2.12. DFT se može brzo sračunavati i algoritmom 'Decimation in time' (razbijanje po vremenu) kada se za $N=2^n$ niz $x(n)$ razbija na parne odbirke $x(0)$, $x(2)$, ..., $x(N\text{-}2)$ i na neparne odbirke $x(1)$, $x(3)$,...., $x(N\text{-}1)$ pa se potom računaju zasebno diskretne transformacije ovakvih nizova. Nacrtati potpunu šemu algoritma za razbijanje po vremenu za $N=8$.

Rješenje:

Preuredimo DFT na dvije parcijalne ulazne sekvence, na parne i neparne odbirke.

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}=\sum_{n=2i}x(n)W_N^{nk}+\sum_{n=2i+1}x(n)W_N^{nk}$$

Kako je: $W_N^2=W_{N/2}$; $W_N^{2ik}=W_{N/2}^{ik}$ $W_N^{2ik}=W_{N/2}^{ik}$ i $W_N^{(2i+1)k}=W_{N/2}^{ik}W_N^k$ i poslije smijena: $x_{10}(i)=x(2i)$ i $x_{11}(i)=x(2i+1)$ dobijamo:

$$X(k)=\sum_{i=0}^{N/2-1}x_{10}(i)W_{N/2}^{ki}+W_N^k\sum_{i=0}^{N/2-1}x_{11}(i)W_{N/2}^{ki}\ ,\ k=0,1,2,....,N/2-1$$

U poslednjem izrazu imamo dvije sume koje predstavljaju DFT sekvenci $x_{10}(n)$ i $x_{11}(n)$.

$$X(k)=X_{10}(k)+W_N^kX_{11}(k),\qquad k=0,1,2,...,N/2-1$$

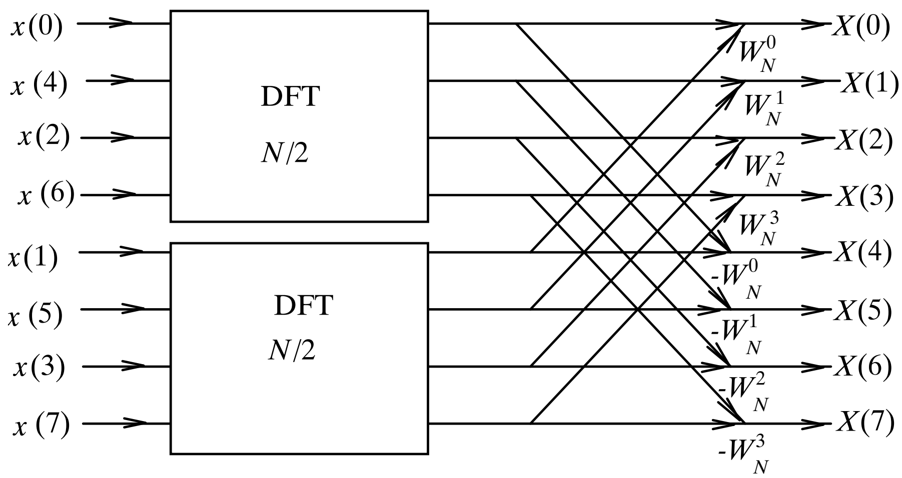
Odbirke $X(k)$ za $k\geq N/2$ dobijamo kao:

$$X(k+N/2)=X_{10}(k+N/2)+W_N^{k+N/2}X_{11}(k+N/2),\qquad k=N/2,...,N-1$$

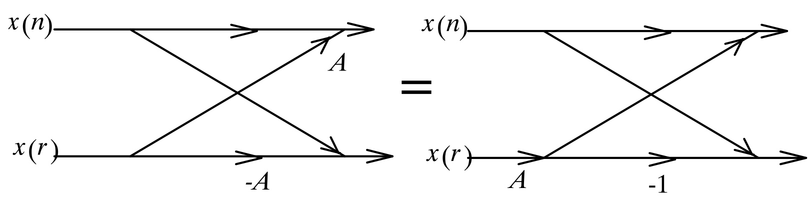
Uzimajući u obzir periodičnost DFT $X_{10}(k)$ i $X_{11}(k)$ sa periodom $N/2$ dobijamo:

$$X(k)=X_{10}(k)-W_N^kX_{11}(k),\qquad k=0,1,2,...,N/2-1$$

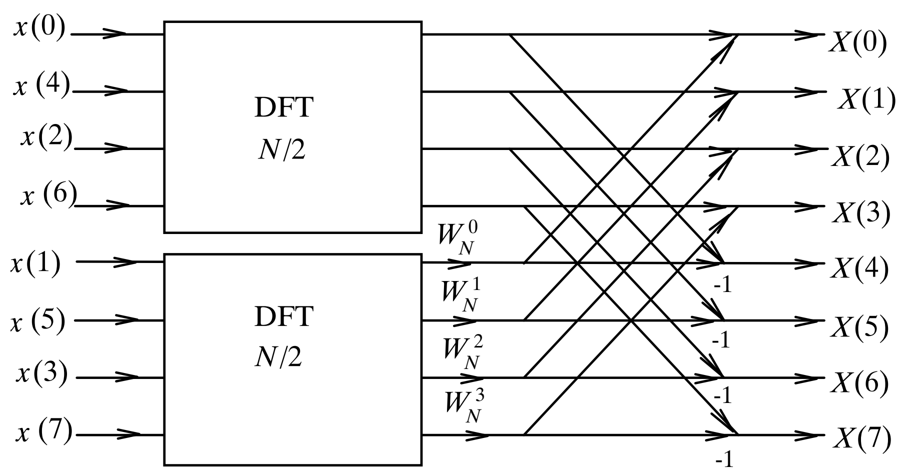
Na slici je prikazano razbijanje u vremenu DFT za $N=8$ na dvije DFT od po $N/2=4$ odbirka.



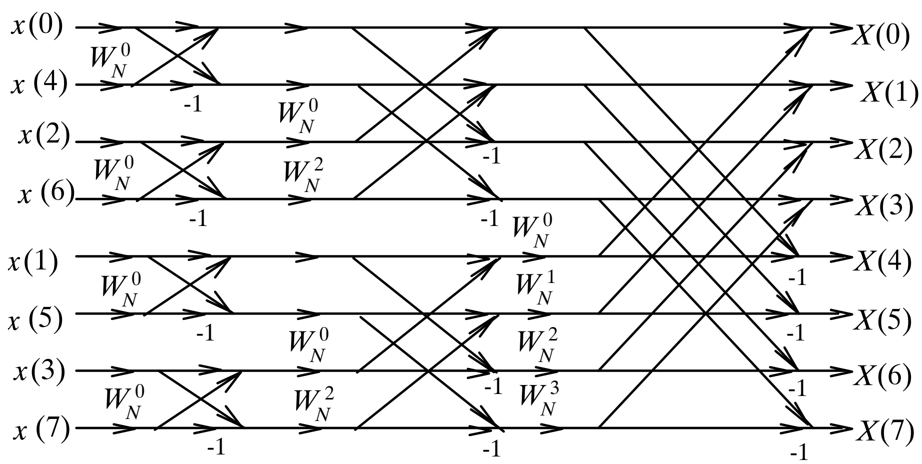
Koristeći se slijedećim pravilom:



možemo izvršiti preuređivanje slike kao:



Potpuna šema razbijanja u vremenu za DFT sa $N=8$ data je na slici.



Uočimo da je složenost računanja DFT u ovom slučaju ista kao kod razbijanja po frekvenciji. Ključna razlika u ova dva algoritma leži u obliku ulazni i izlazne sekvence. Kod razbijanja po frekvenciji ulazni signal se uzima u prirodnom rasporedu dok se FFT dobija u obliku koji zahtjeva dalju obradu. Ovdje je obrnut slučaj.