



# OSCILACIJE I TALASI

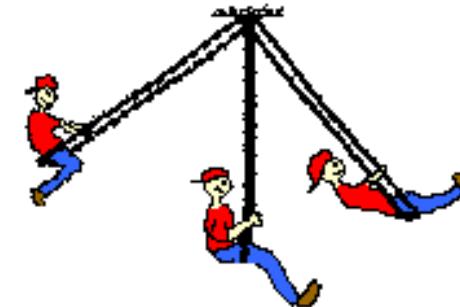
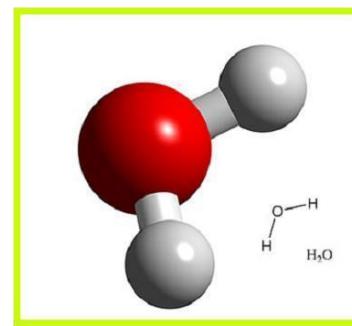


4.11.2015

5.11.2015

## Oscilacije

Da li kretanje bove na ustalasalom moru, deteta koje se ljudi, kretanje klatna časovnika, amortizera na vozilima, okinute žice na gitari, atoma u kristalnoj rešetci, ima nešto zajedničko?



Odgovor je pozitivan,

**sva pomenuta tela osciluju, odnosno kreću se "napred-nazad" izmedju dve tačke, oscilovanje klatna ili atoma i molekula u kristalnoj rešetki, oscilovanje vazdušnih stubova, membrane zvučnika, zategnute žice kod muzičkih instrumenata, naizmenične struje, ...**

Bez obzira na *razlicitost* pomenutih oscilovanje, kod svih, obzirom da *brzina kretanja tela nije konstantna*, postoje **sile koje upravljaju njime**.

Osim toga, **energija se stalno transformiše iz jednog oblika u drugi** (kinetička u potencijalnu i obrnuto). Kada na primer deca žele da se ljudaju moramo da poguramo ljudjašku i dovedemo je u stanje kretanja. Energija atoma u kristalima raste ako se oni zagreju. Žici gitare predajemo energiju kada je okinemo.

# Oscilacije

Neke oscilacije *ne ostaju izolovane* već oko sebe stvaraju talase.

*Vibriranje žice* na gitari kreira **zvučne talase** na primer.

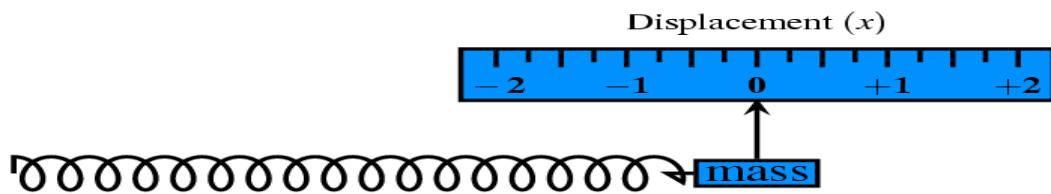
U bazenu možemo da napravimo talase periodičnim udaranjem rukom po vodi.

Neki talasi su vidljivi (na vodi) a neki ne (zvučni talasi).

*Svaki talas* medjutim predstavlja *poremećaj u sredini* koji se od izvora prostire kroz nju i *prenosi energiju*.

Osim ovih talasa postoje talasi *koji se javljaju prilikom zemljotresa, elektromagnetni talas* (vidljiva svetlost, radio talasi, ...). Svaka *subatomska čestica* može da se u nekim interakcijama ponaša kao talas.

*Analiza oscilatornog i talasnog kretanja* će pokazati da se mogu opisati *uz pomoć nekoliko osnovnih principa*. Takodje će se pokazati da su **talasi** fenomeni mnogo više prisutni u svakodnevnom životu nego što bi moglo da nam se učini. Proučavanje oscilacija i talasa ćemo početi **analizom tipa sile** koja može da izazove najprostija kretanja ovog oblika.



# Oscilacije

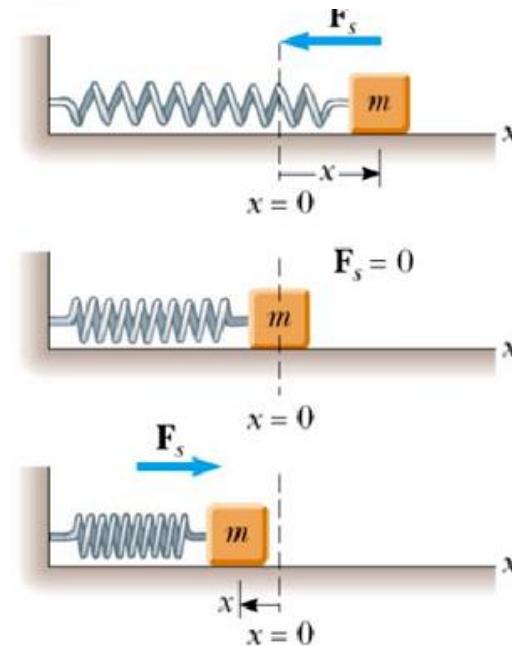
Svako kretanje koje se ponavlja u jednakim vremenskim intervalima naziva se **periodičnim**, a ako se kretanje odvija stalno po istoj putanji, onda se naziva **oscilatorno**.

- Ukoliko su **sila** koja teži da vrati oscilatorni sistem u ravnotežno stanje, pa prema tome i **ubrzanje** koje sistem ima, direktno srazmerni rastojanju od njega i usmereni ka njemu, tada se radi o **jednostavnom harmonijskom kretanju**.

Za svako oscilatorno kretanje karakteristično je **naizmenično pretvaranje potencijalne energije u kinetičku i obrnuto**.

Primer:

telo vezano za učvršćenu oprugu  
– može da se kreće u vertikalnoj ili u horizontalnoj ravni (po glatkoj površini, bez trenja)

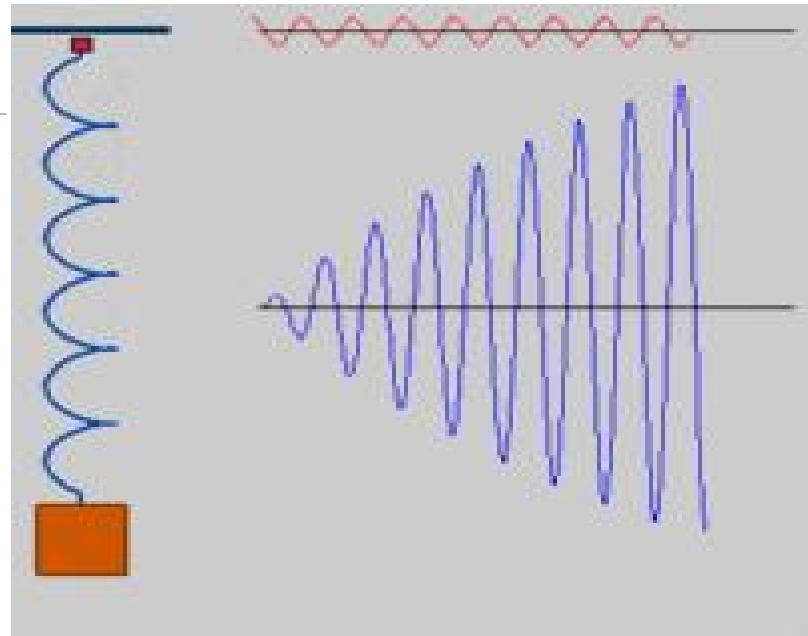
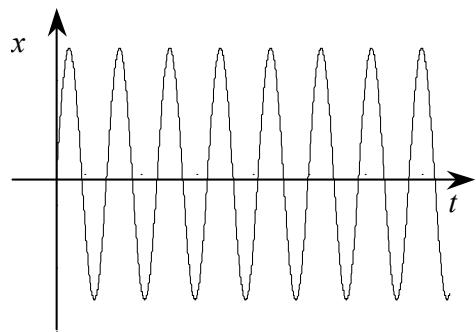


Svako kretanje koje se ponavlja u jednakim vremenskim intervalima naziva se **periodičnim**, a ako se kretanje odvija stalno po istoj putanji, onda se naziva **oscilatorno**.

- ▶ Neamortizovano oscilovanje je ono koje se odvija sa **konstantnom amplitudom**.
- ▶ Amortizovano oscilovanje tela ili sistema je ono kod koga se **amplituda smanjuje** u toku vremena.
- ▶ Zadržaćemo se na najprostijem obliku mehaničkih oscilacija.
- ▶ Promene oscilatornih veličina sa vremenom opisuju **sinusnim** ili **kosinusnim** zakonom.
- ▶ Takvo oscilatorno kretanje se naziva **harmonijsko**.



Najčešće se pod harmonijskim oscilatorima smatraju **LHO**  
**Linearni Harmoniski Oscilatori**



- ▶ Promene oscilatornih veličina sa vremenom opisuju **sinusnim** ili **kosinusnim** zakonom.
- ▶ **Linearni**  $\mathbf{F} \sim \mathbf{X}$  sila koja upravlja oscilacijama srazmerna je elongaciji (amplitudi)

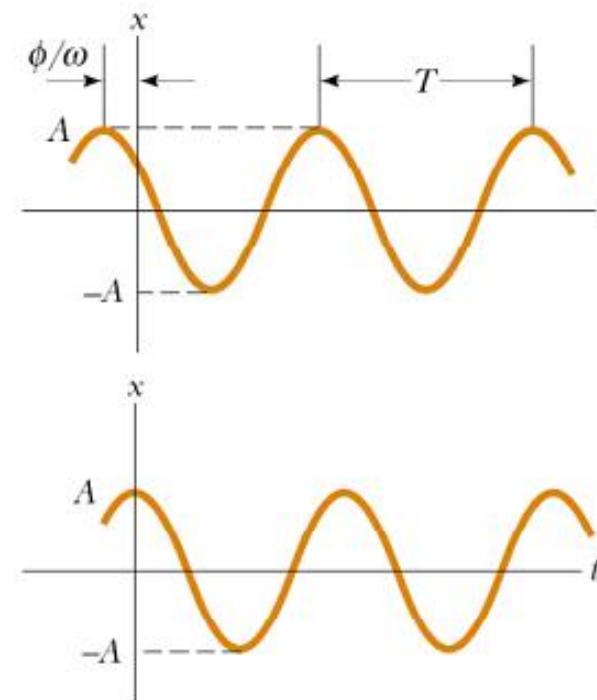
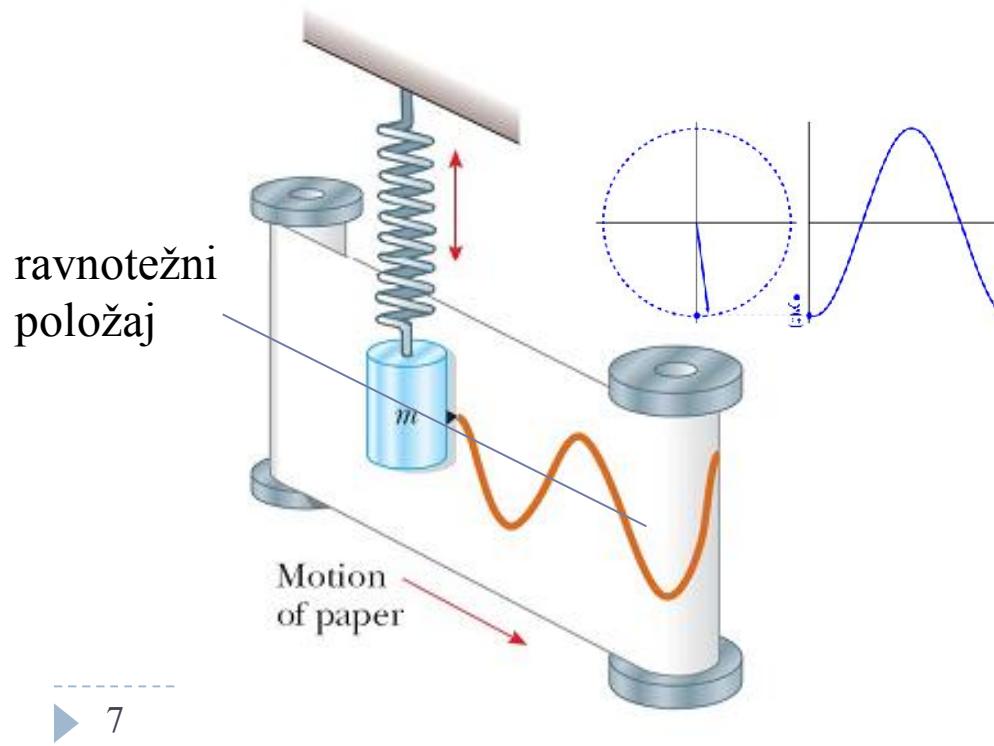
**Harmonijski oscilatori** su oscilatori koji generišu sinusoidalni (kosinusoidalni) oblik signala.

Harmonijski oscilatori su **osnovna vrsta elektronskih oscilatora**,  
pored relaksacionih oscilatora (multivibrator, kružni oscilator).

*Elektronski oscilator* je elektronsko kolo koje proizvodi elektronski signal koji se ponavlja u vremenu u vidu *sinusne funkcije ili pravougaone povorke*.

## Osnovne osobine harmonijskog oscilovanja:

- Period oscilovanja  $T$  je vreme za koje telo izvrši jednu oscilaciju.
- Frekvencija oscilovanja  $v$  (ili  $f$ ) je broj oscilacija u jedinici vremena.  $f = n/t$
- Elongacija  $x$  je udaljenost tela od ravnotežnog položaja (osa  $x$  ili  $y$ )
- Amplituda  $A$  je maksimalna elongacija.
- Kod harmonijskih oscilacija promenljiva veličina (elongacija) se menja po sinusnom ili kosinusnom zakonu u funkciji vremena.



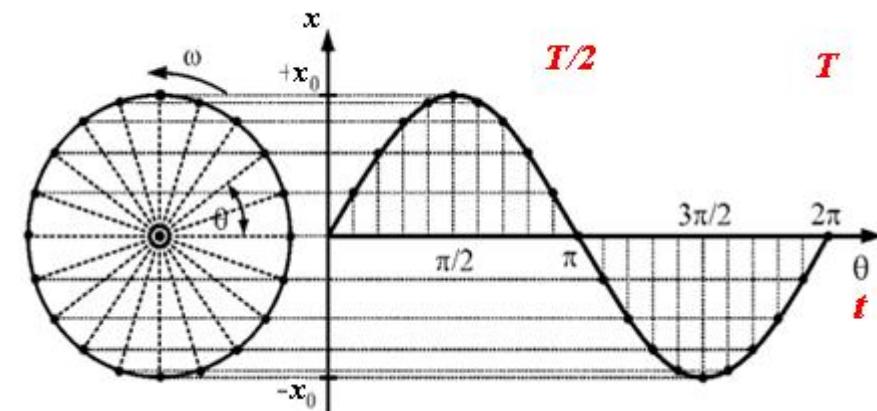
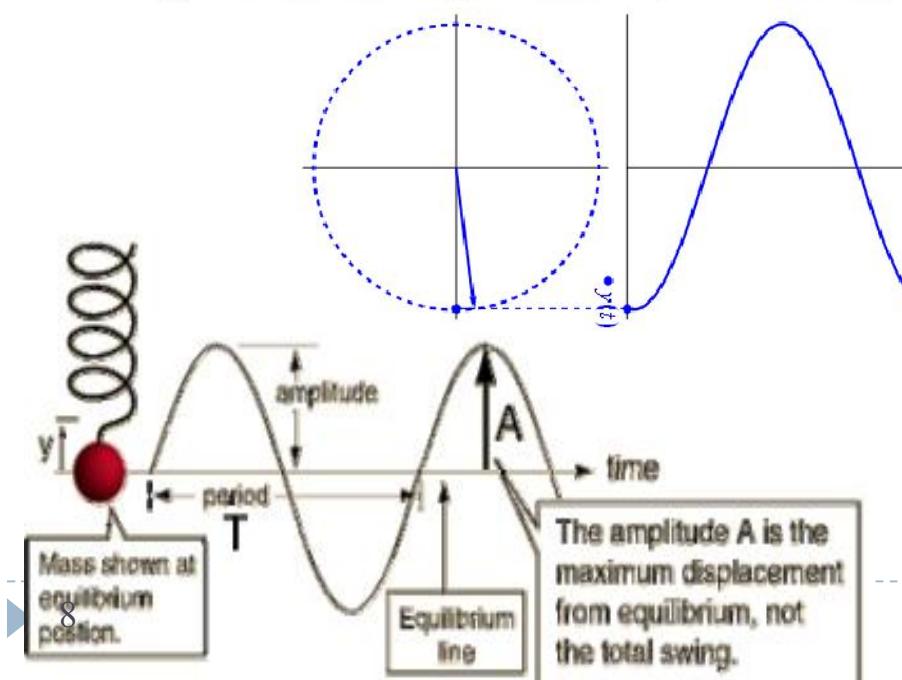
## Osnovne osobine harmonijskog oscilovanja:

- Kružna frekvencija  $\omega$  je povezana sa frekvencijom  $f(v)$  i periodom  $T$ .

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$[f] = 1/\text{s} = \text{Hz (Herc)}$   
 $[\omega] = \text{rad/s} = \text{s}^{-1}$

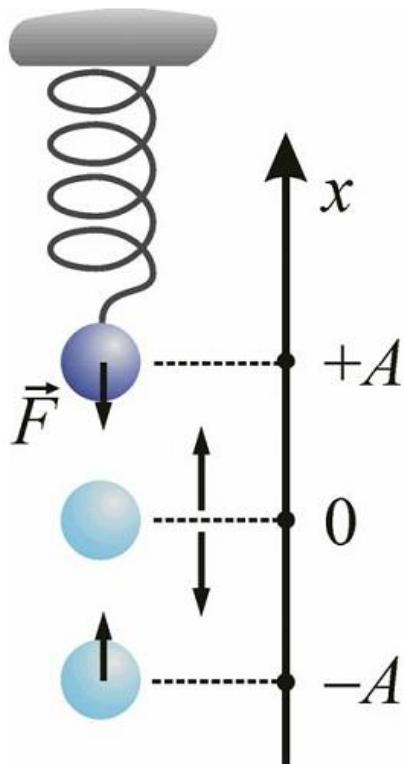
- Pri kretanju materijalne tačke po kružnici ravnomernom perifernom brzinom  $v$  i njen radijus vektor (vektor položaja) se obrće ravnomernom ugaonom brzinom  $\omega$ .
- x-koordinata** položaja materijalne tačke koja se ravnomerno kreće po kružnici menja se po sinusnom (kosinusnom) zakonu, odnosno projekcija radijus-vektora na x-koordinatnu osu menja svoj intenzitet po sinusnom (kosinusnom) zakonu u funkciji vremena.  $T$  je vreme potrebno materijalnoj tački da obide pun krug.



# Primeri harmonijskih oscilacija

## ■ Oscilovanje tela obešenog o elastičnu oprugu

- Sila koja vraća telo i oprugu ka ravnotežnom položaju je elastična sila deformisane opruge i (prema Hukovom zakonu za elastične deformacije istezanja) srazmerna je veličini deformacije). Znak "−" znači suprotan smer sile  $\vec{F}$  od vektora položaja  $x$  tela vezanog za oprugu.



$$\vec{F} = -k \vec{x} \quad k - \text{koeficijent elastičnosti opruge}$$

- Iz II Njutnovog zakona sledi jednačina kretanja:

$$m \cdot a = F = -k \cdot x$$

Smena:  $\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$

$\omega_0$  - Kružna učestanost, spostvena frekvencija

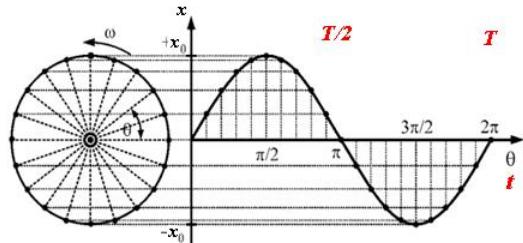
$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

- Rešenje ove diferencijalne jednačine ima oblik:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

# Oscilovanje tela obešenog o elastičnu oprugu

Elongacija  $x$  je sinusna (ili kosinusna) funkcija vremena: 
$$x = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

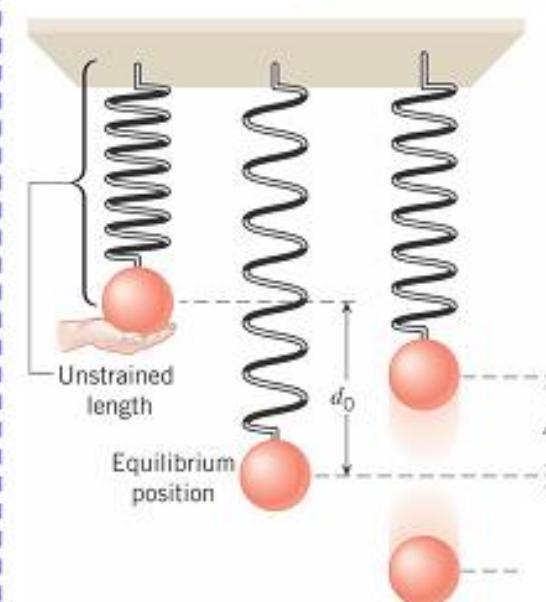
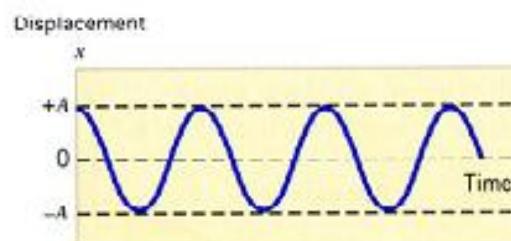
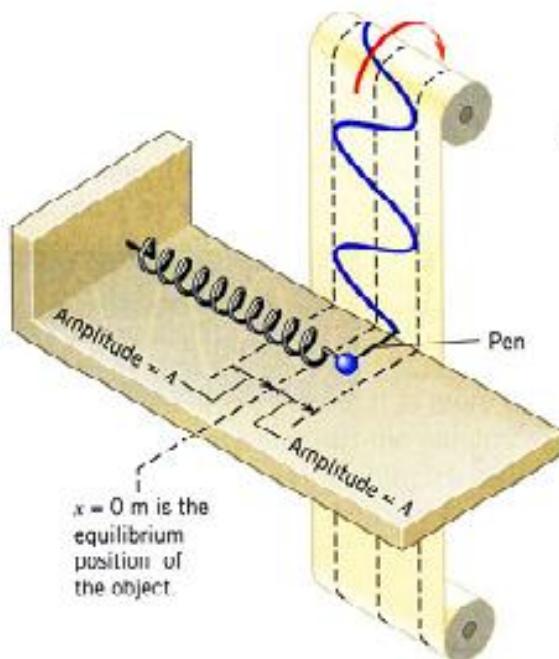


$\omega_0$  – kružna frekvencija oscilatornog kretanja

$\alpha$  – početna faza, opisuje početni položaj sistema  
 $(\omega_0 t + \alpha)$  – faza oscilovanja

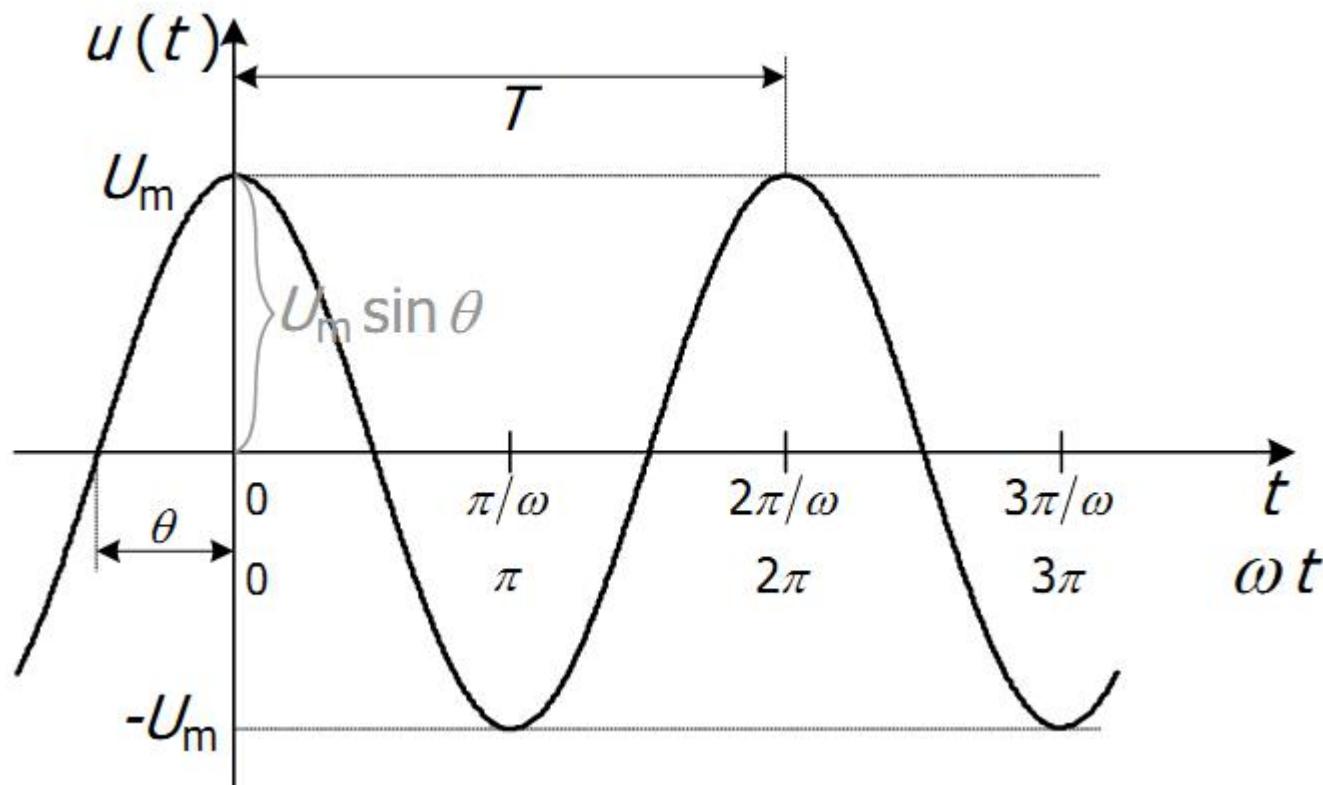
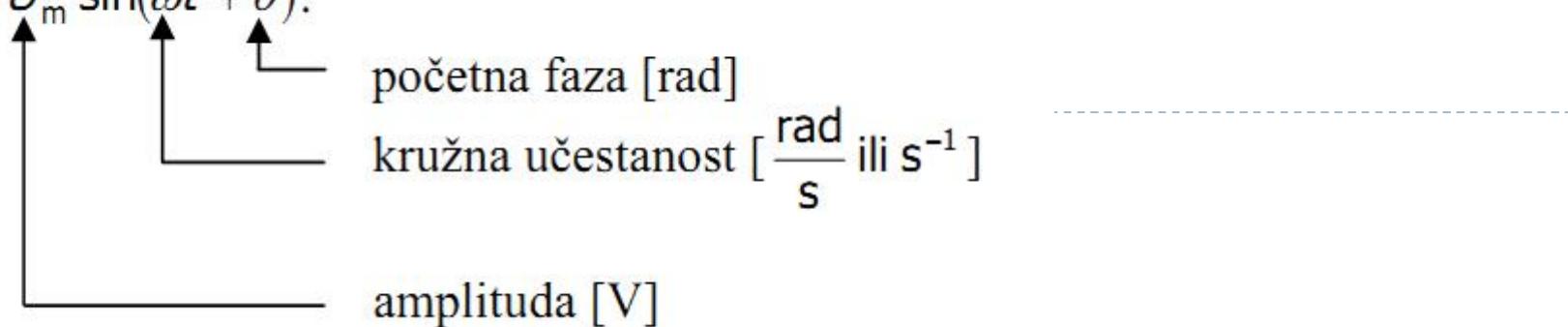
Period oscilovanja  $T$  zavisi od osobina opruge (koeficijent elastičnosti  $k$ ) i od mase  $m$  tela okačenog na nju:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta).$$

## prostoperiodični napon



# Energija tela koje osciluje na elastičnoj opruzi

Energija tela koje osciluje na elastičnoj opruzi je zbir **kinetičke energije tela** i **potencijalne energije elastične deformacije opruge**.

S obzirom da važi:

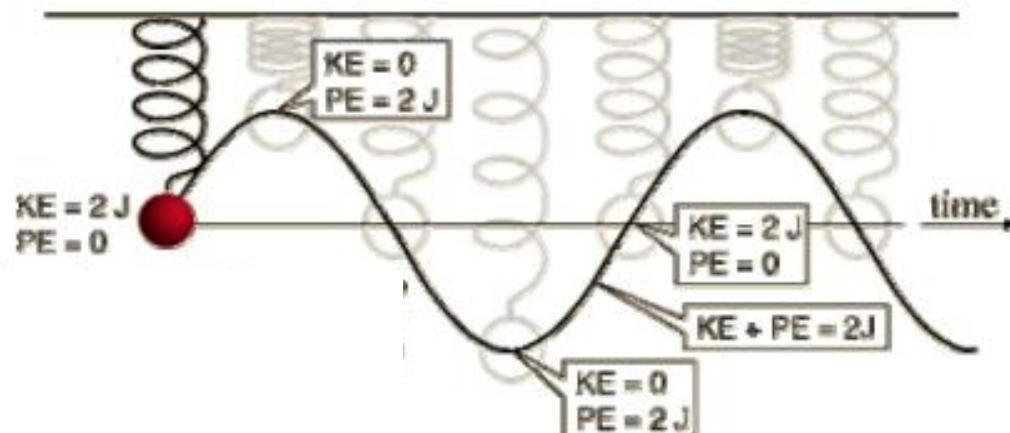
$$x = A \sin(\omega_0 t + \alpha) \quad k = m\omega_0^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \text{const.}$$

Zbir kinetičke i elastične potencijalne energije pri harmonijskom oscilovanju, ukoliko nema gubitaka, je konstantan.



## Neki primeri nelinearnih oscilatornih kretanja

- ▶ Oscilatorna kretanja se međusobno razlikuju **po obliku putanje, amplitudi i frekvenciji oscilatora.**
- ▶ Sem linear nog harmonijskog oscilovanja, čest oblik oscilovanja su oscilacije čija je **putanja deo kružnog luka** (oscilovanje klatna, balanser časovnika )...
- ▶ Na telo deluje sila čiji moment  **$M$**  teži da vraća telo u ravnotežni položaj.

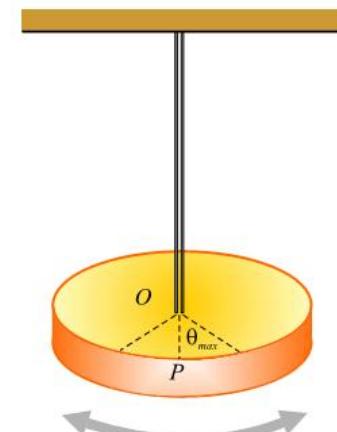
Primeri: *matematičko klatno, fizičko klatno, torziono klatno,*

Restitucioni povratni moment  $M = -\kappa\theta$ .

Torziona konstanta žice  $\kappa$

Moment inercije tela

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}.$$



# Matematičko klatno

- Matematičko klatno je materijalna tačka koja se u polju Zemljine teže kreće na stalnom rastojanju od date tačke (tačke oslonca).

$$\sin \varphi = \frac{F_t}{Q} = \frac{x}{\ell} \Rightarrow F_t = -\frac{mgx}{\ell} \quad F_t = ma = m \frac{d^2s}{dt^2}$$

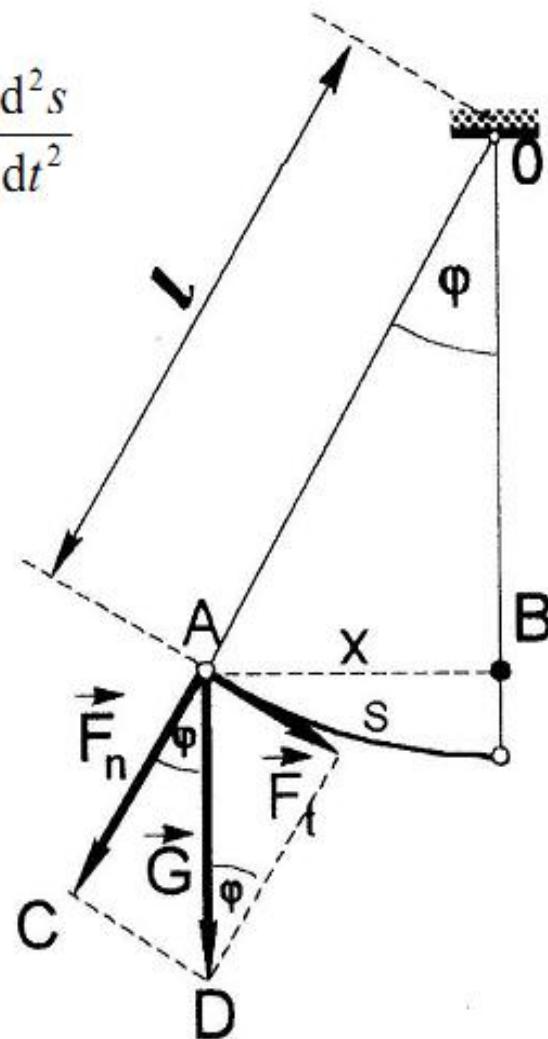
"-" znači suprotan smer sile  $F_t$  od vektora položaja  $x$ .

- Jednačina kretanja:

$$m \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{mgx}{\ell} = 0$$

$x$  – horizontalno rastojanje od ravnotežnog položaja

$s$  – lučno rastojanje od ravnoteže (pređeni put)



# Matematičko klatno

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{mgx}{\ell} = 0 \quad \text{Za male uglove } \varphi, x \approx s. \text{ Smena: } \frac{g}{\ell} = \omega_0^2$$

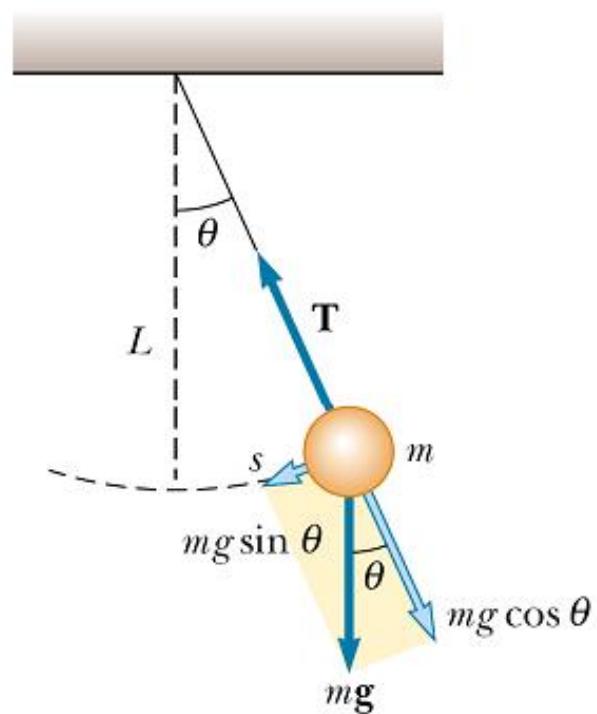
$$\boxed{\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0}$$

- Rešenje jednačine je da je elongacija  $x$  sinusna (ili kosinusna) funkcija vremena  $t$  oblika:

$$\boxed{x = x_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)}$$

- Period oscilovanja  $T$ , za slučaj malih amplituda oscilovanja, zavisi od dužine klatna  $\ell$  i ubrzanja sile Zemljine teže  $g$ :

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$



# Fizičko klatno

- Fizičko klatno je kruto telo koje se u polju sile Zemljine teže može slobodno kretati oko nepokretne horizontalne ose, a koja ne prolazi kroz njegov centar mase (težište).

$$M = I\alpha \quad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$M = -|\vec{d} \times \vec{Q}| = -d mg \sin \theta$$

$$-d mg \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

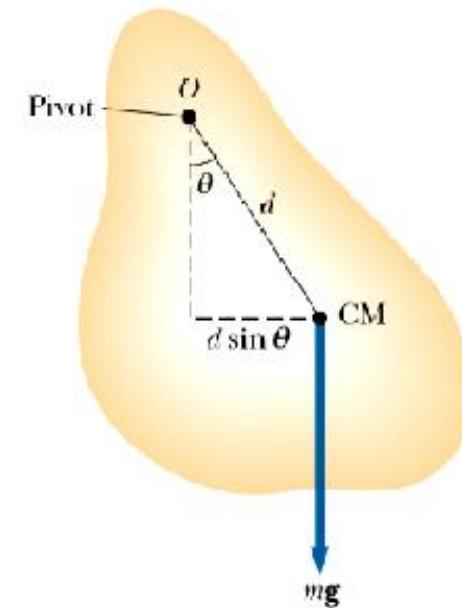
$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \sin \theta = 0}$$

Za malo  $\theta$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ . Takođe se uvodi smena:  $\frac{mgd}{I} = \omega_0^2$   
 $d$  – je rastojanje centra mase (CM) od ose rotacije.

- Jednačina kretanja:

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0}$$

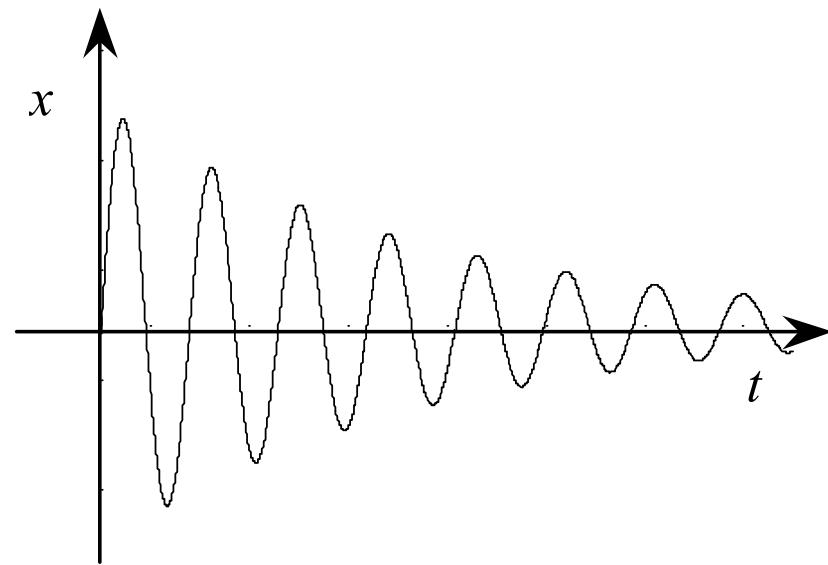
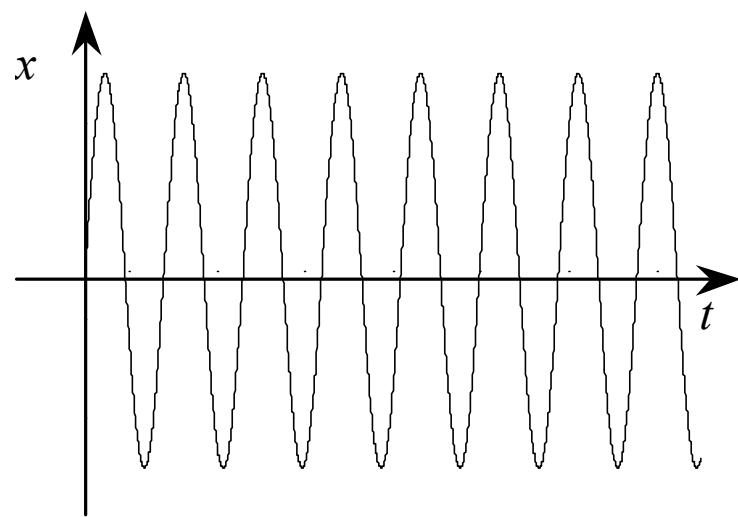
Rešenje jednačine je oblika:  $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$



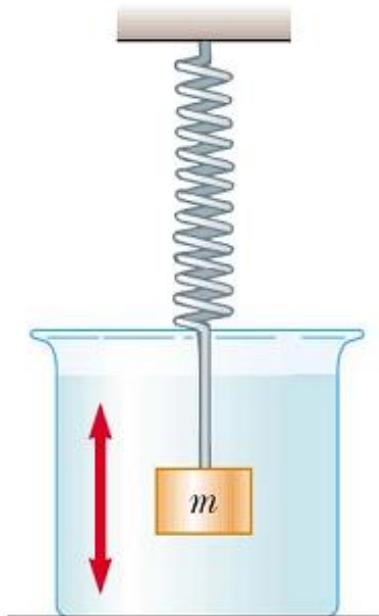
Period oscilovanja:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}}$$

- Neamortizovano (neprigušeno) oscilovanje je ono koje se odvija sa konstantnom amplitudom.
- Amortizovano (prigušeno) oscilovanje tela ili sistema je ono kod koga se amplituda smanjuje u toku vremena.



# Prigušene harmonijske oscilacije



- Na svaki realni oscilatorni sistem deluje **sila trenja**.
- Prigušeno oscilovanje je oscilovanje u kojem **veličina amplitude opada sa vremenom**.
- Sila otpora je srazmerna brzini kretanja tela:

$$\vec{F} = -b \vec{v}$$

*b* - koeficijent srazmernosti - konstanta prigušenja

- **Jednačina kretanja** za slučaj oscilovanja tela mase  $m$  okačenog na oprugu koeficijenta elastičnosti  $k$  kada na njega deluje otpor sredine okarakterisan konstantom  $b$ :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

# Prigušene harmonijske oscilacije

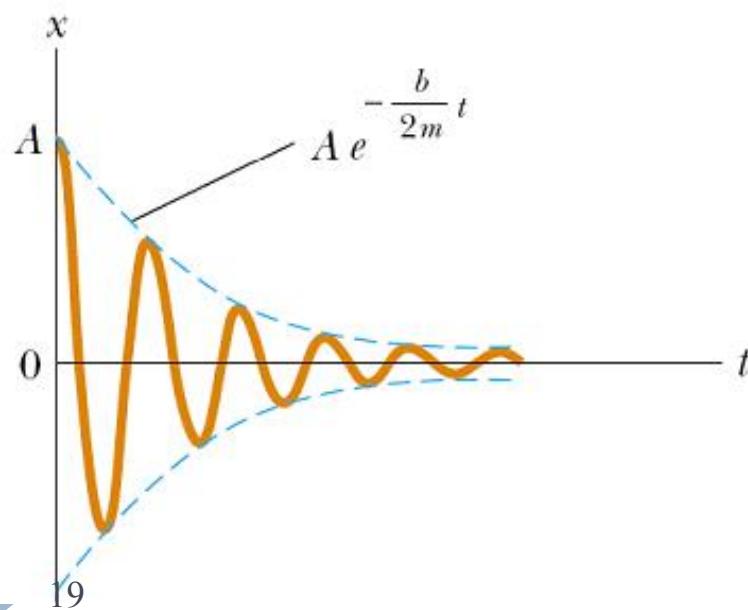
- Rešenje jednačine je elongacija  $x$  koja se u toku vremena menja po sinusnom (ili kosinusnom) zakonu.

$$x(t) = x_0(t) \sin(\omega'_0 t + \alpha)$$

$\omega'_0$  - sopstvena kružna frekvencija amortizovane oscilacije

- Amplituda  $x_0(t)$  u toku vremena opada do nulte vrednosti prema eksponencijalnoj funkciji.

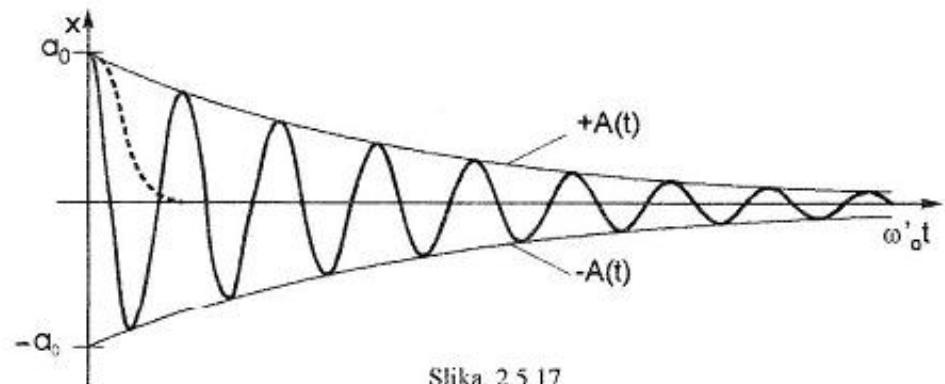
$$x_0(t) = x_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$$



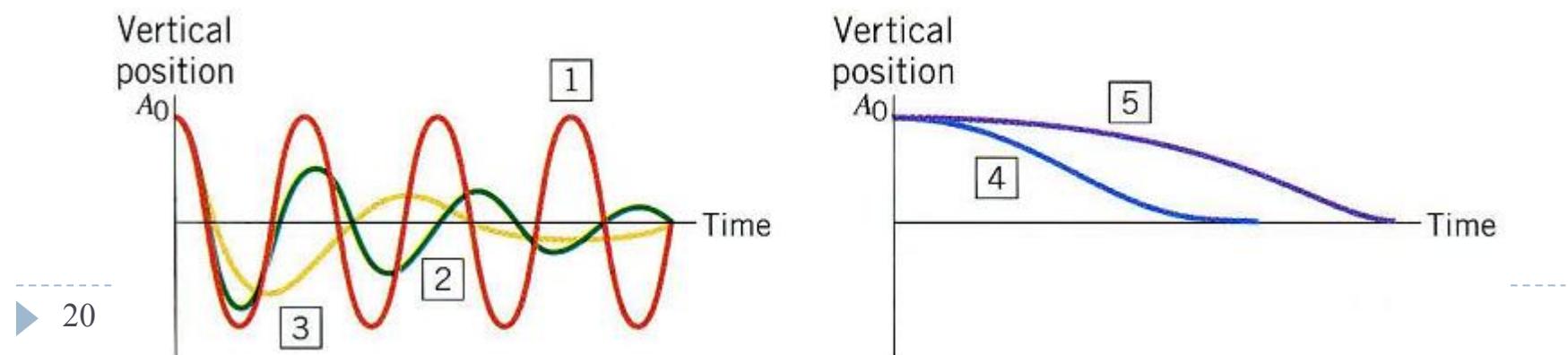
# Prigušene harmonijske oscilacije

- U zavisnosti od veličine prigušenja  $b$  (tj. otpora sredine), oscilovanje može imati sledeće oblike:

1. **Neprigušeno oscilovanje**
2. **Malo prigušenje (kvaziperiodično oscilovanje)**
3. **Srednje prigušenje (kvaziperiodično oscilovanje)**
4. **Kritično prigušenje**
5. **Aperiodično prigušenje**



Slika. 2.5.17

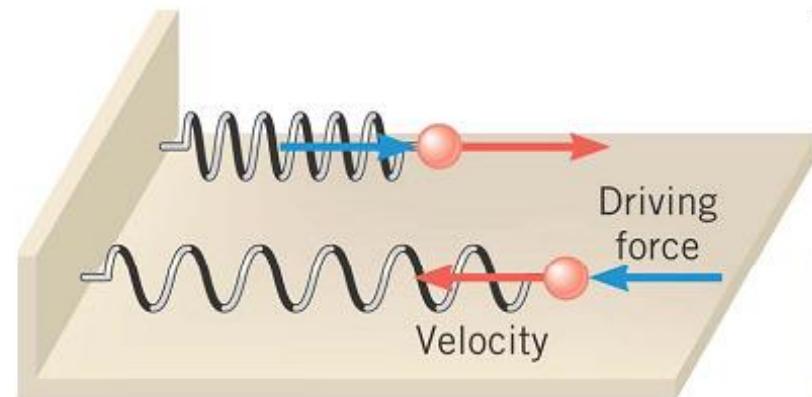


# Prinudne harmonijske oscilacije. Rezonancija.

- Prinudno oscilovanje je oscilovanje u kojem osim elastične sile postoji još jedna **spoljašnja sila** koja pojačava oscilovanje.
- Ako je **prinudna sila harmonijska** (menja se po sinusnom zakonu sa frekvencijom  $\omega$ ) i  $\omega \neq \omega_0$  ( $\omega_0$  je sopstvena frekvencija oscilovanja sistema bez prisustva prinudne sile) u *realnom* slučaju, kada postoji i neka **sila trenja** koja deluje na oscilatorni sistem, rešenje **jednačine oscilovanja**:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega t$$

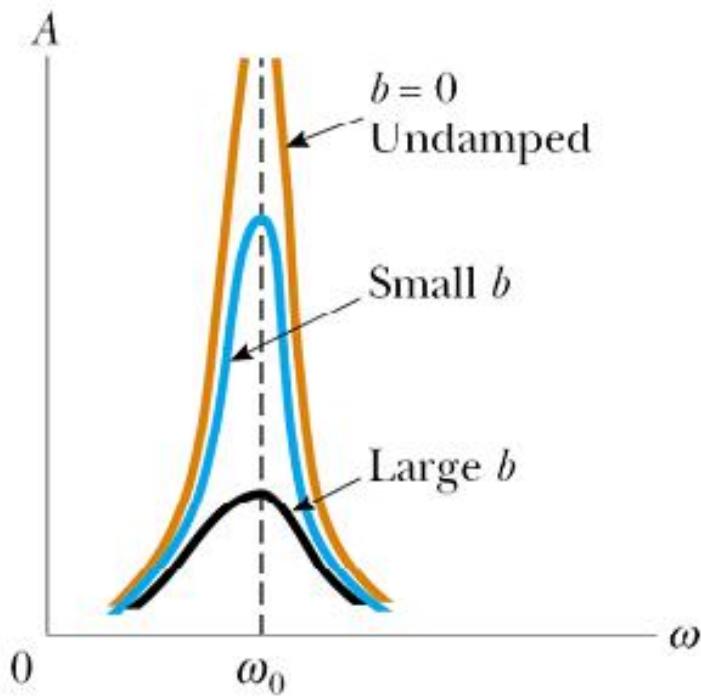
ima oblik:  $x(t) = x_0 \sin \omega t$



- Telo mase  $m$  osciluje istom frekvencijom  $\omega$  kojom se menja i periodična sila, ali sa **modifikovanom amplitudom  $x_0$** , čija veličina se **ne menja** u toku vremena.

# Prinudne harmonijske oscilacije. Rezonancija.

- Ako frekvencija prinudne sile  $F$  teži sopstvenoj kružnoj frekvenciji oscilatora ( $\omega \rightarrow \omega_0$ ), amplituda  $x_0$  prinudnog oscilovanja teži visokim vrednostima (u slučaju kada nema trenja, u beskonačnost). Nastupa stanje rezonancije.



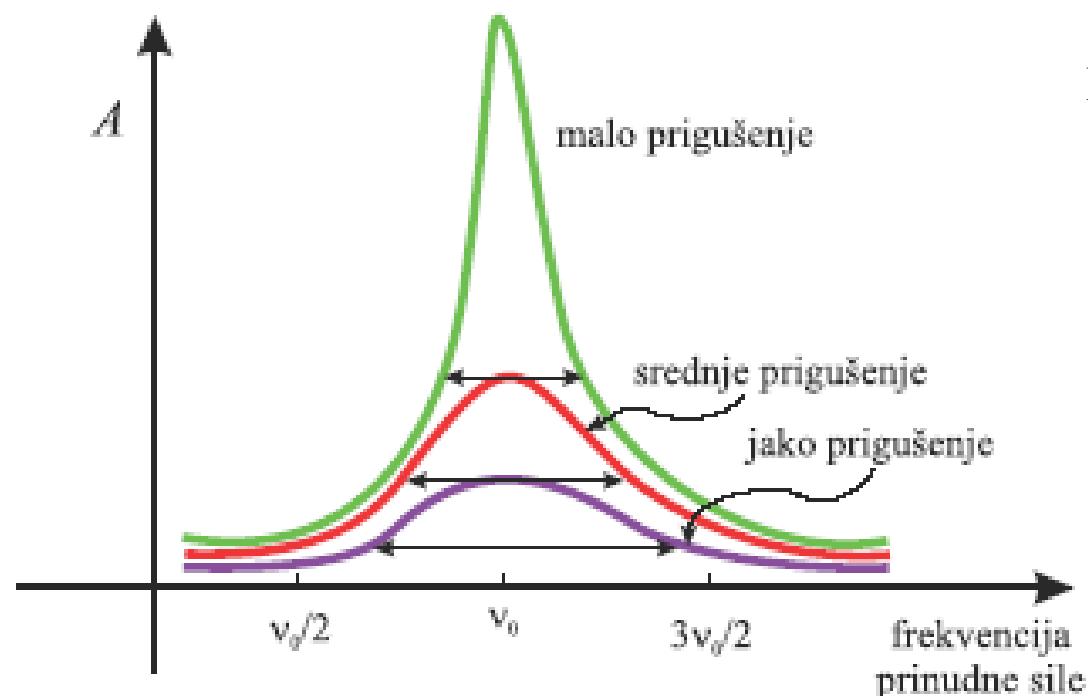
$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega t$$

$$x(t) = x_0 \sin \omega t$$

$b$  konstanta prigušenja

# Prinudne harmonijske oscilacije. Rezonancija.

- širina rezonantne krive zavisi od prigušenja
- što je manje prigušenje, rezonatna frekvencija je u manjem opsegu
- znači-ako želimo da nam oscilator rezonira na tačno određenoj frekvenciji moramo što je više moguće smanjiti prigušenje  
**kod klavira**
- ako želimo da sistem osciluje sa malim amplitudama-amortizeri automobila, potrebno je veliko prigušenje.



## Primena

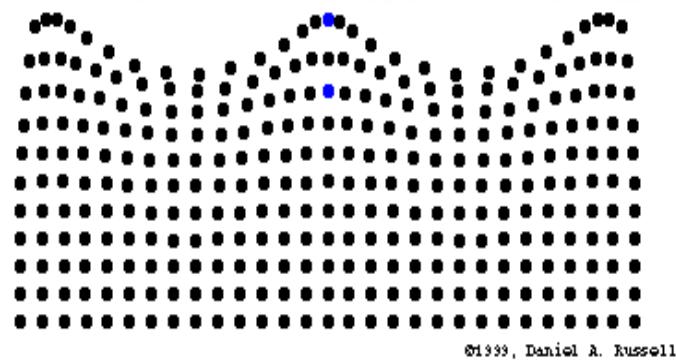
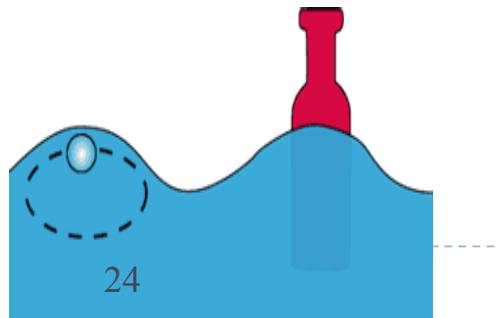
- izbor stanica kod radio aparata
- NMR-jezgra vodonika rezoniraju na frekvenciji upadnog mikrotalasnog (EM) zračenja

# TALASNO KRETANJE

Pojavljuje se u skoro svim granama fizike. Površinski talasi na vodi, zvučni talasi, elektromagnetski talasi (EMT), de Brojjevi talasi su samo neki od vidova talasnog kretanja u prirodi. Talasno kretanje omogućava prenos energije i količine kretanja sa jednog mesta na drugo bez premeštanja materijalnih čestica sredine kroz koju se talas prostire. Talasi u okeanima putuju kilometrima, ali ne i čestice vode pogodene tim talasima. Kod mehaničkih talasa (talasi na vodi, zvučni talasi) elastične osobine sredine omogućavaju prenos deformacije kroz prostor. Za prostiranje EMT nije neophodna materijalna sredina (prostiru se i kroz vakuum).

Mehanički talasi prema međusobnom položaju vektora brzine prostiranja talasa  $\vec{c}$  i vektora brzine čestice sredine  $\vec{v}$ , pogodene tim talasom, dele se na *transverzalne*  $\vec{v} \perp \vec{c}$  i *longitudinalne*  $\vec{v} \parallel \vec{c}$ . EMT spadaju u grupu transverzalnih talasa.

Talasi mogu biti klasifikovani i prema načinu kretanja čestice sredine u vremenu. Za impulsni talas je karakteristično da čestice sredine miruju dok impuls ne stigne do njih, da bi se nakon toga veoma kratko kretale i opet mirovale. Kod periodičnog talasa kretanje čestice sredine se periodično ponavlja u vremenu. Najjednostavniji slučaj periodičnog talasa je harmonijski talas.



©1999, Daniel A. Russell



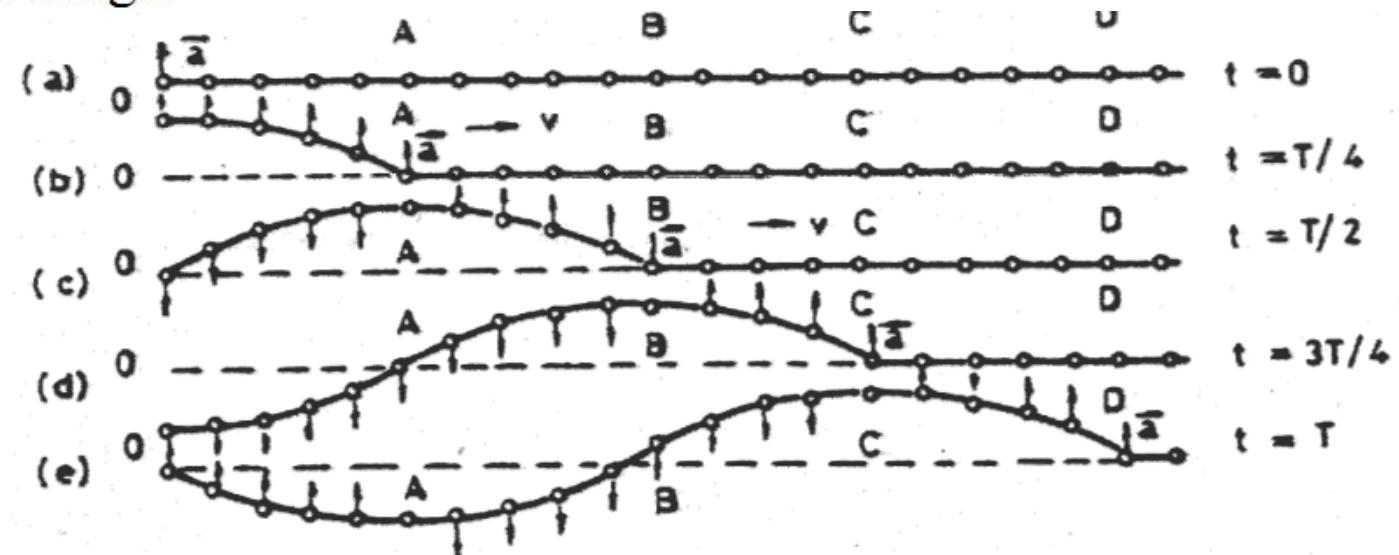
- 
- ▶ Pojavljuje se u skoro svim granama fizike. Površinski talasi na vodi, zvučni talasi, elektromagnetski talasi (EMT) , de Broljevi talasi su samo neki od vidova talasnog kretanja u prirodi. Talasno kretanje omogućava prenos energije i količine kretanja sa jednog mesta na drugo bez premeštanja materijalnih čestica sredine kroz koju se talas prostire. Talasi u okeanima putuju kilometrima, ali ne i čestice vode pogodene tim talasima. Kod mehaničkih talasa (talasi na vodi, zvučni talasi) elastične osobine sredine omogućavaju prenos deformacije kroz prostor. Za prostiranje EMT nije neophodna materijalna sredina (prostiru se i kroz vakuum).
  - ▶ Mehanički talasi prema međusobnom položaju vektora brzine prostiranja talasa  $c$  i vektora brzine čestice sredine  $r$  i  $v$ , pogodene tim talasom, dele se na transverzalne i longitudinalne
    - ▶ . EMT spadaju u grupu transverzalnih talasa.  $c \perp v$ ,  $c \parallel v$
    - ▶ Talasi mogu biti klasifikovani i prema načinu kretanja čestice sredine u vremenu. Za impulsni talas je karakteristično da čestice sredine miruju dok impuls ne stigne do njih, da bi se nakon toga veoma kratko kretale i opet mirovale. Kod periodičnog talasa kretanje čestice sredine se periodično ponavlja u vremenu. Najjednostavniji slučaj periodičnog talasa je harmonijski talas.
  - ▶

## Talasno kretanje – Prostiranje talasa u elastičnoj sredini

- Mehanički talas (talasno kretanje) je širenje oscilatornog poremećaja u elastičnoj materijalnoj sredini.
- Pri prostiranju talasa, ne premeštaju se delići sredine. Oni osciluju oko ravnotežnih položaja, a prenosi se energija talasa.

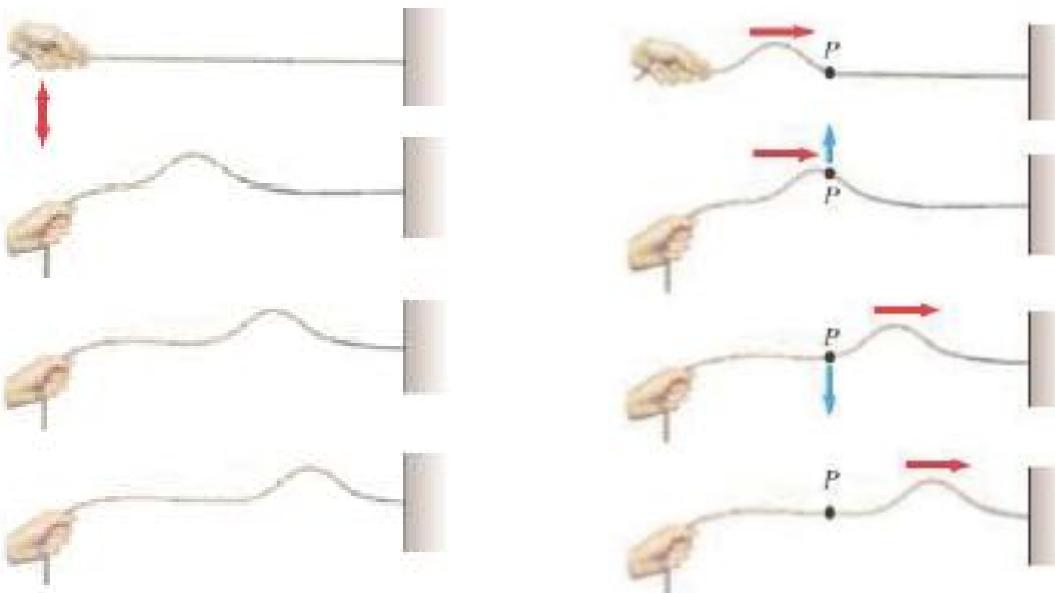
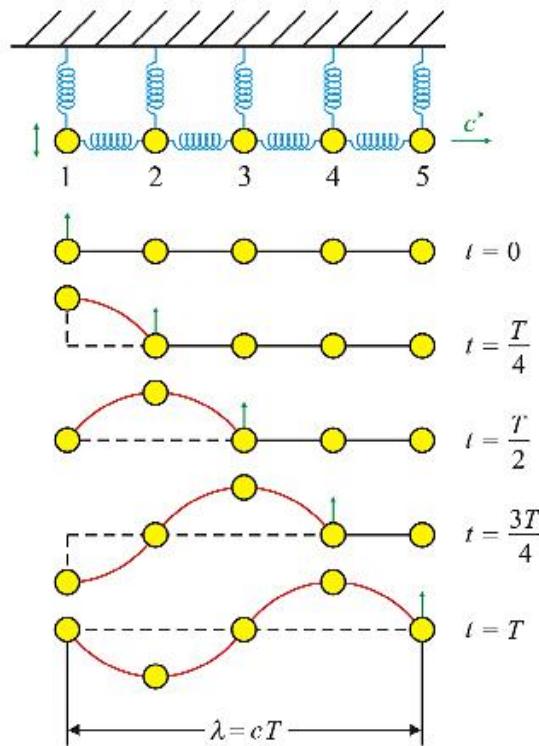
Za postojanje mehaničkog talasa neophodno je postojanje:

- izvora talasnog poremećaja,
- materijalne sredine kroz koju se poremećaj prenosi, i
- nekog fizičkog mehanizma preko kojeg elementi materijalne sredine utiču jedan na drugi.



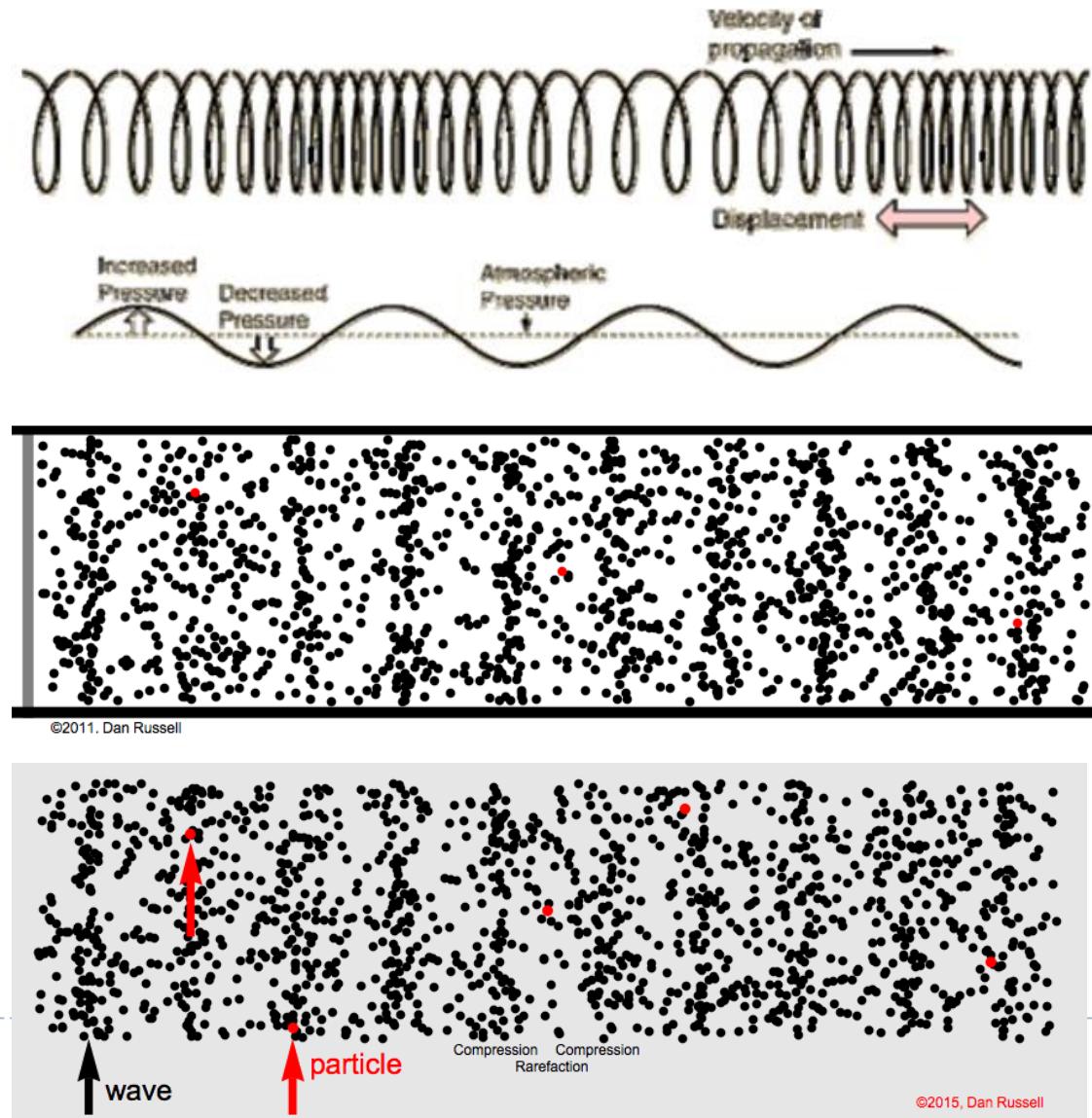
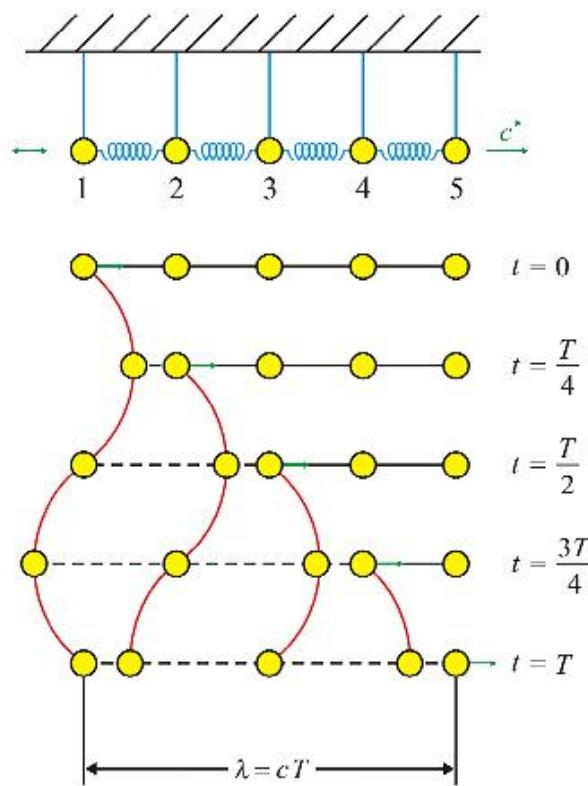
# Prostiranje talasa u elastičnoj sredini

- Progresivni talasi kod kojih se **delići sredine kreću u pravcu normalnom na prostiranje talasa** nazivaju se **transverzalni talasi**. Javljuju se samo u sredinama gde postoje elastične sile **smicanja – čvrsta tela**.



# Prostiranje talasa u elastičnoj sredini

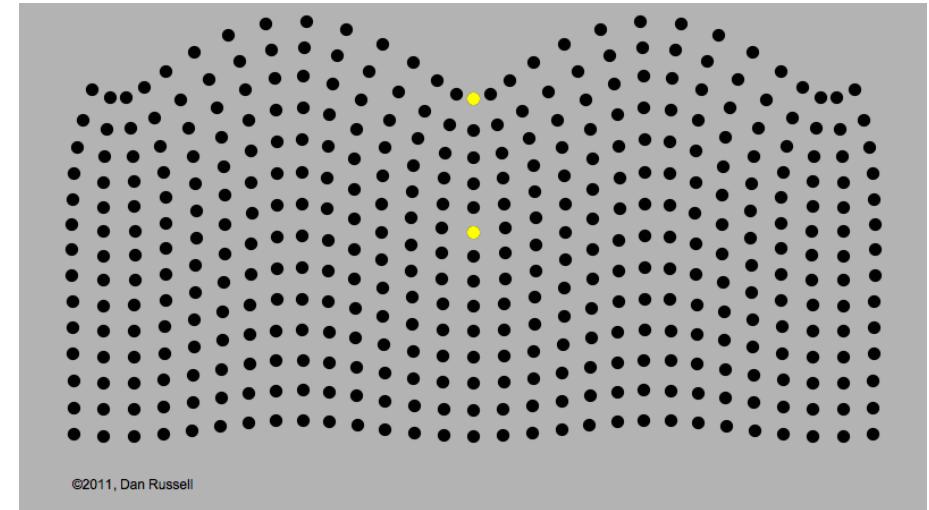
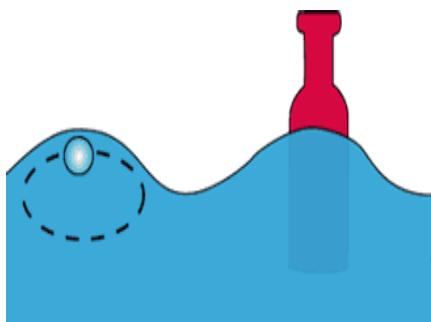
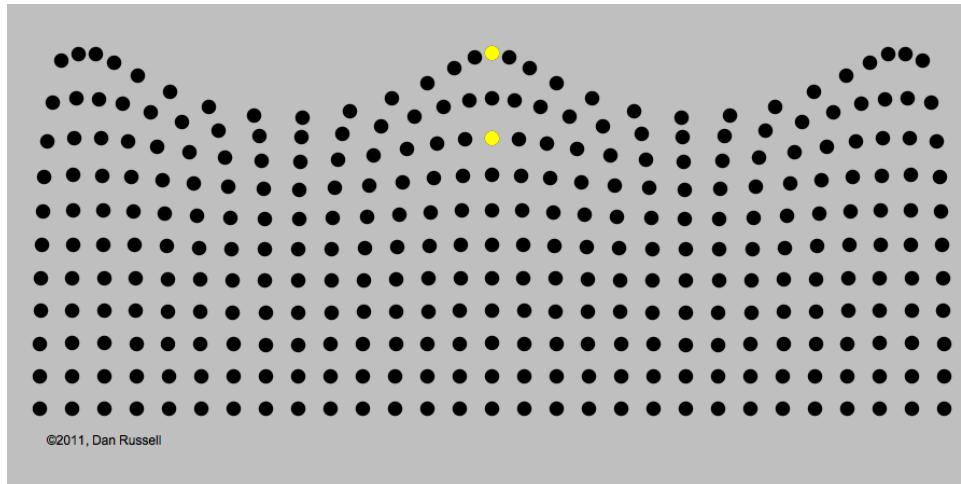
- Kod **longitudinalnih** talasa delići sredine osciluju **duž** pravca prostiranja talasa (zgušnjavanje i razređivanje).



# Kombinacija i longitudinalnih i transverzalnih talasa

## ▶ Water wave/vodeni talasi

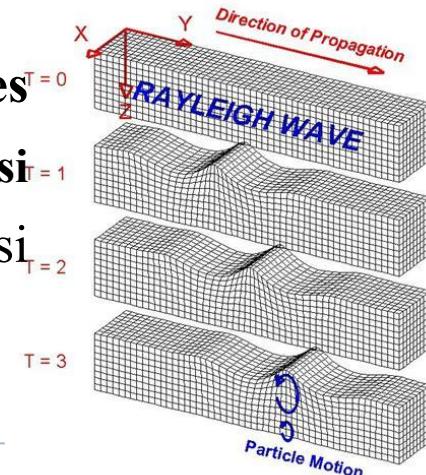
Kružno kretanje čestica



## ▶ Rayleigh surface waves<sup>T = 0</sup>

## / Rayleigh-evi površinski talasi<sup>T = 1</sup>

kretanje čestica po elipsi<sup>T = 2</sup>



# Elektromagnetni talas EMT

Elektromagnetni talas baziran je na pojmu fizičkog polja, elektromagnetskog polja, jedinstvo promenljivog električnog  $E(r;t)$  i promenljivog magnetnog polja  $H(r;t)$ .

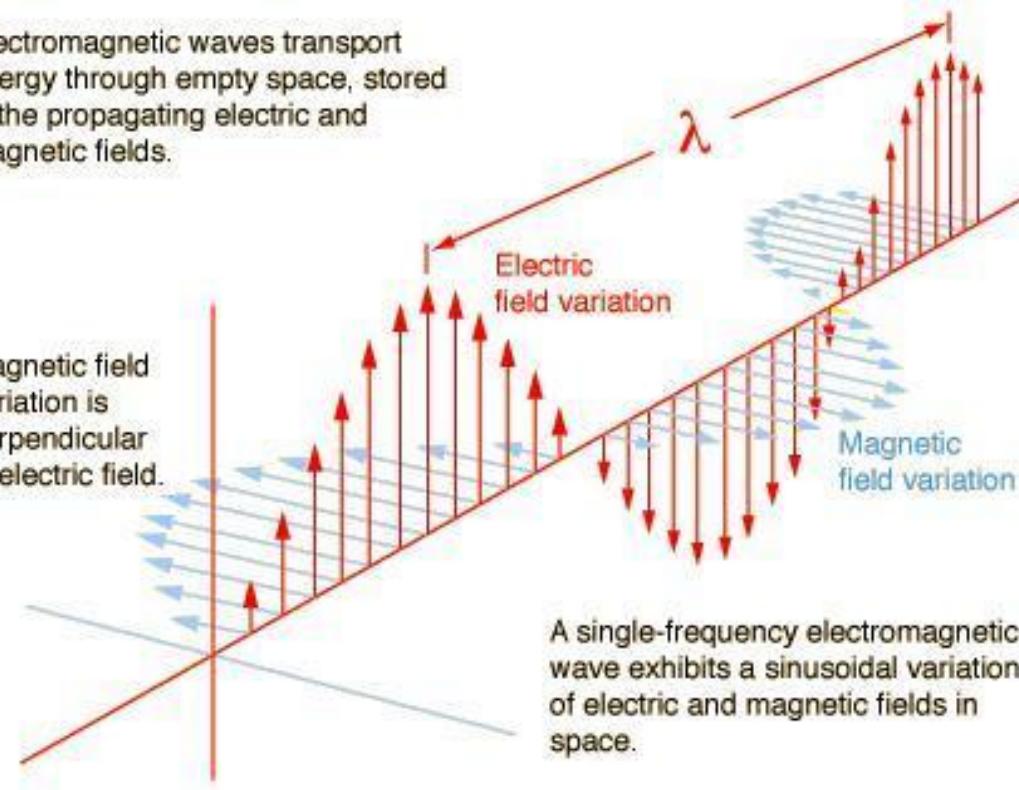
Pošto kod elektromagnetskog talasa osciluju vektori električnog i magnetnog polja za čije postojanje nisu neophodne čestice sredine, kao kod mehaničkih talasa, to se on može prostirati i kroz vakuum.

## EMT, prostiru se i u vakuum:

- ▶ Vidljivi i ultraljubičasti
- ▶ Radio i TV
- ▶ Mikrotalasi
- ▶ X zraci
- ▶ Radarski

Electromagnetic waves transport energy through empty space, stored in the propagating electric and magnetic fields.

Magnetic field variation is perpendicular to electric field.

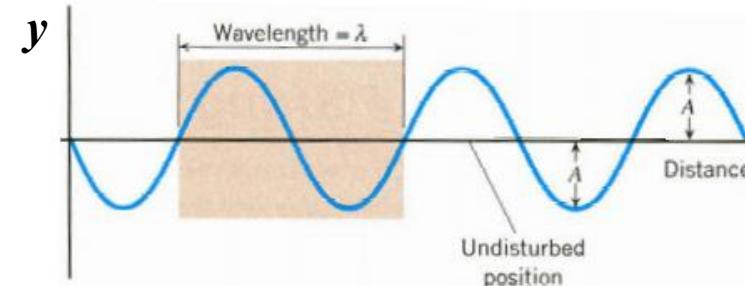


# Prostiranje talasa u elastičnoj sredini

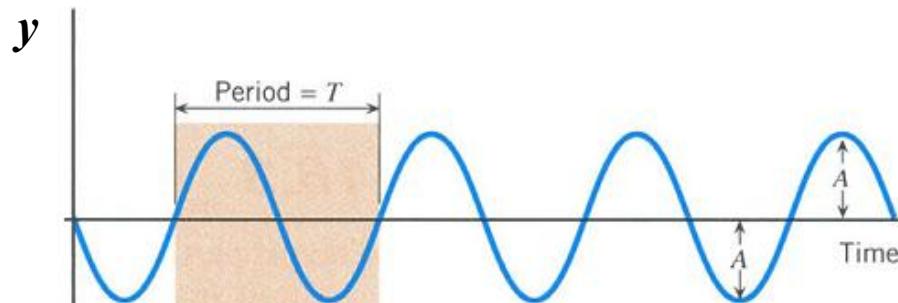
- Sinusoidalni talas je slučaj kada svaka tačka elastične sredine u kojoj se prostire talas vrši harmonijske oscilacije oko ravnotežnog položaja sa elongacijom:

$$y_i = y_{i0} \sin(\omega t + \phi_i)$$

- Rastojanje između dva najbliža delića koji osciluju u istoj fazi (ili im se faze razlikuju za  $2\pi$ ) je **talasna dužina**  $\lambda$ .



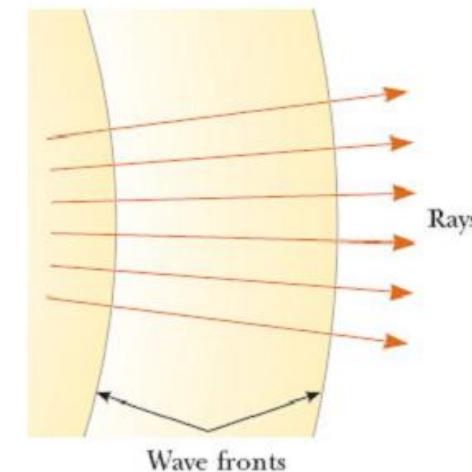
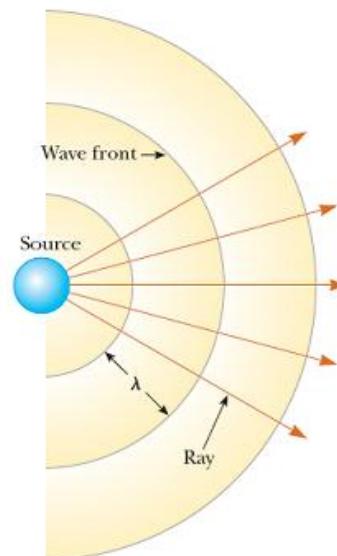
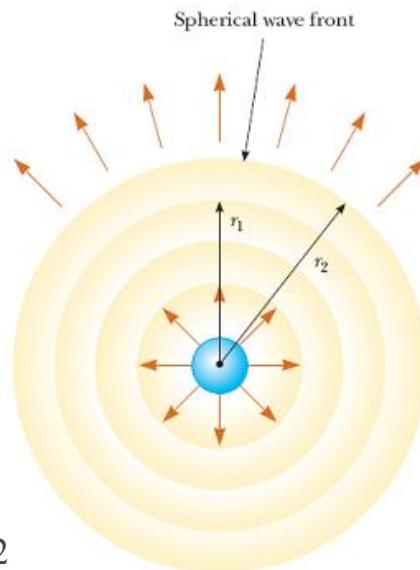
- Talasni poremećaj prelazi put od jedne talasne dužine dok delići sredine izvrše jednu oscilaciju (za vreme  $T$ ), pa je brzina prostiranja talasa (**fazna brzina**):



$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda v$$

# Prostiranje talasa u elastičnoj sredini

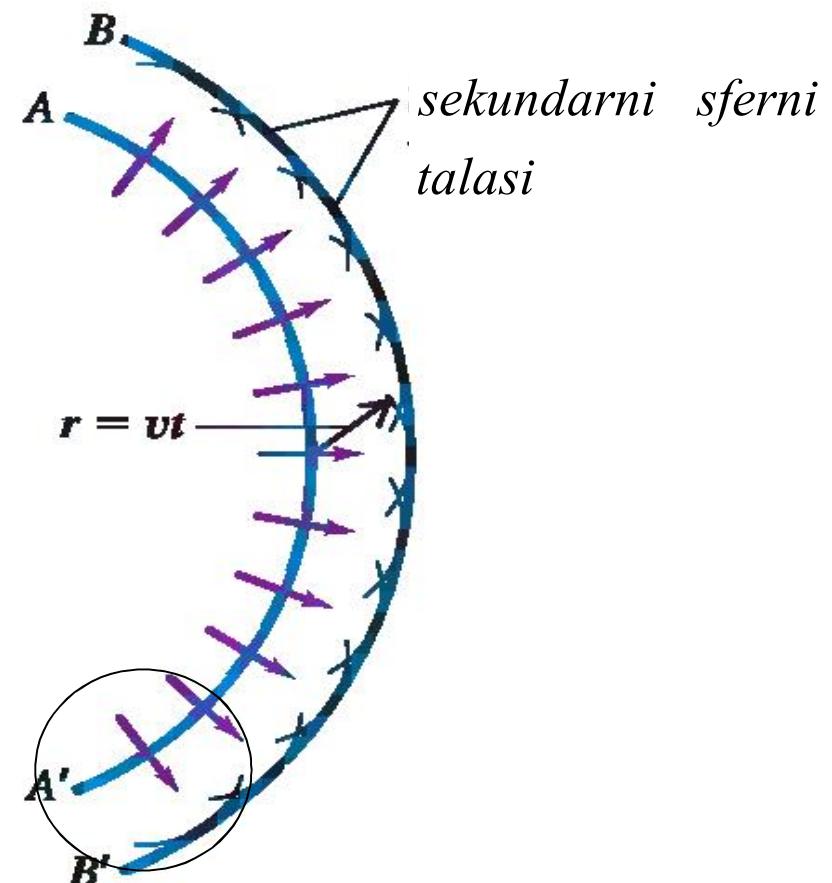
- Površina koja spaja tačke do kojih je stigao talasni poremećaj je **talasni front**.
- U homogenoj i izotropnoj sredini talasni front ima oblik sfere.
- Ako je talasni front ravan, reč je o ravnom talasu. Na velikoj udaljenosti od izvora talasa i sferni talas ima ravan talasni front.
- **Hajgensov princip:** Svaka tačka elastične sredine do koje je stigao talasni front može se smatrati novim izvorom talasa.



## HAJGENSOV PRINCIP

Osnova Hajgensove teorije talasa je postupak geometrijske konstrukcije koji omogućuje da se kaže gde će se nalaziti dati talasni front u bilo kom budućem trenutku ako se zna njegov sadašnji položaj. Ova konstrukcija se zasniva na Hajgensovom principu koji glasi:

Sve tačke talasnog fronta predstavljaju tačkaste izvore sekundarnih sfernih talasa. Posle vremena  $t$ , novi položaj talasnog fronta će biti površina koja tangira sekundarne sferne talase - obvojnica tih sekundarnih talasa. Pomoću ovog principa može se izvesti i zakon odbijanja i prelamanja.



## Jednačina progresivnog talasa

- Progresivni **talas** je talas koji se u celoj elastičnoj sredini prostire bez promene pravca ili smera.
- Prostiranjem talasa u nekoj elastičnoj sredini **u stanje oscilovanja** se dovode **sve tačke te sredine** i njihova elongacija se opisuje sinusnom (ili kosinusnom) funkcijom za harmonijsko kretanje.
- Zbog kašnjenja u oscilovanju udaljenijih delića sredine u odnosu na izvor talasa, definiše se jednačina koja opisuje **vremensku i prostornu zavisnost elongacije delića elastične sredine** - **jednačina progresivnog talasa**:

$$y = y_0 \sin(\omega t - \phi)$$

ili

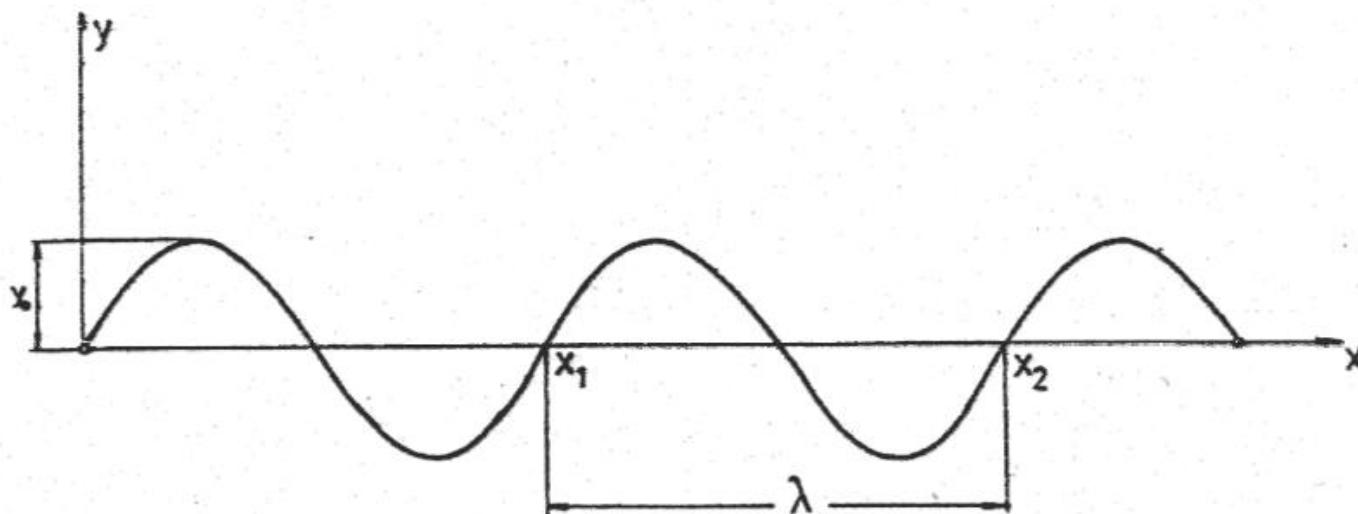
$$y = y_0 \sin \omega \left( t - \frac{T}{\lambda} x \right)$$

- Ovo je tzv. **talasna funkcija**, koja opisuje **elongaciju** proizvoljnog delića materijalne sredine, na rastojanju  $x$  od izvora talasa u proizvoljnom trenutku  $t$ .

- **Početna faza talasa:**

$$\phi = \frac{\omega T}{\lambda} x = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

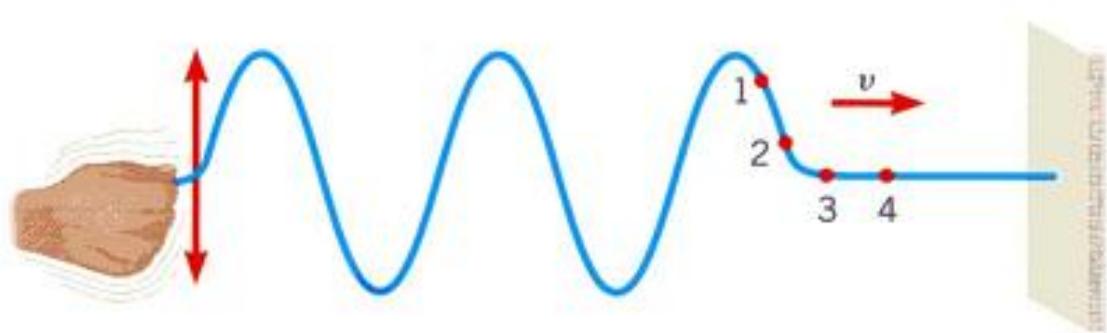
## Jednačina progresivnog talasa



- Razlika u fazi za dve tačke elastične sredine:  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$
- Delići osciluju u fazi:  
 $\Delta\phi = k 2\pi$  ili  $\Delta x = x_2 - x_1 = k \lambda$  rastojanje između tačaka elastične sredine koje su u fazi:
- Delići osciluju u suprotnim fazama:  
 $\Delta\phi = (2k - 1)\pi$  ili  $\Delta x = x_2 - x_1 = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}$  rastojanje između tačaka elastične sredine koje su u suprotnim fazama

# Brzina prostiranja talasa

- Brzina prostiranja mehaničkih talasa zavisi od **elastičnih osobina** materijalne sredine kroz koju se prostire.
- Za **trasverzalni talas** koji se prostire kroz zategnutu žicu ( $F$  - sila zatezanja žice;  $\mu = m/L$  - linijska masa žice), brzina talasa je:



$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{\rho V}{l} = \frac{\rho s l}{l} = \rho s$$

- U opštem slučaju, za **trasverzalni talas** koji se prostire kroz čvrsti materijal ( $G$  - modul smicanja materijala;  $\rho$  - gustina materijala), brzina talasa je:

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

# Brzina prostiranja talasa

- Za **longitudinalni talas** koji se prostire kroz **čvrsto telo** ( $E$  - Jangov modul elastičnosti;  $\rho$  - gustina tela), brzina talasa je:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Za **longitudinalni talas** koji se prostire kroz **tečnost** ( $K$  - koeficijent stišljivosti tečnosti;  $B$  - modul elastičnosti;  $\rho$  - gustina tečnosti), brzina talasa je:

$$c = \sqrt{\frac{1}{K \rho}} = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \frac{1}{K} = B$$

- Za **longitudinalni talas** koji se prostire kroz **gas** ( $\kappa$  - adijabatska konstanta;  $p$  - pritisak gasa;  $\rho$  - gustina gasa), brzina talasa je:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$c_p$  specifična toplota,  
▶ kapacitivnost gasa pri  
konstantnom pritisku

$c_v$  specifična toplota pri  
konstantnom pritisku

## Energija talasa

- Elongacija i brzina kretanja čestica (mase  $m$ ) sredine:

$$y = y_0 \sin \omega t \quad v = \frac{dy}{dt} = y_0 \omega \cos \omega t$$

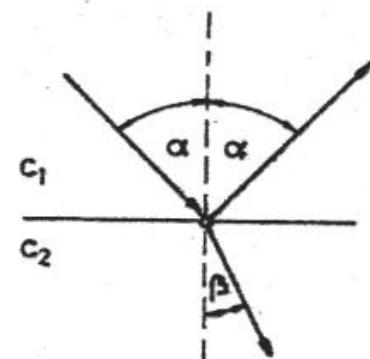
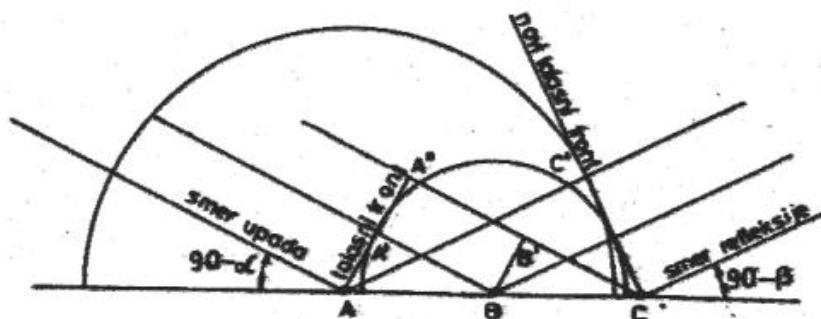
$$E = E_{k \max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 y_0^2$$

- Gustina energije  $u$  talasa:

$$u = nE = \frac{1}{2}\rho\omega^2 y_0^2$$

## Osnovne osobine talasnog kretanja. Odbijanje talasa

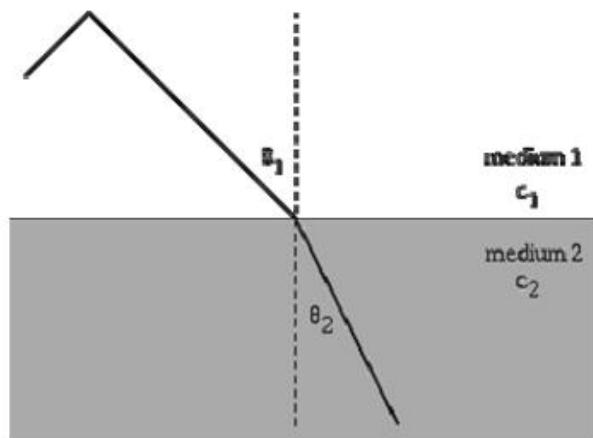
- Ravan talas na granici dve sredine u kojima su brzine prostiranja talasa različite delimično se **odbija**, a delimično **prelama**.



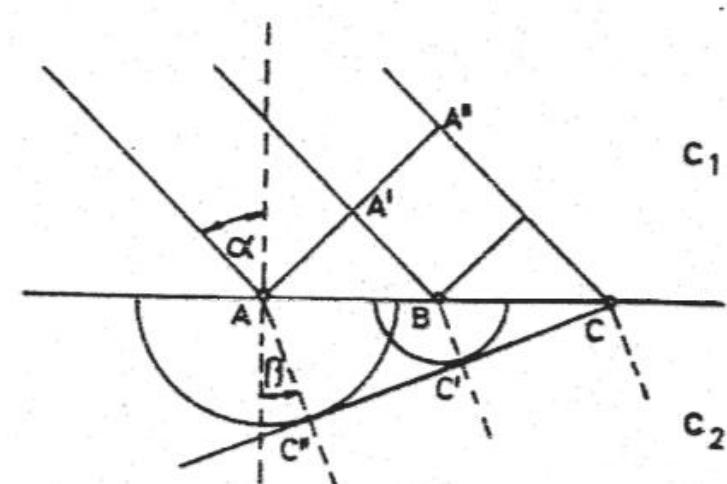
- Odbijanje (refleksija) talasa se objašnjava pomoću **Hajgensovog principa**: Svaka tačka na granici dve elastične sredine do koje je stigao talasni front može se smatrati novim izvorom talasa.
- Novi talasni front (odbijenog talasa) čini zajednička tangenta na sferne talasne frontove koji potiču od tačaka na granici dve sredine.
- Upadni ugao jednak je uglu odbijanja.
- Pravci upadnog i odbojnog talasa leže u istoj ravni.

## Prelamanje talasa

- Prelamanje (refrakcija) talasa se dešava na granici dve sredine u kojima se talas prostire različitim brzinama.
- Prema **Hajgensovom principu**, talasni front prelomljenog talasa menja pravac kretanja.
- Novi talasni front (prelomljenog talasa) čini zajednička tangenta na sferne talasne frontove koji potiču od tačaka na granici dve sredine.
- Ako se prelamaju talasi koji sadrže komponente **različite frekvencije**, dolazi do **disperzije** - svaka komponenta se prelama pod različitim uglom.

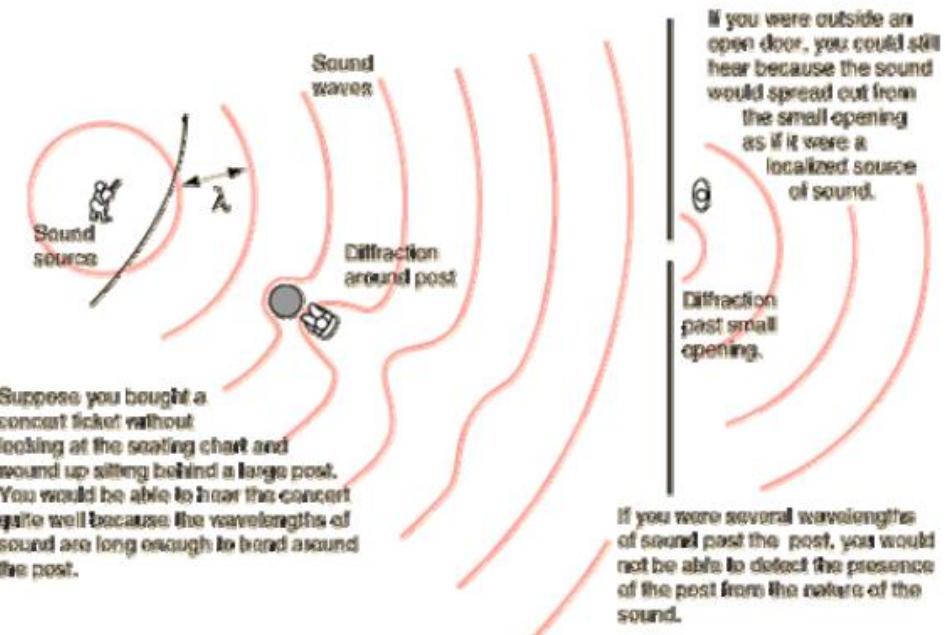
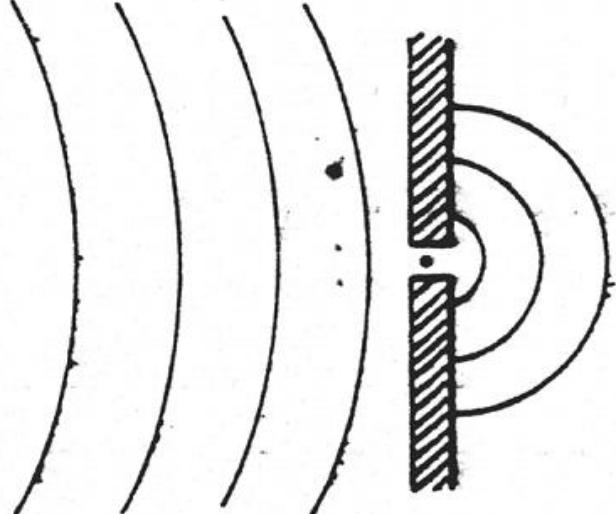


$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$



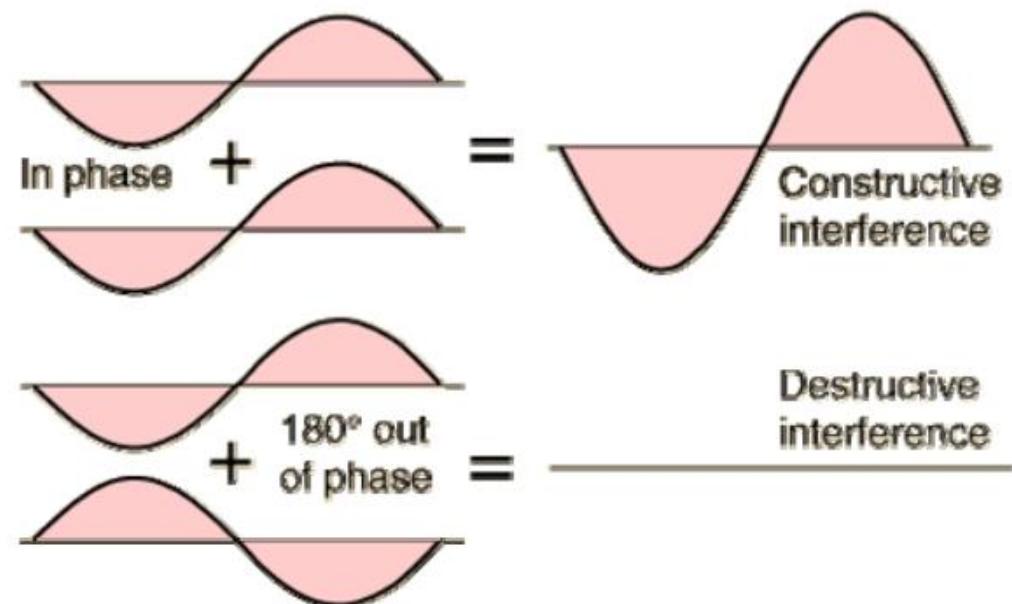
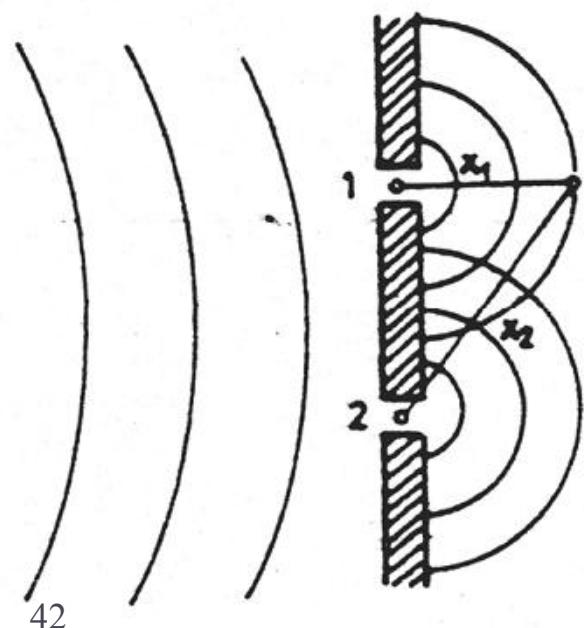
# Difrakcija talasa

- Difrakcija talasa je pojava širenja talasa iza prepreka sa pukotinom, odnosno savijanja talasa na preprekama. Talasi skreću sa prvobitnog pravca u istoj elastičnoj sredini.
- Dimenzije pukotine treba da su istog reda veličine kao i talasna dužina.
- Prema **Hajgensovom principu**, svaka tačka pukotine je novi izvor talasa.

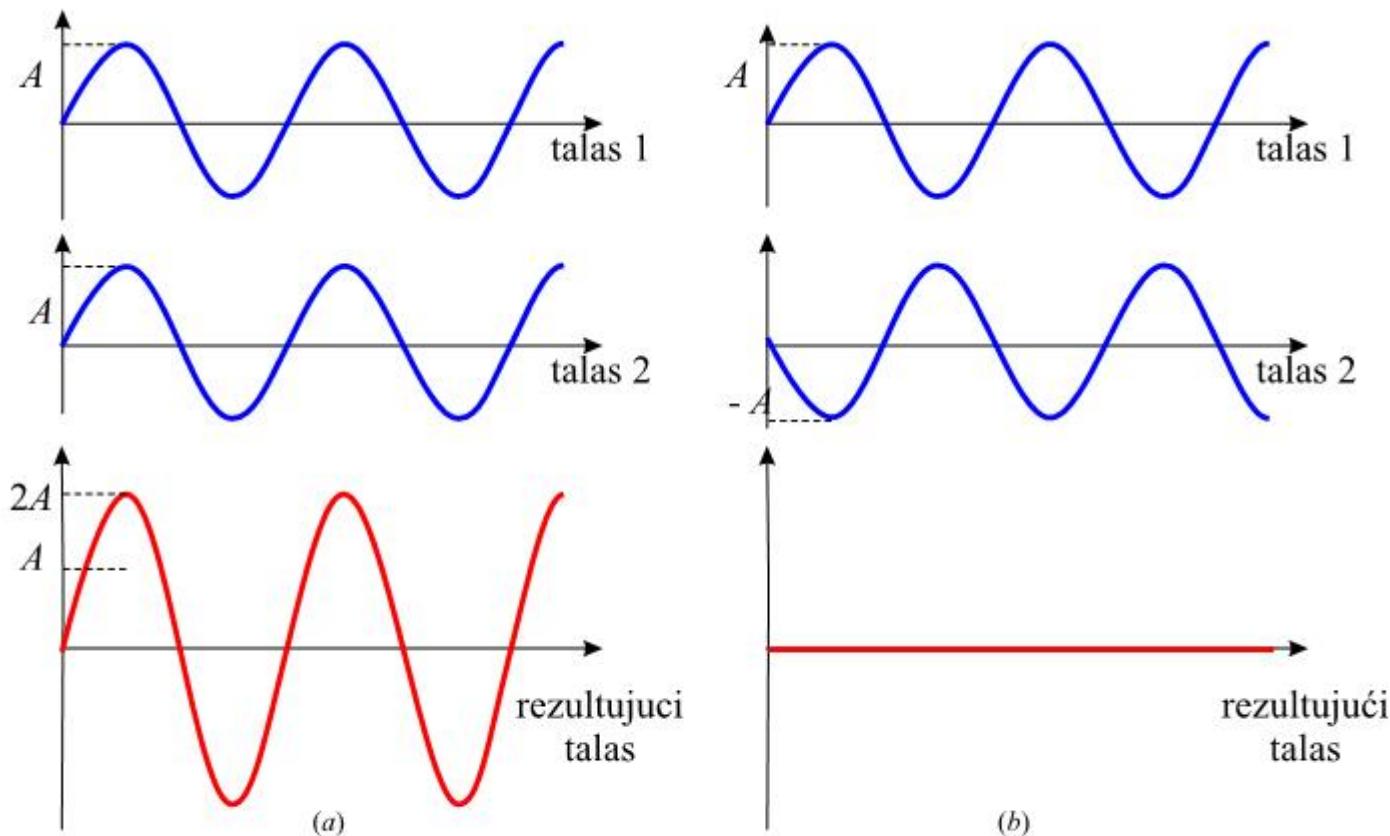


# Interferencija talasa

- Interferencija talasa je pojava **slaganja** (superpozicije) talasa koji se prostiru u istoj sredini.
- Interferencija se javlja samo ako postoji **stalna fazna razlika** između talasa koji interferiraju (**koherentni** talasi).
- Interferencija je **konstruktivna**, ako se amplitude sabiraju (talasi u fazi), a **destruktivna** ako se poništavaju (talasi u suprotnim fazama).

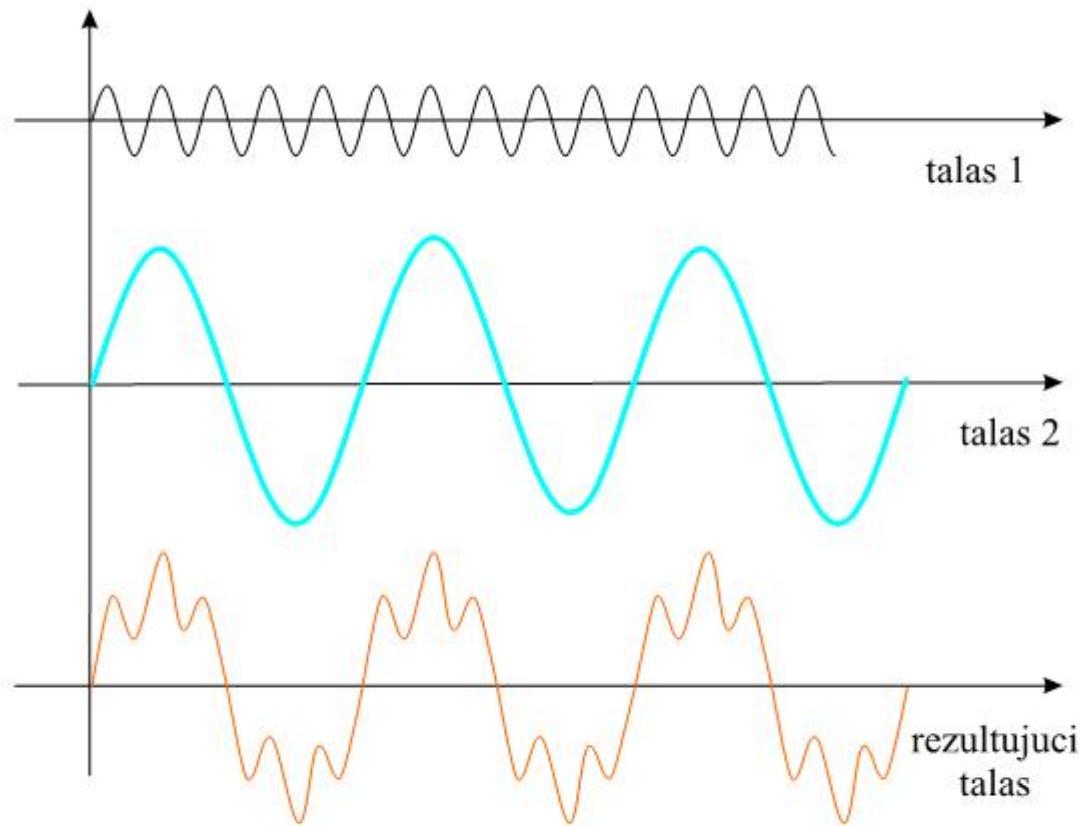


# Interferencija talasa



Slika 9.6: Konstruktivna i destruktivna interferencija dva identična progresivna talasa.

# Superpozicija talasa

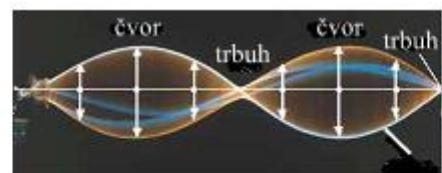


Slika 9.7: Superpozicija dva talasa koja nisu identična. Rezultujuća amplituda je jednaka zbiru amplituda pojedinih talasa.

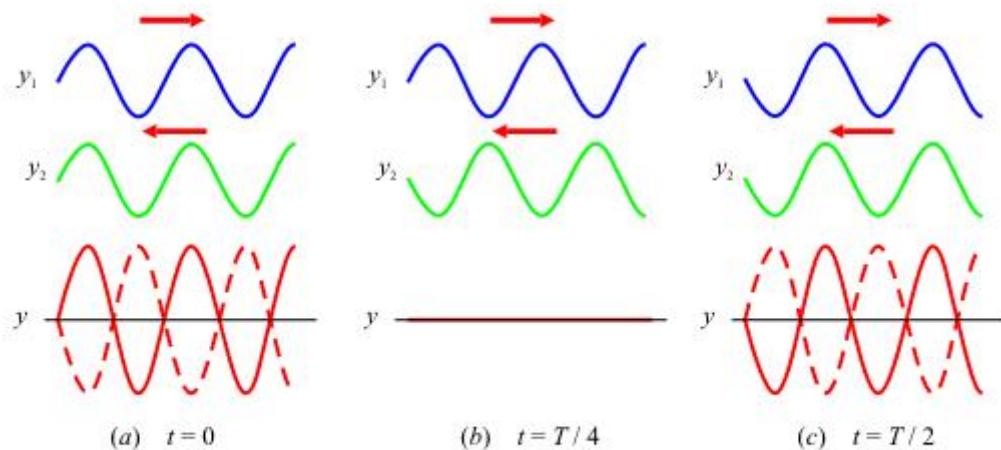
# Stojeći talas

Ponekad se dešava da se **talasi ne prostiru** već da se **vibracije odvijaju stalno na istom mestu**. Takvi talasi se na primer mogu videti na površini mleka u časi kada je stavimo u frižider. Vibracije motor frižidera se prenose na času i na mleko u njoj tako da njegova površina osciluje ali se te oscilacije ne prenose.

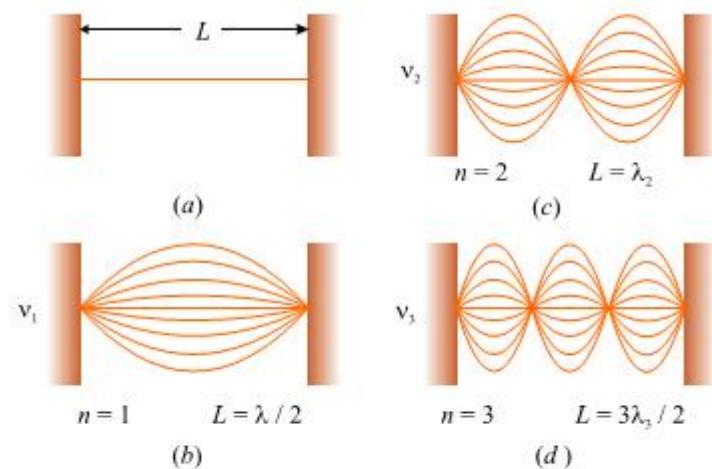
Izgled stojećeg talasa koji se dobija od dva individualna progresivna talasa suprotnih smerova



Slika 9.8: Multipleš fotografija stojećeg talasa na žici.



Slika 9.9: Oblik stojećeg talasa u raznim momentima vremena.



Slika 9.10: Normalni modovi na zategnutoj žici dužine  $L$ .

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

- 
- ▶ [https://www.youtube.com/watch?v=8xE\\_nT3QySo](https://www.youtube.com/watch?v=8xE_nT3QySo)
  - ▶ Rezonance most

