

1) Ispitati konvergenciju br. redova.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{4^{2n+1} \cdot n!}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n}{3n^2+4n-1} \right)^{4n^3}$$

c) (u zavisnosti od param. A)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{16n^2} - \sqrt{16n^2-1}}{n^A}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{An}{5n+17} \right)^{9n}$$

d) (znano pr. redovi)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{\sqrt[4]{(3n+1)^3+2} + n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{(2n^2+1)^2} + 3n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{5n^2+3}$$

2) a) Odrediti prvi potpuni diferencijal jf f=f(x,y,z),

a zatim nac) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$; $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^3 f}{\partial z \partial x^2}$, ako je

$$f(x,y,z) = 4x^2 \cdot \ln(y+z) - y \sin(2x)$$

b) Odrediti prve parcijalne izvode fje $z=z(x,y)$ zadate sa $(x+z^2)y - \ln(xz) = 5$, a zatim naći $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

c) Dokazati jednakost $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + 1 = 0$ ako je fja

$u=u(x,y)$ zadata sa $4su(3x+2y+5u) = 3x+2y+5u$.

d) Odrediti ekstremne vrijednosti fje $z=z(x,y)$ zadate sa:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y + 10z + 1 = 0$$

e) Odrediti ekstremne vrij. fje $u = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ uz uslov $x^2 + y^2 = 25$.

f) Odrediti ekstremne vrij. fje $f(x,y) = -2x + 3y - 1$ uz uslov $4x^2 + y^2 = 40$.

3) Riješiti diferencijalne j-ne:

a) $xy' + 4y = x^2 + y^2, y(2) = -1$

e) $y'' - 16y = (7 - x^2) \sin 4x$

b) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}; y(1) = 1$

f) $y'' + y' - 2y = (x^2 - 1)e^{2x}$

c) $y' + 4y = 2xy^2$

g) $y'' + 2y' - 3y = 2xe^{-3x}$

d) $xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$

4) Režišči matricne g-m:

①

$$a) (X^{-1}A + 3X^{-1}B)^{-1} = -2(A+3B)^{-1}X + 6BA^{-1}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) (B - \frac{3}{2}AX) \left(\frac{1}{2}X\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}XC^{-1}\right)^{-1} + A^T$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad (A, B \text{ nite uoo pod a))$$

5) Režišči 1' disjunktah sistem lin. g-na u zavisnosti od parametra:

$$a) \begin{cases} 4x^2 + (m-1)^2y + 16z = 2 \\ 2x + (m-1)y - 4z = 1 \\ 6x + 2my - 6z = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y - (a+1)z = 2 \\ 7x + y - 4z = a+3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 1-a \\ 3x - 2y + 7z = a+2 \\ -x + 4y - z = -3 \end{cases}$$

$$(-5a-1)x + 2y - (a+1)z = -5$$

6) [⊗] Date su tačke $A(1, 2, -4)$, $B(0, 2, -1)$ i $C(-2, 1, 3)$.

a) Izračunati dužinu krakova duži iz temena A na naspramnu stranu i veličnu ugla kod temena C .

b) Izračunati $P_{\Delta ABC}$ i dužinu visine iz temena B .

c) Izračunati V tet. piramide određene tačkama A, B, C i D , gde je $D(1, 0, 8)$.

d) Izračunati dužinu visine piramide $ABCD$ koja odgovara stranu ACD .

7) [⊗] Date su stranice ΔABC i to $\vec{AB} = \vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$ i $\vec{AC} = \vec{u} + 3\vec{v}$, $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 1$, $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$.

a) Izračunati $P_{\Delta ABC}$; dužinu visine iz B u ΔABC .

b) Izračunati $\angle B$; dužinu strane BC i dužinu krakove duži $\vec{BB_1}$.

c) Ako se dati vektor $\vec{d} = \vec{u} - 2\vec{v}$; naći zapreminu piramide konstruisane nad vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$.