

Zadatak br. 1

Koliko novca je osoba uložila u banku ako nakon 10 godina na računu ima 20.000€. Kamatna stopa za prve 4 godine je 9%, naredne 3 godine 8% a nakon toga 10%.

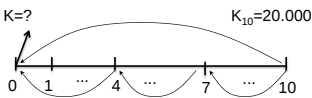
Rješenje:

$$K_{10}=20.000 \quad q_1=1+\frac{p_1}{100}=1+\frac{9}{100}=1,09$$

$$q_2=1+\frac{p_2}{100}=1+\frac{8}{100}=1,08$$

$$q_3=1+\frac{p_3}{100}=1+\frac{10}{100}=1,10$$

$$K = \frac{K_{10}}{q_1^4 \cdot q_2^3 \cdot q_3^3} = \frac{20.000}{1,09^4 \cdot 1,08^3 \cdot 1,1^3} = 8.450,349$$



Zadatak br. 2

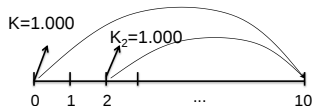
Osoba je uplatila 1.000€ a nakon dvije godine još toliko. Koliko će novca imati na računu nakon 10 godina, ako je kamatna stopa:

a) 10% godišnje;

b) prvih 5 godina 10%, a nakon toga 9%.

Zadatak br. 2

a) $q=1,1$

I način

$$K_{10} = K \cdot q^{10} + K_2 \cdot q^8 = 1.000 \cdot 1,1^{10} + 1.000 \cdot 1,1^8$$

$$K_{10} = 4.737,33$$

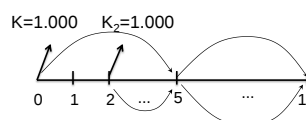
II način

$$K_2 = 1.000 \cdot 1,1^2 + 1.000 = 2.210$$

$$K_{10} = K_2 \cdot 1,1^8 = 4.737,33$$

Zadatak br. 2

b) $q=1,1$
 $q_1=1,09$

I način

$$K_{10} = 1.000 \cdot 1,1^5 \cdot 1,09^5 + 1.000 \cdot 1,1^3 \cdot 1,09^5$$

$$K_{10} = 4.525,8775$$

II način

$$K_2 = 1.000 \cdot 1,1^2 + 1.000 = 2.210$$

$$K_{10} = 2.210 \cdot 1,1^3 \cdot 1,09^5 = 4.525,8775$$

Relativna i konformna kamatna stopa

Relativna kamatna stopa:

$$p_r = \frac{p}{m}$$

gdje je: $m=2$ za polugodišta
 $m=4$ za kvartale
 $m=12$ za mjesece
 $m=360$ za dane

Konformna kamatna stopa:

$$p_k = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right)$$

Zadatak br. 3

Ako je godišnja kamatna stopa 12% naći:

a) relativnu mjesečnu kamatnu stopu;

b) konformnu mjesečnu kamatnu stopu.

Rješenje:

$$a) p_r = \frac{p}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$b) p_k = 100 \cdot \left(\sqrt[12]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right)$$

$$p_k = 100 \cdot \left(\sqrt[12]{1 + \frac{12}{100}} - 1 \right) = 100 \cdot (\sqrt[12]{1,12} - 1)$$

$$p_k = 100 \cdot (1,00948 - 1) = 0,948$$

Zadatak br. 4

Ako je 20% nominalna stopa kolika je kvartalna konformna kamatna stopa, a koliko odgovarajuća godišnja "konformna"?

Rješenje:

$$p_n = 20$$

$$p_n = m \cdot p_k$$

$$20 = 4 \cdot p_k$$

$$p_k = 5$$

Zadatak br. 4

$$p_k = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right)$$

$$5 = 100 \cdot \left(\sqrt[4]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right) \Rightarrow \sqrt[4]{1 + \frac{p}{100}} - 1 = 0,05$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{1 + \frac{p}{100}} = 1,05 \quad |^4$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 1,05^4 = 1,2155 \Rightarrow \frac{p}{100} = 0,2155$$

$$\Rightarrow p = 21,55$$

Zadatak br. 5

Osoba je danas uložila u banku 1.000€.

a) Koliko će novca imati nakon 5 godina 3 mjeseca i 12 dana ako je godišnja kamatna stopa 10%, a primijenjuje se složeni interesni račun.

b) Koliko će novca imati nakon 5 godina 3 mjeseca i 12 dana ukoliko se za godine koristi složeni interesni račun i konformna kamatna stopa, a za mjesece i dane prosti interesni račun i relativna kamatna stopa?

Zadatak br. 5

Rješenje:

$$K = 1.000$$

$$K_{5/3/12} = ?$$

$$p = 10$$

$$q = 1,1 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

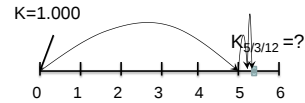
$$q_1 = \sqrt[12]{1,1} = 1,00797 \text{ (mjesečni faktor akumulacije)}$$

$$q_2 = \sqrt[360]{1,1} = 1,000264 \text{ (dnevni faktor akumulacije)}$$

$$K_{5/3/12} = K \cdot q^5 \cdot q_1^3 \cdot q_2^{12}$$

$$K_{5/3/12} = 1.000 \cdot 1,1^5 \cdot 1,00797^3 \cdot 1,000264^{12}$$

$$K_{5/3/12} = 1.654,39$$



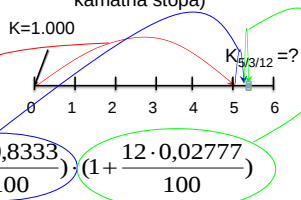
Zadatak br. 5

$$b) p_1 = \frac{p}{12} = \frac{10}{12} = 0,8333 \text{ (mjesečna relativna kamatna stopa)}$$

$$p_2 = \frac{p}{360} = \frac{10}{360} = 0,02777 \text{ (dnevna relativna kamatna stopa)}$$

$$K_{5/3/12} = 1.000 \cdot 1,1^5 \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot 0,8333}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot 0,02777}{100}\right)$$

$$K_{5/3/12} = 1.656,272$$



Zadatak br. 6

Danas je uloženo u banku 2.000€ a nakon 2 godine i 2 mjeseca je uloženo još 1.000€. Ukoliko se zna da se primjenjuje složeni interesni račun, sa kolikom iznosom osoba raspolaže na kraju pete godine, ako važi da je:

a) godišnja kamatna stopa za čitav period 7% (pa)d;

b) godišnja kamatna stopa do kraja 3 godine 7% (pa)d a nakon toga je povećana za 2%.

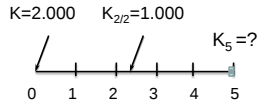
Zadatak br. 6

Rješenje:

$$K=2.000$$

$$K_{2/2}=1.000$$

$$K_5=?$$



$$a) p=7 \Rightarrow q=1,07 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

$$q_1 = \sqrt[12]{1,07} = 1,00565 \text{ (mjesečni faktor akumulacije)}$$

$$K_5 = 2.000 \cdot 1,07^5 + 1.000 \cdot 1,00565^{10} \cdot 1,07^2$$

$$K_5 = 4.016,36$$

Zadatak br. 6

$$K=2.000 \quad K_{2/2}=1.000$$

b)

$$q_1 = \sqrt[12]{1,07} = 1,00565$$

(mjesečni faktor akumulacije, za prve tri godine)

$$q=1,07 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

$$q_2 = 1 + \frac{9}{100} = 1,09 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

$$K_5 = 2.000 \cdot q^3 \cdot q_2^2 + 1.000 \cdot q_1^{10} \cdot q_2^2$$

$$K_5 = 2.000 \cdot 1,07^3 \cdot 1,09^2 + 1.000 \cdot 1,00565^{10} \cdot 1,09^2$$

$$K_5 = 4.167,907$$



Zadatak br. 7

Osoba je u banku, početkom svake godine, ulagala po 1.000€. Koliko novca ima na računu na kraju 10 godine (u tom trenutku nije ništa uložila), ako je kamatna stopa:

$$a) 10\% (pa)d;$$

$$b) \text{ prvih pet godina } 10\% (pa)d, \text{ a nakon toga } 11\% (pa)d.$$

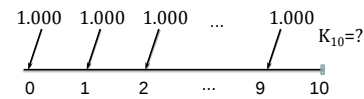
Rješenje:

$$a) U=1.000$$

$$q = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$$

Zadatak br. 7

Primijenimo metodu prolongacije:



$$K_{10} = 1.000 \cdot 1,1^{10} + 1.000 \cdot 1,1^9 + \dots + 1.000 \cdot 1,1 =$$

$$1.000 \cdot 1,1 \cdot (1,1^9 + 1,1^8 + \dots + 1)$$

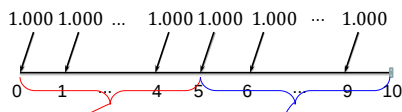
$$K_{10} = 1.000 \cdot 1,1 \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} \Rightarrow K_{10} = 17.531,167$$

Zadatak br. 7

b)

$$q = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$$

$$q_1 = 1 + \frac{11}{100} = 1,11$$



$$K_{10} = U \cdot 1,1^5 \cdot 1,11^5 + U \cdot 1,1^4 \cdot 1,11^5 + \dots + U \cdot 1,1 \cdot 1,11^5 + U \cdot 1,11^5 + U \cdot 1,11^4 + \dots + U \cdot 1,11$$

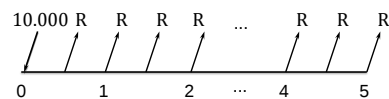
$$K_{10} = U \cdot 1,1 \cdot 1,11^5 \cdot (1,1^4 + 1,1^3 + \dots + 1) + 1.000 \cdot 1,11 \cdot (1,11^4 + 1,11^3 + \dots + 1)$$

$$K_{10} = 1.000 \cdot 1,1 \cdot 1,11^5 \cdot \frac{1,1^5 - 1}{1,1 - 1} + 1.000 \cdot 1,11 \cdot \frac{1,11^5 - 1}{1,11 - 1}$$

$$K_{10} = 11.316,19 + 6.912,859 = 18.229,05$$

Zadatak br. 8

Osoba je u banku uložila 10.000€. Koliku će polugodišnju rentu primati krajem svakog polugodišta u roku od 5 godina ako je kamatna stopa 10% (pa)d?

Rješenje:

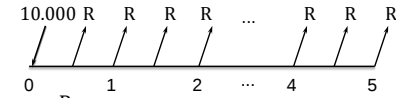
$$q = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$$

godišnji faktor akumulacije

$$q_1 = \sqrt{1,1} = 1,048808$$

polugodišnji faktor akumulacije

Zadatak br. 8



$$10.000 = \frac{R}{q_1} + \frac{R}{q_1^2} + \dots + \frac{R}{q_1^{10}}$$

$$10.000 = \frac{R}{q_1^{10}} \cdot (q_1^9 + q_1^8 + \dots + 1)$$

$$10.000 = \frac{R}{q_1^{10}} \cdot \frac{q_1^{10} - 1}{q_1 - 1} \Rightarrow R = 10.000 \cdot q_1^{10} \cdot \frac{q_1 - 1}{q_1^{10} - 1}$$

$$R = 1.287,565$$

Zadatak br. 8

Zadatak možemo uraditi i metodom prolongacije:

$$10.000 \cdot q^5 = R \cdot q_1^9 + R \cdot q_1^8 + \dots + R$$

$$10.000 \cdot q^5 = R \cdot (q_1^9 + q_1^8 + \dots + 1)$$

$$10.000 \cdot q^5 = R \cdot \frac{q_1^{10} - 1}{q_1 - 1}$$

$$\Rightarrow R = 10.000 \cdot q^5 \cdot \frac{q_1 - 1}{q_1^{10} - 1}$$

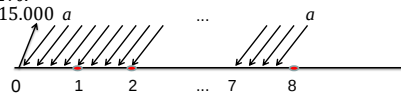
odnosno

$$R = 10.000 \cdot q_1^{10} \cdot \frac{q_1 - 1}{q_1^{10} - 1}$$

Zadatak br. 9

Osoba je pozajmila iz banke 15.000€, koje vraća jednakim kvartalnim anticipativnim anuitetima u toku 8 godina, uz 9% (pa)d. Osoba je uz plaćeni osmi anuitet, uplatila još 3.000€. Reprogramirati ostatak plana otplate, tj. odrediti visinu preostalih kvartalnih anuiteta ako je kamatna stopa smanjena za 1%.

Rješenje:



$$K = 15.000$$

$$n = 8 \cdot 4 = 32$$

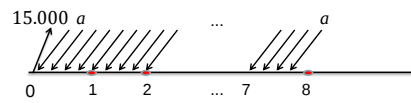
$$q = 1,09 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

$$q_1 = \sqrt[4]{1,09} = 1,02178 \text{ (kvartalni faktor akumulacije)}$$

$$q_2 = 1,08 \text{ (godišnji faktor akumulacije)}$$

$$q_3 = \sqrt[4]{1,08} = 1,0194 \text{ (kvartalni faktor akumulacije)}$$

Zadatak br. 9



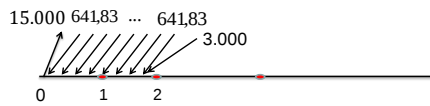
$$15.000 = a + \frac{a}{q_1} + \frac{a}{q_1^2} + \dots + \frac{a}{q_1^{31}}$$

$$15.000 = \frac{a}{q_1^{31}} \cdot (q_1^{31} + q_1^{30} + \dots + 1)$$

$$15.000 = \frac{a}{q_1^{31}} \cdot \frac{q_1^{32} - 1}{q_1 - 1} \Rightarrow a = 15.000 \cdot q_1^{31} \cdot \frac{q_1 - 1}{q_1^{32} - 1}$$

$$a = 15.000 \cdot 1,02178^{31} \cdot \frac{1,02178 - 1}{1,02178^{32} - 1} = 641,83$$

Zadatak br. 9



$$K_{1/3} = 15.000 \cdot q_1^7 - (641,83 \cdot q_1^7 + 641,83 \cdot q_1^6 + \dots + 641,83) - 3.000$$

$$K_{1/3} = 15.000 \cdot q_1^7 - 641,83 \cdot (q_1^7 + q_1^6 + \dots + 1) - 3.000$$

$$K_{1/3} = 15.000 \cdot q_1^7 - 641,83 \cdot \frac{q_1^8 - 1}{q_1 - 1} - 3.000$$

$$K_{1/3} = 8.898,294$$

$$K_2 = K_{1/3} \cdot 1,02178 = 9.070,92$$

Zadatak br. 9

$$K_2 = a_1 + \frac{a_1}{q_3} + \frac{a_1}{q_3^2} + \dots + \frac{a_1}{q_3^{23}}$$

$$K_2 = \frac{a_1}{q_3^{23}} \cdot (q_3^{23} + q_3^{22} + \dots + 1)$$

$$K_2 = \frac{a_1}{q_3^{23}} \cdot \frac{q_3^{24} - 1}{q_3 - 1} \Rightarrow a_1 = K_2 \cdot q_3^{23} \cdot \frac{q_3 - 1}{q_3^{24} - 1}$$

$$a_1 = 9.070,92 \cdot 1,0194^{23} \cdot \frac{1,0194 - 1}{1,0194^{24} - 1}$$

$$a_1 = 467,27$$

Zadatak br. 10

Osoba je pozajmila iz banke 5.000€, i na kraju prvog kvartala treće godine još 4.000€. Polovinom pete godine osoba je vratila 2.000€ a zatim je jednakim polugodišnjim dekurzivnim anuitetima u toku 6 i 7 godine vraćala ostatak duga. Naći te anuitete ukoliko se zna da je kamatna stopa 7% (pa)d.

Rješenje:

$q = 1,07$

$q_1 = \sqrt[4]{1,07} = 1,017058$ (kvartalni faktor akumulacije)

$q_2 = \sqrt{1,07} = 1,034408$ (polugodišnji faktor akumulacije)

Zadatak br. 10



$$5.000 + \frac{4.000}{q_1^9} = \frac{2.000}{q_2^9} + \frac{a}{q_2^{11}} + \frac{a}{q_2^{12}} + \frac{a}{q_2^{13}} + \frac{a}{q_2^{14}}$$

$$5.000 + 3.435,16 = 1.475,04 + \frac{a}{q_2^{14}} \cdot (q_2^3 + q_2^2 + \dots + 1)$$

$$8.435,16 = 1.475,04 + \frac{a}{q_2^{14}} \cdot \frac{q_2^4 - 1}{q_2 - 1}$$

$$6.960,12 = a \cdot 2,62539 \Rightarrow a = 2.653,96$$

Zadatak br. 11

Ako je kapitalni izdatak za mašinu A danas 720.000€ a njen vijek trajanja 6 godina, da li je mašina A rentabilna ako je kamatna stopa 10% godišnje a neto godišnji prihodi su 450.000€, 220.000€, 200.000€, 130.000€, 130.000€, 130.000€ respektivno za 1,2,...6 godinu. Primijeniti metod sadašnje vrijednosti.

Rješenje:

$T_0 = 720.000$

$P_1 = 450.000$

$P_2 = 220.000$

$P_3 = 200.000$

$P_4 = P_5 = P_6 = 130.000$

Zadatak br. 11

Neto efekat investicije = Sadašnja vrijednost prihoda – Sadašnja vrijednost rashoda

$$SV_p = \frac{450.000}{1,1} + \frac{220.000}{1,1^2} + \frac{200.000}{1,1^3} + \frac{130.000}{1,1^4} + \frac{130.000}{1,1^5} + \frac{130.000}{1,1^6}$$

$$SV_p = 409.090,91 + 181.818,18 + 150.262,96 + 88.791,75 + 80.719,77 + 73.381,61$$

$$\left. \begin{array}{l} SV_p = 984.065,1789 \\ SV_T = 720.000 \end{array} \right\} \Rightarrow NEI = SV_p - SV_T = 984.065,1789 - 720.000 = 264.065,1789 > 0$$

Mašina je rentabilna!

Zadatak br. 12

Koristeći metodu EGT odrediti efekat sljedeće investicije: početno ulaganje je 1.000.000€ a zatim svake godine u toku sljedećih 9 godina po 200.000€. Prihodi su po 500.000€ krajem svake godine za 10 godina, a vrijednost investicije na kraju desete godine je 800.000€. Kamatna stopa je 11% (pa)d. Izračunati prosječni godišnji neto efekat investicije.

Rješenje:

Neto efekat investicije = Sadašnja vrijednost prihoda – Sadašnja vrijednost troškova

Zadatak br. 12

$$SV_T = 1.000.000 + \frac{200.000}{1,11} + \frac{200.000}{1,11^2} + \dots + \frac{200.000}{1,11^9}$$

$$SV_T = 100.0000 + \frac{200.000}{1,11^9} \cdot (1,11^8 + 1,11^7 + \dots + 1)$$

$$SV_T = 100.0000 + \frac{200.000}{1,11^9} \cdot \frac{1,11^9 - 1}{1,11 - 1}$$

$$SV_T = 1.000.000 + 1.107.409,506$$

$$SV_T = 2.107.409,506$$

Zadatak br. 12

$$SV_p = \frac{500.000}{1,11} + \frac{500.000}{1,11^2} + \dots + \frac{500.000}{1,11^{10}} + \frac{800.000}{1,11^{10}}$$

$$SV_p = \frac{500.000}{1,11^{10}} \cdot \frac{1,11^{10} - 1}{1,11 - 1} + \frac{800.000}{1,11^{10}}$$

$$SV_p = 2.944.616,00557 + 281.747,583$$

$$SV_p = 3.226.363,588$$

$$NEI = SV_p - SV_T = 3.226.363,588 - 2.107.409,506$$

$$NEI = 1.118.954,08$$

Zadatak br. 12

Prosječni godišnji neto efekat investicije:

$$a = NEI \cdot 1,11^{10} \cdot \frac{1,11 - 1}{1,11^{10} - 1}$$

$$a = 1.118.954,08 \cdot 1,11^{10} \cdot \frac{1,11 - 1}{1,11^{10} - 1}$$

$$a = 190.000$$