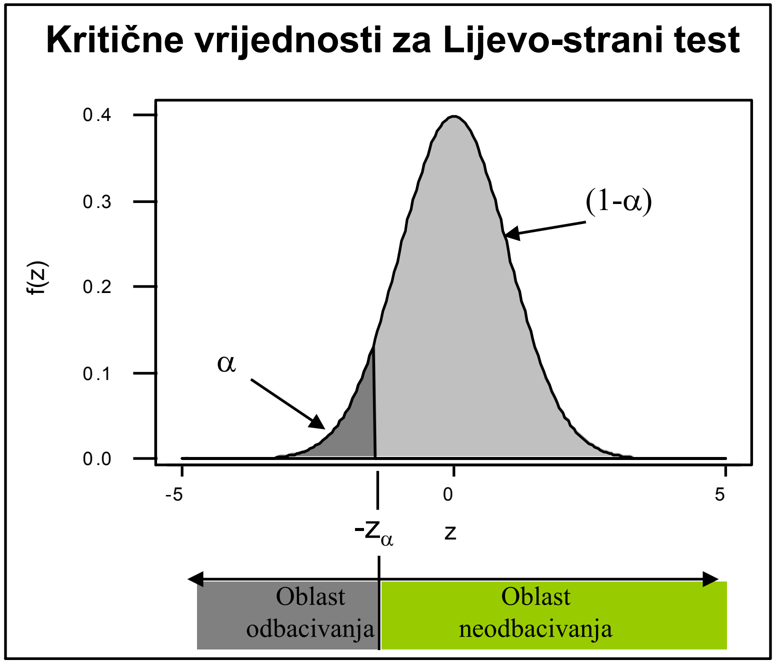
Elementi lijevo-stranog standardizovanog testa velikih uzoraka za prosjek populacije

Nulta Hipoteza	H_0: $\mu \geq \mu_0$
Alternativna Hipoteza	H_1: $\mu < \mu_0$
Nivo značajnosti testa	α (često 0.05 ili 0.01)
Statistika testa	$z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ (pretp. σ je nepoznata, Inače σ umjesti s)
Kritične vrijednosti	granica $-z_\alpha$ koja obuhvata prostor α nalijevo
Pravilo odlučivanja	Odbaciti nultu hipotezu ako $z < -z_\alpha$

Kritične tačke *z*
(Jedno-strani test)

α	$-z_\alpha$
0.005	-2.576
0.010	-2.326
0.025	-1.960
0.050	-1.645
0.100	-1.282

Lijevo-strani test



Primjer 8-9

Određeno pakovanje hrane treba da ima prosječnu neto težinu 12 oz. Proizvođač je dobijao žalbe potrošača da dobijaju manje količine nego što to piše na ambalaži. Potrošačka grupa zato želi da testira hipotezu da je prosječna neto težina proizvoda u prosjeku, ispod date težine. Sl. uzorak od 144 pakovanja je sakupljen, i u uzorku prosječna neto težina iznosi 11.8 oz. A uzoračka standardna devijacija je 6 oz. Na osnovu podataka, testirati da li su potrošači u pravu?

H_0: $\mu \geq 12$

H_1: $\mu < 12$

n = 144

Za $\alpha = 0.05$, kritična vrijednost z je -1.645

Statistika testa je: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$

Ne odbaciti H_0 ako: [$z \geq -1.645$]

Odbaciti H_0 ako: [$z < -1.645$]

$$n = 144$$
$$\bar{x} = 11.8$$
$$s = 6$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{11.8 - 12}{\frac{6}{\sqrt{144}}}$$

$$= \frac{-.2}{.5} = -0.4 \Rightarrow \text{Ne odbaciti } H_0$$

Jednostrani test malog uzorka za prosjek populacije: primjer 8-11

Određeni proizvod ima vijek trajanja u prosjeku od 65 sati. Konkurent vjeruje da je prosječan vijek trajanja tog proizvoda manji nego što to tvrdi proizvođač i želi da to potvrdi.Sl. uzorak od 21 elementa je izabran i njihov prosječan vijek trajanja je 62.5 sati i uzoračka standardna dev. je 3. Koristeći α=0.01, odrediti da li je konkurent u pravu.

H_0: $\mu \geq 65$
H_1: $\mu < 65$
n = 21
Za α = 0.01 i (21-1) = 20 s.s., kritična vrijednost je -2.528

Statistika testa je: $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$

Ne odbaciti H_0 ako: [$t \geq -2.528$]
Odbaciti H_0 ako: [$t < -2.528$]

n = 21
$\bar{x}$ = 62.5
s = 3

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{62.5 - 65}{\dfrac{3}{\sqrt{21}}}$$

$$= -3.818 \Rightarrow \text{Odbaciti } H_0$$

Jednostrani test velikog uzorka za proporciju populacije: primjer 8-12

"Nakon posmatranja 1349 hotela u zemlji, našli smo da 13 zadovoljava naše standarde." Ova tvrdnja asocijacije malih luksuznih hotela implicira da je proporcija hotela koji zadovoljavaju standarde 13/1349=0.0096. Menadžment jednog hotela smatra da su postavljeni standardi prestrogi i da je proporcija hotela koji bi se kvalifikovali veća od 0.0096. Nezavisna agencija je sprovela istraživanje na uzorku od 600 hotela i pronašla da 7 od njih zadovoljava standarde asocijacije. Može li se zaključiti da je proporcija datih hotela veća od 0.0096?

H_0: $p \leq 0{,}0096$
H_1: $p > 0{,}0096$
n = 600

Za $\alpha = 0.10$ kritična vrijednost je 1.282

Statistika testa je: $z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}}$

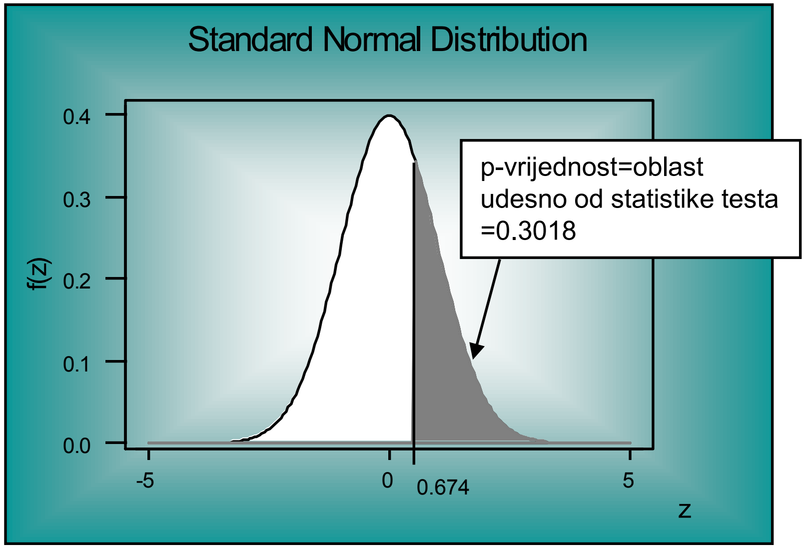
Ne odbaciti H_0 ako: $[z \leq 1.282]$
Odbaciti H_0 ako: $[z > 1.282]$

$n = 600$
$p = 7/600 = 0{,}0116$
$n/N > 0{,}05$

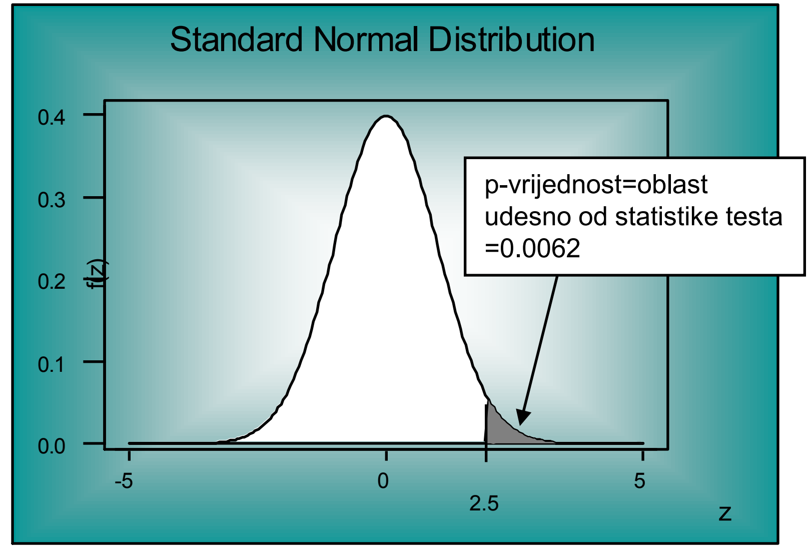
$\Rightarrow$ Ne odbaciti H_0

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}} \cdot \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}} = \frac{0{,}0116 - 0{,}0096}{\sqrt{\dfrac{0{,}0096 \cdot 0{,}9904}{600}} \cdot \sqrt{\dfrac{1349-600}{1349-1}}} = 0{,}674$$

8-7 p-vrijednost



Primjer 8-12



Primjer 8-8

p-vrijednost je najmanji nivo značajnosti, α, za koji nulta hipoteza može da se odbaci koristeći dobijenu vrijednost statistike testa.

p-vrijednost: pravila

Kada je p-vrijednost *manja od 0.01*, rezultat je *veoma značajan*.

Kada je p-vrijednost *između 0.01 i 0.05*, rezultat je *značajan*.

Kada je p-vrijednost *između 0.05 i 0.10*, po nekima se smatra da je rezultat *marginalno značajan* (a po većini nije značajan).

Kada je p-vrijednost *veća od 0.10*, rezultat se smatra da *nije značajan*.

p-vrijednost i testiranje hipoteza

Što dalje na kraju raspodjele pada statistika testa, manja je p-vrijednost i, dakle, više smo sigurni da je nulta hipoteza netačna i da se treba odbaciti.

U desno-stranom testu, p-vrijednost je površina udesno od statistike testa ako je statistika testa pozitivna.

U lijevo-stranom testu, p-vrijednost je površina ulijevo od statistike testa ako je ona negativna.

U dvostranom testu, p-vrijednost je dvostruka površina udesno od pozitivne test statistike ili ulijevo od negativne test statistike.

Za dati nivo značajnosti, α:

Odbaciti nultu hipotezu ako i samo ako $\alpha \geq$ p-vrijednost

PRIMJER 9-7

- Zavod za statistiku uputio je upitnike ugostiteljskim firmama. Upitnici su upućeni na 200 adresa.Upitnik je popunilo i vratilo 45 firmi. Uz .05 nivo značajnosti možemo li zaključiti da je ove godine bila veća ažurnost firmi ako znamo da je na isti upitnik prošle godine odgovorilo 15%?

PRIMJER 9-7

- Korak 1: $H_0: p \leq .15 \qquad H_1: p > .15$
- Korak 2: H_0 odbacujemo ako je z>1.645
- Korak 3:

$$z = \frac{\frac{45}{200} - .15}{\sqrt{\frac{(.15)(.85)}{200}}} = 2.97$$

- Korak 4: kako je z = 2.97 >1.645, H_0 odbacujemo. Što znači da je ove godine veća ažurnost.

9-10. zadatak

Iz jedne pošiljke od 10.000 staklenih bočica izabran je 2%-tni uzorak. U tom uzorku nađeno je 8 oštećenih bočica. Ako je ugovorom određeno da se u pošiljkama toleriše manje od 6% škarta, i ako je rizik greške 5%, testirati tvrdnju da će kupac prihvatiti pošiljku. Da li je ta tvrdnja tačna? Nije!

$$N = 10000$$

$$\frac{n}{N} = 0.02$$

$$n = 200$$

$$x = 8$$

$$p = \frac{8}{200} = 0.04$$

$$H_0 : p \geq 0.06 \qquad \alpha = 0.05$$

$$H_1 : p < 0.06 \qquad z_{0.05} = 1.64$$

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_p} = \frac{0.04 - 0.06}{\sqrt{\frac{0.06 \cdot 0.94}{200}}} = -1.19$$

$$z < -z_\alpha$$

$$z < -1,64$$

9-11. zadatak

Analizira se proporcija osiguranika poslovnice jednog osiguravajućeg društva koji su učestvovali u saobraćajnim nezgodama u toku 2008. godine. Poslovnica ima 6432 osiguranika. U uzorku od 400 odabranih njih 320 je učestvovalo u saobraćajnim nezgodama. Granice 95%-tnog intervala procjene proporcije navedene kategorije osiguranika su:

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{320}{400} = 0.8$$

$$n/N = 400/6432 = 0.06 > 5\%$$

$$\alpha = 0.05$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$$

$$\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = (0.762; 0.838)$$

9-12. zadatak

Analiziran je broj štetnih bakterija u uzorku 81 limenke napitka Sok. Mjerenjem su dobijene veličine $\bar{x} = 38$, $\sigma = 6{,}3$. Uz rizik greške 10%, ako se vrši testiranje hipoteze: $H_0 : \mu \geq 40$, $H_1 : \mu < 40$, može se zaključiti da:

$$\alpha = 0.1$$

$$z_{0.1} = 1{,}282$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{38 - 40}{\frac{6{,}3}{9}} = -2.86$$

$$z < -z_\alpha$$

$$z < -1{,}282$$

- Prosječan broj štetnih bakterija je manji od40

9-13. zadatak

D Gradonačelnik jednog grada tvrdi da je prosječna neto vrijednost imovine porodica koje žive u tom gradu najmanje 300000 eura. U izabranom sl. uzorku od 25 porodica , prosječna neto vrijednost imovine iznosi 288000 eura. Pretpostavimo da neto vrijednosti svih porodica u gradu imaju normalnu raspodjelu, sa st. devijacijom 80000 eura. Uz rizik greške od 2,5 % da li je gradonačelnikova tvrdnja neistinita?

$$H_0 : \mu \geq 300000$$
$$H_1 : \mu < 300000$$

$$\alpha = 0.025$$
$$z_{0.025} = 1,96$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{288000 - 300000}{\frac{80000}{5}} = -1.25$$

$$z < -z_\alpha$$
$$z < -1,96$$

Nije!