

Dinamika

- Dinamika je deo mehanike u kojem se izučava zavisnost izmedju kretanja tela i uzroka zbog kojih se telo kreće.
- 3 Njutnova zakona mehanike (dinamike).
- Uzrok promene brzine odnosno ubrzanja tela je sila.

Prvi zakon dinamike

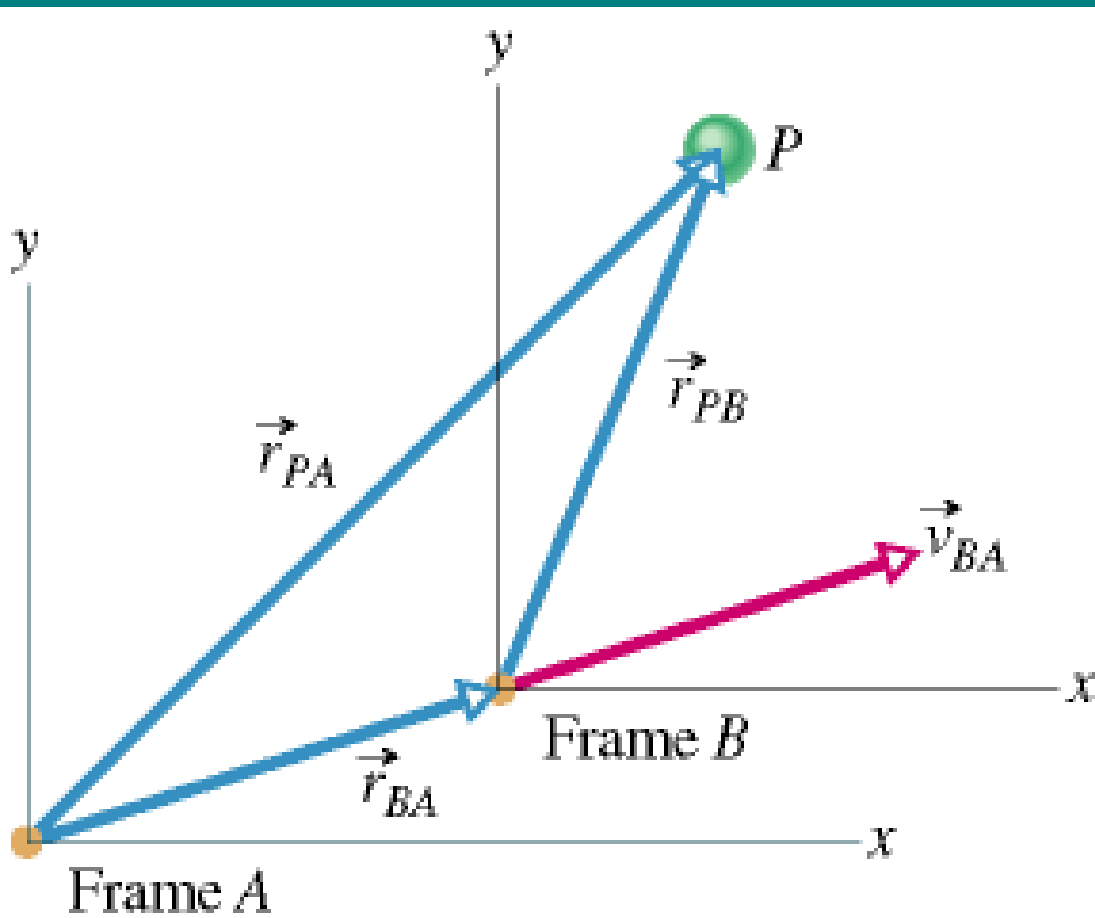
Svako telo nastoji da zadrži stanje mirovanja ili ravnomernog pravolinijskog kretanja sve dok ne bude primorano okolnim telima da to stanje promeni.

Inercijalni sistemi referencije:

- laboratorijski sistem
- heliocentrični sistem

Inercijalni sistemi i relativno kretanje

Galilejev princip relativnosti: svi inercijalni sistemi po svojim mehaničkim svojstvima ekvivalentni su jedni drugima.



$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

$$a_{PA} = a_{PB}$$

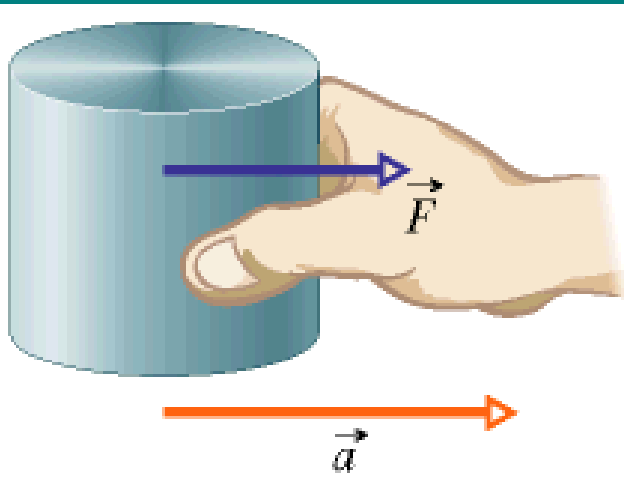
Galilejeve transformacije:

$$\vec{r}_{PB} = \vec{r}_{PA} - \vec{v}_{BA} \cdot t$$

Drugi zakon dinamike

Promena količine kretanja tela proporcionalna je sili koja deluje na telo i vrši se u pravcu sile.

Rezultantna sila koja deluje na telo mase m proporcionalna je proizvodu mase tela i njegovog ubrzanja. Sila je mera za intenzitet interakcije tela.



$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \quad (\text{Newton's second law}).$$

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

$$F_{\text{net},x} = ma_x, \quad F_{\text{net},y} = ma_y, \quad \text{and} \quad F_{\text{net},z} = ma_z.$$

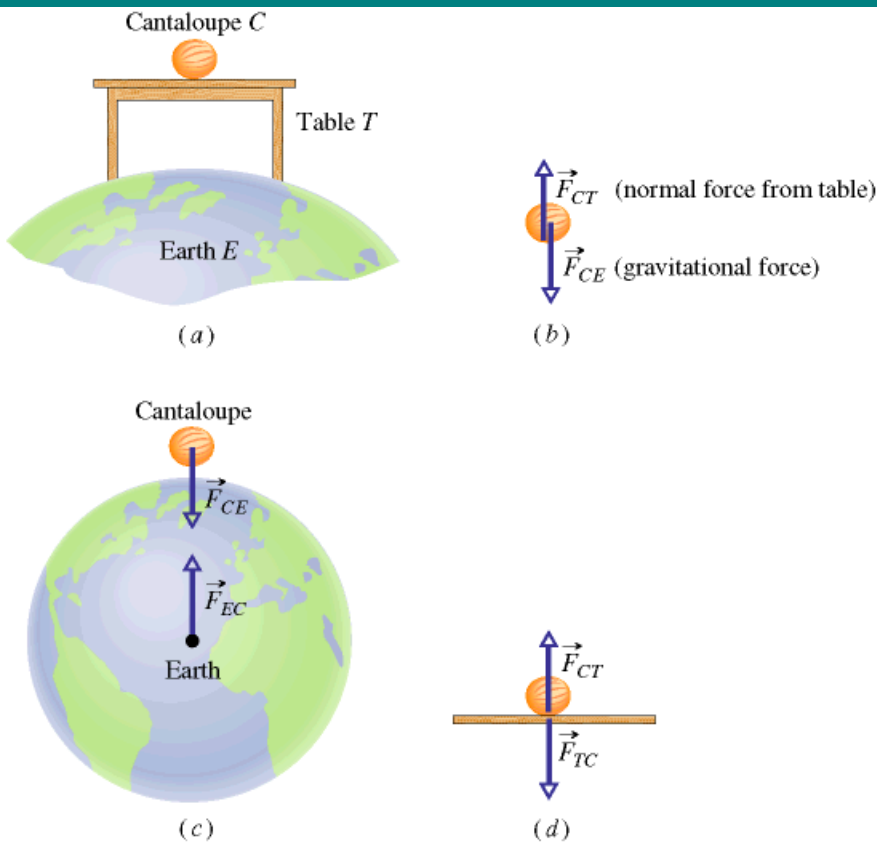
Masa

Masa je skalarna veličina i predstavlja unutrašnju karakteristiku tela. Masa je mera inertnosti tela. Masa je stalna i aditivna. Jedinica je kg.

Ako na dva tela deluju dve iste sile onda su njihove mase obrnuto proporcionalne ubrzanjima koje im saopštavaju te jednake sile.

$$\frac{M_x}{M_0} = \frac{a_0}{a_x}.$$

Treći zakon dinamike



Svakom delovanju (akciji) postoji uvek suprotno i jednako protiv delovanje (reakcija). Sile kojima dva tela deluju jedno na drugo, uvek su jednakih intenziteta, a suprotnih smerova.

$$\vec{F}_{CE} = -\vec{F}_{EC} \quad (\text{cantaloupe - Earth interaction}).$$

$$\vec{F}_{CT} = -\vec{F}_{TC} \quad (\text{cantaloupe - table interaction}).$$

4 osnovne sile u prirodi

- Gravitacija 10^{-40}
- Slaba interakcija 10^{-5}
- Elektro-magnetna sila 10^{-2}
- Jaka interakcija 10^0

Rad

Elementarni rad

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F |d\vec{r}| \cos \varphi, |d\vec{r}| = ds, \text{ i } F \cos \varphi = F_s$$

$$\delta A = F_s ds$$

$$F_s > 0$$

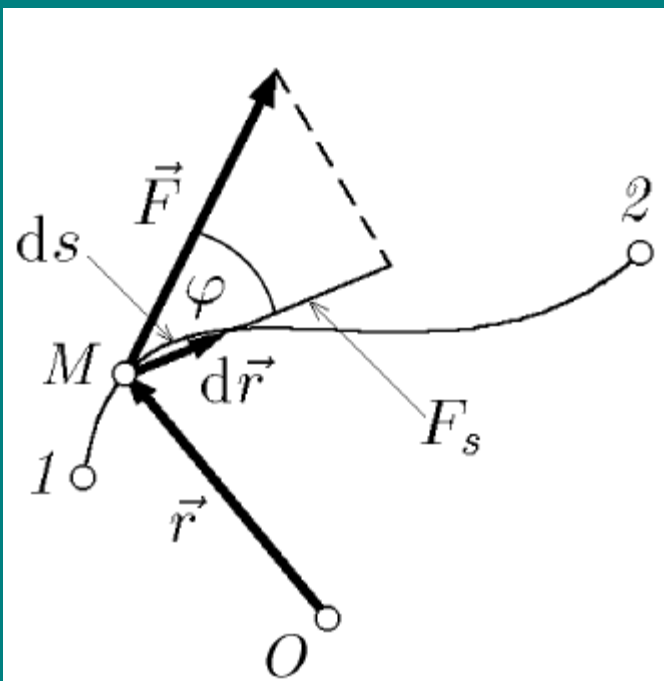
$$dA > 0$$

$$F_s < 0$$

$$dA < 0$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$dA = 0$$



$$A(1 \rightarrow 2) = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 F_s ds$$

Rad: trodimensiona analiza

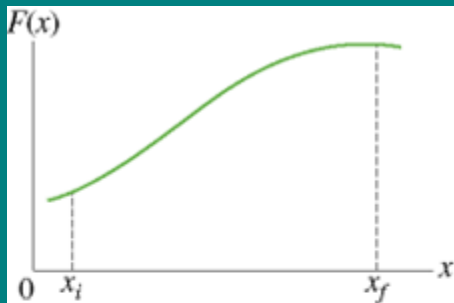
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

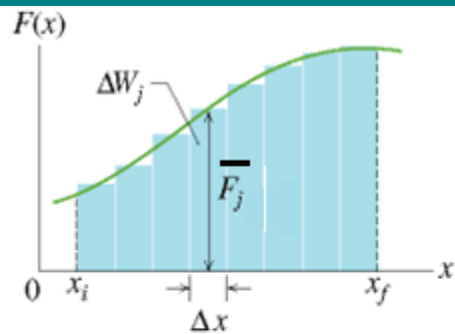
$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$A = \int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \int_{z_i}^{z_f} dA = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz$$

Rad promenljive sile



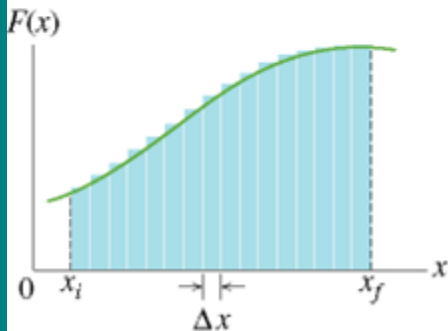
(a)



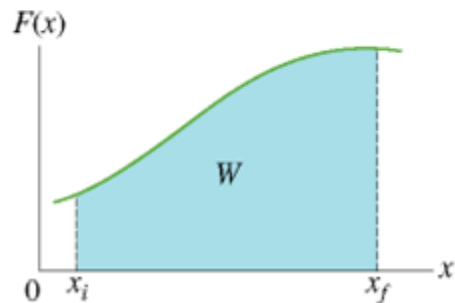
(b)

$$\Delta W_j = \bar{F}_j \Delta x$$

$$W = \sum \Delta W_j = \sum \bar{F}_j \Delta x$$



(c)



(d)

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum \bar{F}_j \Delta x$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

Snaga

$$\langle P \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Srednja snaga

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$P = \frac{dA}{dt}$$

Trenutna snaga

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{F \cos \phi dx}{dt} = F \cos \phi \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

$$P = Fv \cos \phi.$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Jedinica wat $W = J/s$.

Rad i energija

- Energija je skalarna veličina koja je povezana sa stanjem jednog ili više tela. Ukoliko nekom silom promenimo stanje tela, promeniće se i energija.
- Energija je skalarna veličina koja karakteriše sposobnost tela ili sistema tela da izvrši rad.
- Rad A je proces kojim se energija prenosi telu ili sa tela kada neka sila deluje na njega.
- Energija koju izgubi telo vršeci rad jednaka je tom radu i obrnuto, rad izvršen nad nekim telom jednak je povećanju njegove energije. To je teorema o radu i energiji.

$$\Delta E = A$$

Rad i kinetička energija kod promjenljivih sila

$$A = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx$$

$$ma dx = m \frac{dv}{dt} dx$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v,$$

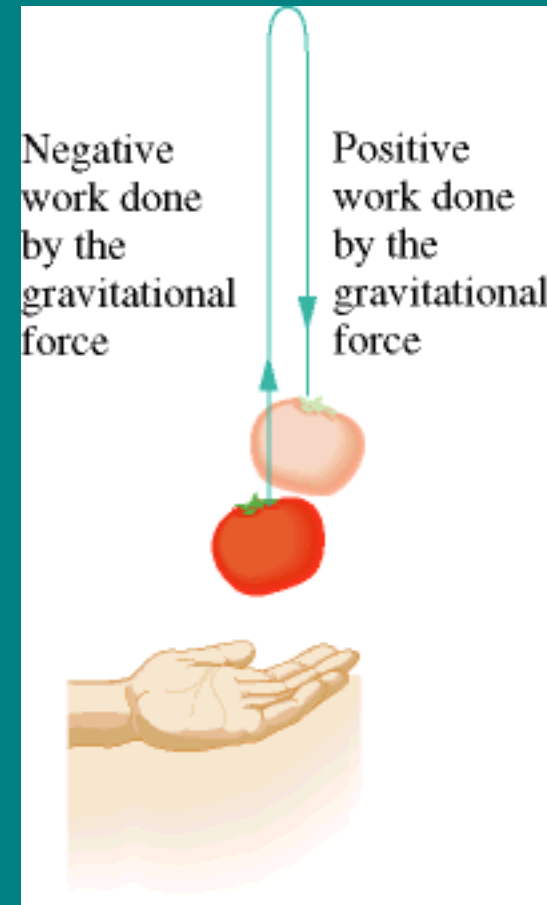
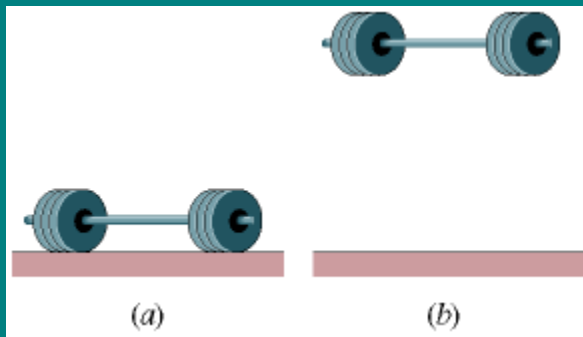
$$ma dx = m \frac{dv}{dx} v dx = mv dv$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{v_i}^{v_f} m v \, dv = m \int_{v_i}^{v_f} v \, dv \\ &= \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 . \end{aligned}$$

$$A = K_f - K_i = \Delta K$$

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Rad i potencijalna energija



•Potencijalna energija je brojno jednaka radu koje telo akumulira dospevajući u datu tačku potencijalnog polja.

•Potencijalna energija je sposobnost tela da vrši rad zahvaljujući položaju u kome se nalazi.

$$\Delta U = -A$$

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

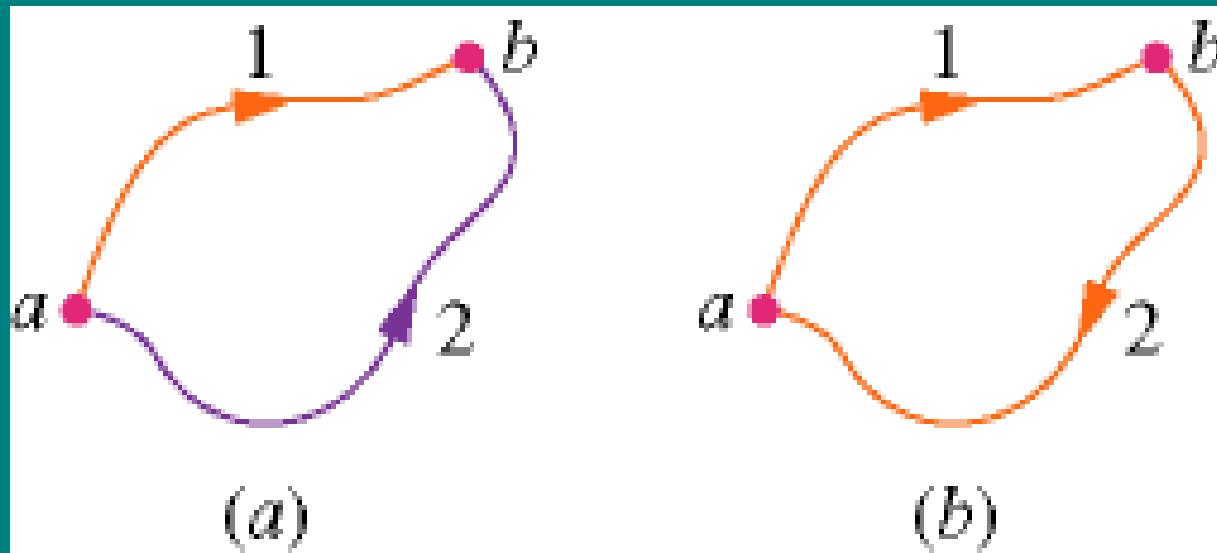
Konzervativne sile

- Sistem se sastoji od dva ili više tela.
- Izmedju tela i ostatka sistema deluje sila.
- Kada se konfiguracija sistema menja, sila vrši rad nad telom A_1 , pretvarajući kinetičku energiju u neki drugi oblik energije.
- Kada se sistem vraća u početno stanje sila vrši rad A_2 .
- Kada je $A_1 = -A_2$ uvek tačno, sila je konzervativna.

Konzervativne sile i nezavisnost puta

$$A_{a\to b,1} = A_{a\to b,2}$$

Rad ne zavisi od oblika putanje. Slika (a).



$$A_{a\to b,1} + A_{b\to a,2} = 0$$

Rad po zatvorenoj putanji je jednak nuli. Slika (b).

Primer računanja potencijalne energije

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg [y]_{y_i}^{y_f},$$

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y.$$

$$U - U_i = mg(y - y_i).$$

$$U_i = 0 \wedge y_i = 0$$

Referentna tačka

$$U(y) = mgy$$

Gravitaciona potencijalna energija

Održanje mehaničke energije

$$E_{\text{me}} = K + U$$

$$\Delta K = A$$

$$\Delta U = -A$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\Delta E_{\text{me}} = \Delta K + \Delta U = 0$$

