

ZADACI

1. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n}$, $a > 1$.

Rješenje: konvergira.

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^k} - \frac{1}{(n+1)^k} \right)$, $k \geq 0$.

Rješenje: konvergira.

3. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$.

Rješenje: konvergira.

4. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$.

Rješenje: divergira.

5. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{3}}$.

Rješenje: konvergira.

6. Dokazati konvergenciju i izračunati sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$.

Rješenje: 3.

7. Izračunati sumu reda $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$.

Rješenje: $1 - \sqrt{2}$.

8. Naći red čija je parcijalna suma $S_n = \frac{1}{n}$.

Rješenje: $1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n-1)}$.

9. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{2}$.

Rješenje: divergira.

10. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^p \cdot \ln^q n}$.

Rješenje: Ako je $p > 1$ posmatrani red konvergira za svako q . Ako je $p = 1$ posmatrani red konvergira za $q > 1$, a divergira za $q \leq 1$. Ako je $p < 1$ posmatrani red divergira za svako q .

11. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{2^n}$.

Rješenje: konvergira.

12. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$.

Rješenje: divergira.

13. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$.

Rješenje: konvergira.

14. U zavisnosti od realnog parametra a ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(an)^n}$.

Rješenje: Za $a > \frac{1}{e}$ posmatrani red konvergira. U ostalim slučajevima divergira.

15. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt{n}}$.

Rješenje: konvergira.

16. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$.

Rješenje: konvergira.

17. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$.

Rješenje: konvergira.

18. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}$.

Rješenje: konvergira.

19. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 p^n}{(2n)!}$, $p > 0$.

Rješenje: Za $p < 4$ posmatrani red konvergira, a za $p > 4$ posmatrani red divergira.

20. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n p^n$, $p > 0$.

Rješenje: Za $p < 2$ posmatrani red konvergira, a za $p > 2$ posmatrani red divergira.

21. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$. **Rješenje:** konvergira.