Deskriptivne mjere

Numeričko opisivanje podataka

- Centralna tendencija
  - Aritmetička sredina
  - Medijana
  - Modus
  - Geometrijska sredina
- Varijacija
  - Raspon
  - Varijansa
  - Standardna devijacija
  - Koeficijent varijacije
- Oblik
  - Spljoštenost

Mjere centralne tendencije

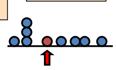
- Centralna tendencija – tendencija koja se ispoljava kao koncentrisanje podatka oko određenih numeričkih vrijednosti u statističkoj seriji
- Mjere lokacije (modus i medijana)
- Izračunate mjere centralne tendencije (aritmetička i geometrijska sredina)

Mjere centralne tendencije

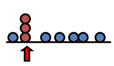
Pregled

Centralna tendencija

- Aritmetička sredina
  $$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$
- Medijana



  Središna vrijednost opservacije (centralna opservacija)
- Modus



  Opservirana vrijednost sa najvećom frekvencijom
- Geometrijska sredina
  $$\bar{X}_G = (X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n)^{1/n}$$

Izračunate srednje vrijednosti

ARITMETIČKA SREDINA

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Jedan od najvažnijih pokazatelja numeričkih karakteristika serija je srednja vrijednost.

To je vrijednost obilježja koja, pod datim mjerilima, reprezentuje čitav skup i omogućava upoređenje između različitih skupova.

Srednje vrijednosti se koriste za sažimanje strukture skupa i za karakterisanje njegove dinamike.

Aritmetička sredina

- Aritmetička sredina (sredina) je najčešće korišćena mjera centralne tendencije
  - Za uzorak veličine n aritmetička sredina je:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

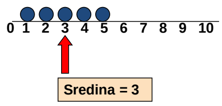
Veličina uzorka

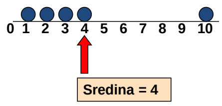
Vrijednosti varijable

Aritmetička sredina

(nastavak)

- Sredina = suma vrijednosti podijeljena brojem tih vrijednosti (opservacija)
- Zavisi od ekstremnih vrijednosti (outliers-a)





$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Izračunate srednje virjednosti:

- Aritmetička sredina
- Geometrijska sredina
- Harmonijska sredina
- Kvadratna sredina

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Pozicione srednje virjednosti:

- Modus
- Medijana

Aritmetička sredina – negrupisani podaci

Aritmetička sredina dobija se kada se zbir svih vrijednosti obilježja podijeli njihovim brojem.

Ako je posmatrano obilježje **X**, a njegove vrijednosti **X1, X2...Xn**, njihov broj **N**, aritmetička sredina skupa, koju označavamo (iks bar) :

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{N}$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

U statističkim istraživanjima najčešće se susrećemo sa većim brojem vrijednosti podataka i njihovim različitim frekvencijama, to jest sa grupisanim podacima u vidu rasporeda frekvencija.

U tom slučaju moramo uzeti u obzir i i razlike u frekvencijama, pri izračunavanju aritmetičke sredine.

Označimo različite vrijednosti obilježja sa X1, X2, ...,Xn, a njihove odgovarajuće frekvencije sa f1, f2,..., fn, pa će aritmetička sredina skupa biti:

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\bar{X} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + \ldots + X_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\left\{\begin{array}{l} Ponderisana \\ aritmeti\check{c}ra \\ sredina \end{array}\right\} = \bar{X} = \frac{\Sigma\, fX}{\Sigma\, f}$$

$$N = f_1 + f_2 + \ldots + f_n = \sum_{i=1}^{n} f_i$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{n}$$

$$n = f_1 + f_2 + \ldots + f_k = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Aritmetička vtrijednost grupisanih podataka poznata je pod nazivom ponderisana aritmetička sredina, jer se sve vrijednosti obilježja u skupu ili uzorku uzimaju onoliko puta koliko se one javlju, to jest ponderišu se njihovim frekvencijama.

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Aritmetičku sredinu možemo izračunati I preko relativnih frekvencija gdje je **N = Σf,** odnosno:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{N} \times X_i = \sum_{i=1}^{n} p_i X_i = E(X)$$

$$\overline{X} = E(X)$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Ako su **p**i empirijske vjerovatnoće da će slučajno promjenljiva **X**, tj. slučajno izvučeni elementi iz skupa, uzeti vrijednost obilježja **X**, tada je **aritmetička sredina jednaka očekivanoj vrijednosti prekidne slučajno promjenljive X** to jest

$$\overline{X} = E(X)$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Kada je u pitanju neprekidna slučajna varijabla, tada se umjesto Σ koristi znak integrala ∫, pa je aritmetička sredina količnik od integrala (sa granicama - ∞, +∞) umnožaka elementarnih vjerovatnoća f (X) sa vrijednostima X_i i integrala elementarnih vjerovatnoća

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(X)dX$$

$$\overline{X} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} Xf(X)dX}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(X)dX} = \int_{-\infty}^{+\infty} Xf(X)dX$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Osobine aritmetičke sredine:

1. Aritmetička sredina veća je od najmanje i manja od najveće vrijednosti posmatranog obilježja.

$$X_1 < \overline{X} < X_k$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

2. Aritmetička vrijednost se izjednačava sa vrijednostima obilježja, kada su one međusobno jednake.

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_k = \overline{X}$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

3. Zbir odstupanja pojedinih vrijednosti obilježja od aritmetičke sredine jednaka je nuli.

$$\sum_{i=1}^{N}\left(X_i - \overline{X}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} f_i(X_i - \overline{X}) = 0$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

4. Zbir kvadrata odstupanja aritmetičke sredine od pojedinih vrijednosti obilježja manji je od zbira kvadrata odstupanja bilo koje vrijednosti obilježja Xo od ostalih vrijednosti obilježja.

$$\sum_{i=1}^{N}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \langle \sum_{i=1}^{N}\left(X_i - X_0\right)^2$$

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

5. Ako su dva obilježja vezana linearnom funkcijom, tada su njihove aritmetičke sredine vezane tom istom linearnom funkcijom.

$$y = b_0 + b_1 X$$

$$\overline{Y} = b_0 + b_1 \overline{X}$$