaktne ems-e suprotno usmjerene (u opoziciji), tako da u kolu nema struje.



Slika 2.26 Zebekov efekt

Kada se jedan od spojeva zagrije ili rashladi, tako da ima temperaturu različitu od drugog spoja (sl. 2.26b), tada će kroz kolo proteći električna struja. Ovu pojavu je 1821. god. konstatovao Zebek i naziva se **Zebekov efekt**, ili termoelektrični efekt.

Ovakav spoj dva različita metala, prema tome, može da služi kao izvor elektromotorne sile (termoelektromotorna sila TEMS-a) i naziva se **termoelement** (ili termospreg). TEMS-a zavisi od vrste primjenjenih materijala i razlike temperatura spojeva dva metala i kod tehničkih primjena iznose od nekoliko milivolti do nekoliko desetina milivolti. Termoelementi su našli široku primjenu u mjerenju temperature.

Francuski fizičar Peltije je utvrdio da je Zebekov efekt reverzibilan. Ako se kroz kolo sastavljeno od dva različita metala propusti struja, onda će se spoj (1), koji bi pri zagrijavanju davao struju u istom smjeru, sada hladiti, dok će se drugi spoj (2) zagrijavati. Objašnjenje **Peltijeovog efekta**, je sljedeće: pri prelazu elektrona iz gvožđa u bakar u spoju (1) njihova se energija povećava, jer prelaze u metal čiji je izlazni napon viši, što može biti samo na račun energije dovedene spolja. Kako se ova energija ne dovodi, troši se sopstvena toplota spoja, i spoj se zbog toga hladi. U spoju (2) dešava se suprotno. Ako je smjer struje u kolu suprotan, dešava se obrnuto; spoj (1) se zagrijava, a spoj (2) se hladi.

Ovu toplotu treba razlikovati od toplote dobijene Džulovim efektom (RI^2). Toplota uslijed ovog efekta zavisi od izlaznog napona, struje i njenog smjera. U običnim uslovima, ova toplota je mnogo manja od džulovske.

Na osnovu termodinamičkog razmatranja tada poznatih karakteristika termosprega, Tomson je eksperimentalno pokazao da duž jednog provodniku od istog materijala postoji razlika električnog potencijala, ako duž tog provodnika postoji temperaturna razlika. Ova pojava je nazvana **Tomsonov efekt**. To znači da ako između dva kraja jednog homogenog provodnika postoji temperaturna razlika tada će između ovih krajeva postojati izvjesna ems-a - **Tomsonova elektromotorna sila**, koja je data sljedećim izrazom:

$$E_T = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sigma \cdot d\vartheta \quad (2.51)$$

gdje je: σ - Tomsonov koeficijent ($V/^\circ C$), je karakteristika materijala, zavisi od temperature i za neke materijale ima pozitivnu, a za neke negativnu vrijednost. (Za pozitivnu vrijednost smjer E_T je od hladnijeg (ϑ_1) kraja ka toplijem kraju (ϑ_2)). Za negativnu vrijednost koeficijenta, važi suprotno. Uočimo da se tomsonov efekt ne može koristiti za proizvođenje struje u zatvorenom kolu. Jer, ako se zatvoreno kolo od bakarne žice grije na jednom kraju, a hladi na drugom, tada će u dva dijela žice biti obrazovane dvije potpuno jednake Tomsonove ems-e, a suprotnih smjerova, tako da će se uzajamno poništavati. I Tomsonov efekt je reverzibilan.