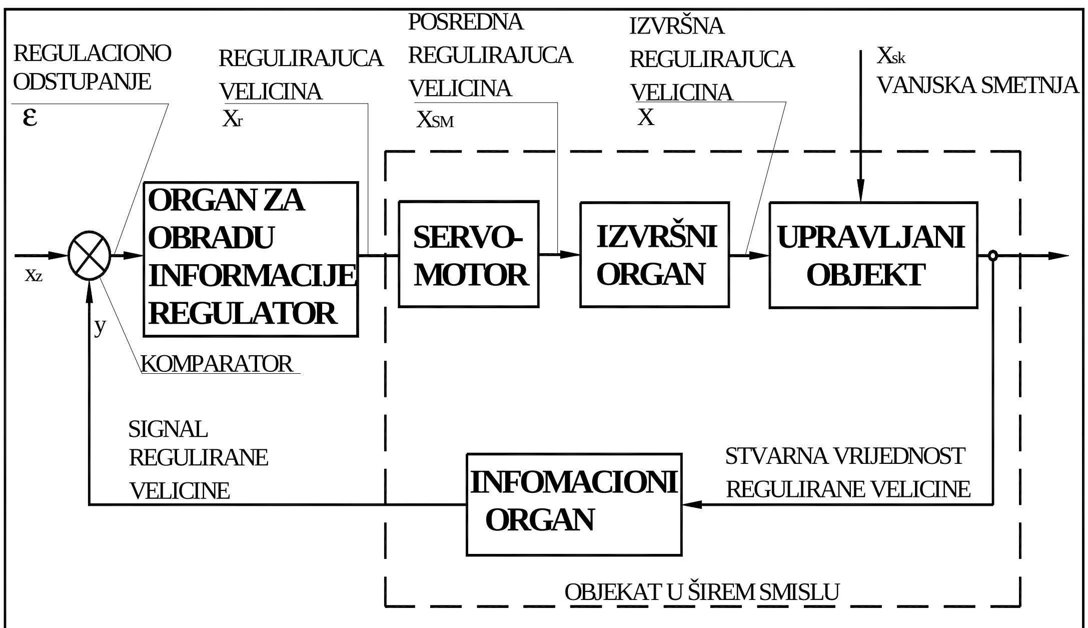
Glava III

PROSTI REGULACIONI KRUG

3.1. UVOD

Najprostiji sistem automatskog upravljanja jednom reguliranom veličinom može se predstaviti slikom 3.1.

Stanje objekta je definirano veličinom y_s. Ako se želi upravljati objektom, to se postiže na taj način da se veličina y_s ponaša po unaprijed zadanom zakonu koji je definiran zadanom vrijednošću x_z. Zadana vrijednost x_z u općem slučaju je vremenski promjenjiva funkcija, a u posebnom slučaju može biti konstanta. U prvom slučaju se radi o upravljanju veličine y, a u drugom slučaju o stabilizaciji veličine y.



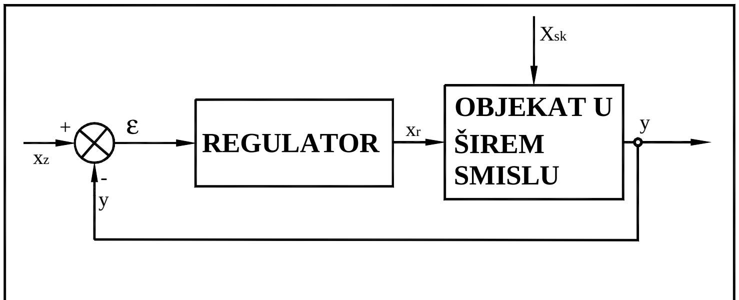
Slika 3.1.

Stvarno stanje objekta se mjeri informacionim organom, i to mjerenjem stvarne vrijednosti regulirane veličine y_s, te se signal y koji predstavlja signal regulirane veličine y_s u pogodnoj formi vodi na usporedbi sa zadanom vrijednošću x_z. Razlika zadane i signala stvarne vrijednosti, regulaciono odstupanje ε je ulazna informacija u organ za obrada informacije (regulator) koji generira na svome izlazu regulirajuću veličinu x_r. Regulirajuća veličina x_r je signal predstavljen vremenskom funkcijom koja je po obliku i predznaku upravo takva da djelujući na objekat izjednači signal regulirane veličine y sa zadanom vrijednošću x_z, bez obzira na postojenje smetnje x_{sk} (indeks k pokazuje da se radi o 1, 2 ..... k smetnji). Regulirajuća veličina x_r obično nije u takvoj formi da može izvesti odgovarajući zahvat na objektu, te je u servomotoru potrebno izvršiti energetsko pojačanje signala koje izvršnom organu omogućava pogodno djelovanje na objekat izvršnom regulirajućom veličinom x.

S obzirom da je regulator onaj elemenat koji na osnovu informacija sa objekta generira regulirajuću veličinu, očevidno je da se svi elementi konture mogu grupisati u dva glavna kompleksa:

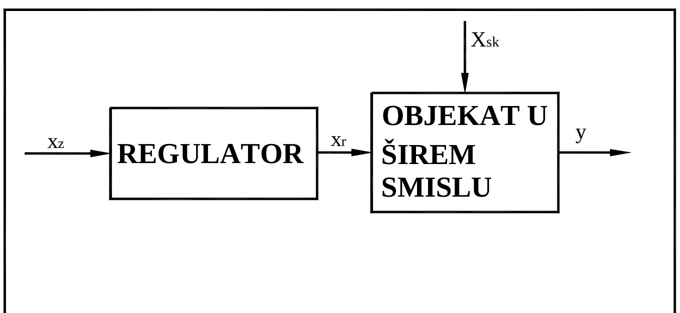
1. – objekat u širem smislu, koji se sastoji od servomotora, izvršnog organa, objekta i informacionog organa,
2. – regulator sa postavljačem zadane vrijednosti i komparatorom,

jer regulator pred sobom «vidi» upravo objekt u širem smislu i parametre podešenja regulatora je potrebno prilagoditi cijelom prvom kompleksu. Regulator ne može separirati utjecaj dinamike i statike objekta od dinamike i statike informacionog organa, servomotora ili izvršnog organa.



Slika 3.2.

Upravo radi toga se proračun regulatora i provodi prema objektu u širem smislu. Zato će u daljem tekstu, osim prilikom izučavanja izbora i dimenzioniranja izvršnih i informacionih organa, cijelo vrijeme biti razmatran objekt u širem smislu kao integralni kompleks, te se sl. 3.1. svodi na pojednostavljenu formu prikazanu na sl. 3.2., gdje se vidi sistem upravljanja sa povratnom spregom. Na sl. 3.3. se vidi sistem bez povratne sprege.



Slika 3.3.

Jedan od osnovnih zadataka koji se pojavljuju pri projektovanju sistema upravljanja je izbor najpogodnijeg zakona upravljanja za dati objekt, koji treba biti sadržan u regulatoru (tj. izbor zakona obrade informacije ε s ciljem generiranja korektne veličine x_r). Teškoća u rješavanju ovog zadataka je u tome što signali (od kojih neki i međusobno djeluju) cirkuliraju u zatvorenoj konturi. Zatvorenost konture se očituje u postojanju povratne sprege, koja je neophodna zato, da bi na ulaz regulatora mogla stizati kontinuirano informacija o stanju objekta u svakom trenutku vremena.

Pri odsustva povratne sprege proračuni se značajno uproštavaju, ali se pojavljuje mogućnost da regulirana veličina nekontrolirano «odšeta» od zadane vrijednosti kao rezultat djelovanja na objekt vanjskih smetnji i neizbježnih netočnosti u aparaturama sistema upravljanja.

Sistem se povratnom spregom, osim teškoća koje proizlaze iz same činjenice o cirkulaciji signala u zatvorenoj konturi, ima još jednu osobinu koja mu je svojstvena. Naime, regulator stupa u djelovanje tek poslije pojave određenog regulacionog odstupanja, te regulaciona odstupanja principijelno ne mogu biti izbjegnuta. Jedino se može sistem projektirati tako da ta odstupanja bude što manja. Kasnije će se pokazati da smanjenje greške upravljanja i povećanje točnosti rada sistema se može dobiti putem povećanja pojačanja regulatora, što omogućava da regulator generira regulirajuću veličinu na temelju veoma malenog regulacionog odstupanja. Ali, veličina pojačanja je ograničena, kako tehničkim mogućnostima aparature tako i činjenicom da sistemi sa povratonom spregom pri povećanju pojačanja mogu izgubiti stabilnost. Da se i pri većem pojačanju dobije zadovoljavajuća stabilnost, potrebno je usložniti zakon upravljanja, što opet podiže cijenu rješenja. Na taj način zadatak izbora najprihvatljivijeg zakona upravljanja svodi se na izbor razumnog kompromisa između točnosti, stabilnog ponašanja konture i jednostavne realizacije sistema.

Predmet izučavanja ovoga poglavlja je upravo u definiranju smetnji koje kvare rad sistema, kriterijuma podešenja sistema koji optimalno odstranjuje uticaje smenji, kao i ograničenja diktiranog zahtjevima stabilnosti.

3.2. SMETNJE U REGULACIONIM KONTURAMA

Jedan od glavnih uzroka koji remete rad objekta i otklanjaju reguliranu veličinu sa zadane vrijednosti ili već uspostavljenog stacionarnog stanja su smetnje. Smetnje se mogu klasificirati prema više kriterija, što će i biti učinjeno u ovom odjeljku.

Po trajanju, smetnje se mogu podijeliti na: 1. dugotrajne, 2. smetnje srednjeg trajanja i 3. kratkotrajne smetnje.

Ocjena kojoj grupi smetnja pripada, odnosi se na temelju poznavanja prelaznog procesa u dobro podešenoj konturi; tačnije, poznavanje vremena smirenja prelaznog procesa T_s. Ako je trajanje smetnje duže od T_s, smetnja se smatra dugotrajnom, ako je približnoj jednako T_s, tada je to smetnja srednjeg trajanja, a ako je trajanje smetnje kraće od T_s, smetnja se smatra kratkotrajnom.

Po učestanosti sa kojom napadaju objekt, smetnje se mogu podijeliti na dvije grupe:
1. česte smetnje i 2. rijetko dolazeći smetnje. Ako je period između pojave smetnji manji od T_s, smetnje se smatraju čestim smetnjama i posebno su neugodne po sistem, jer se sistem ni u jednom trenutku ne nalazi u stacionarnom stanju.

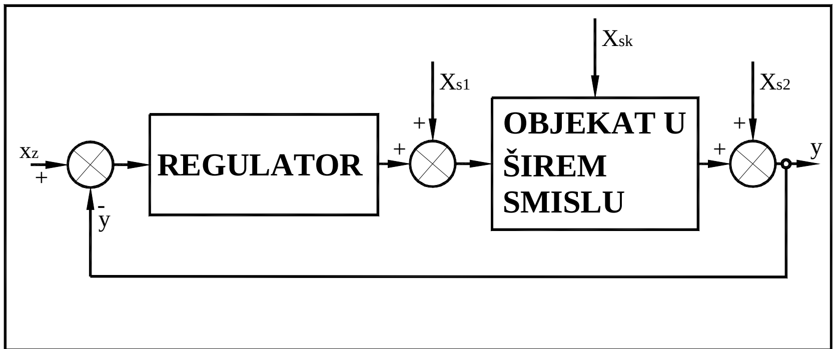
Po mjerljivosti, smetnje se dijele na: 1. mjerljive smetnje, 2 nemjerljive smetnje i
3. posredno mjerljive smetnje.

Prve su najmanje neugodne, jer omogućavaju primjenu posebnih postupaka za otklanjanje njihovih uticaja, ali su veoma rijetke. Na žalost, smetnje druge grupe su najčešće i najteže se otklanjaju njihovi uticaji. Smetnje treće grupe su manje neugodne, jer uz primjenu posebnih mjernih i ocjenskih tehnika, uz nešto komplikovaniju aparaturu za njihovu ocjenu i posredno mjerenje, problem svode na onaj koji postoji u prvoj grupi smetnji.

Po karakteru vremenske funkcije koja opisuje smetnju, moguće je podijeliti smetnje na: 1. stohastičke (slučajne) smetnje i 2. smetnje iz klase standardnih funkcija. Slučajne smetnje imaju nepredvidiv karakter, a smetnje koje se susreću u industrijskim procesima najčašće spadaju u tu grupu. Smetnje iz klase standardnih funkcija mogu biti bilo kojega vida sa sl. 1.2. Nekada su one neželjeni pratilac rada procesa, a nekada se namjerno uvode u sistem u svrhe testiranja sistema ili namjerne promjene režima rada sistema.

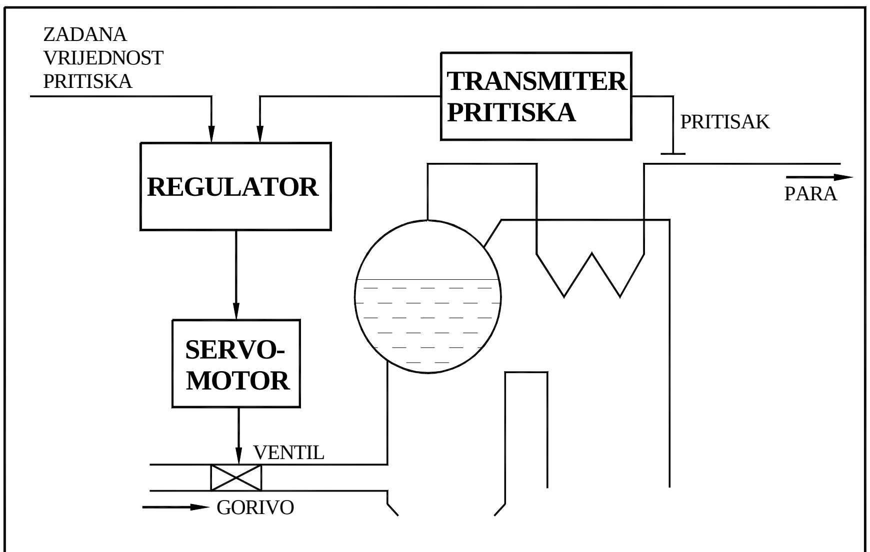
Po mjestu ulaza, smetnje se mogu podijeliti na: 1. smetnje po opterećenju, 2. smetnje od izvršnog organa i 3. smetnje od zadane vrijednosti.

Sl. 3.4. ilustrira smetnje sve tri grupe s obzirom na mjesto ulaza. Smetnja po opterećenju je označena sa x_{s2}, smetnja od izvršnog organa sa x_{s1}, a x_z je zadana vrijednost koja predstavlja smetnju, ako je promjenljiva u toku vremena.



Slika 3.4.

Pri tome izraz «od izvršnog organa» ne treba shvatiti tako, da je izvršni organ uzrok smetnji, nego «smetnja dolazi u objekat sa iste strane otkuda i djelovanje izvršnog organa».



Slika 3.5.

Sa x_{sk} su označene smetnje bez naznake mjesta ulaza, kako se to često na shemama kontura označava općenito. Tek dopunska oznaka ili sama priroda smetnje x_{sk} dopunski opredjeljuje stvartno mjesto ulaza.

Sljedeći primjer će ilustrirati smetnje s obzirom na mjesto ulaza, sl. 3.5.

Jedna od reguliranih veličina generatora pare je pritisak, a njoj pripadna regulirajuća veličina je protok goriva određene kalorične moći.

Ako se promijeni potrošnja pare na izlazu iz kotla, s obzirom na međuovisnost veličina protoka i pritiska pare u izlaznoj magistrali kotla, promijenit će se pritisak. Dakle, protok pare ovdje igra ulogu smetnje po opterećenju.

Ako se pri nekom ravnotežnom stanju prikazanog sistema u jednom trenutku promijeni kalorična moć goriva, to će djelovati na izlazni pritisak i to je smetnja od izvršnog organa, jer bi se isti efekat mogao postići i pomjeranjem izvršnog organa pri nepromijenjenoj kaloričnoj moći goriva.

Ako se pri ravnotežnom stanju istog sistema promijeni zadana vrijednost, to će uzrokovati, kroz regulator, servomotor i izvršni organ djelovanje koje će promijeniti pritisak na vrijednost koja odgovara novoj zadanoj vrijednoosti. Dakle, sistem je dobio smetnju od zadane vrijednosti. Ovaj tip smetnji se pojavljuje kod regulacija odnosa, kaskadnih regulacija, računalske koordinacije regulacionih krugova i programskih upravljanja.

S obzirom da su smetnje, kako se iz navedenog vidi, veoma različite po izvoru, prirodi, mjestu ulaza itd., potrebno je da se nađe jedinstven način za kvantitativno vrednovanja smetnji. Pošto (Kako) je moguće, poštujući pravila algebre blokova, vršiti strukturne transformacije u sistemu automatskog upravljanja, općenito je prihvaćeno da se smetnje kvantitativno vrednuju u procentima hoda izvršnog organa. Drugim riječima, smetnje se, bez obzira na mjesto ulaza, prevode na ekvivalentni hod izvršnog organa, koji uzrokuje isti efekat na reguliranu veličinu kao i veličina smetnje koja se razmatra.

3.3. KRITERIJUM OPTIMALNOG PODEŠENJA REGULATORA

U realnim uvjetima rada, svaki regulacioni sistem je podvrgnutu utjecaju smetnji i regulirajućih veličina, čiji karakter je najčešće nemoguće unaprijed predskazati. Zato je proračun parametara podešenje sistema, općenito govoreći, potrebno provoditi polazeći od nekih usrednjenih karakteristika tih smetnji. Pri takvom pristupu nije moguće točno odrediti prelazne procese koji se mogu pojaviti u sistemu u procesu njegovog rada, nego je moguće samo govoriti o najboljem ispunjavanju nekog kriterija koji sa potrebnim stupnjom točnosti karakterizira rad sistema. Ako je sistem neprekidno podvrgnut djelovanju promjenjivih smetnji, te se cijelo vrijeme nalazi izvan stacionarnog stanja, tada je za istraživanje ponašanja takvog sistema potrebno koristiti matematički aparat teorije slučajnih procesa, a posebice je važno dobivanje spektralnih funkcija tih smetnji.

U praksi automatizacije proizvodnih procesa, u ogromnom broju slučajeva se radi o smetnjama koje se mogu promatrati kao niz zasebnih smetnji u periodima između kojih sistem uspijeva da dođe u stacionarno stanje. U tom slučaju sistem se može promatrati običnim metodama, na temelju spektra smetnje. Međutim, smetnje su veoma različite i nemoguće je za svaku smetnju poznavati njen spektar, te se moraju i spektri smetnji tipizirati pomoću usrednjavanja. Najčešći tipski spektar smetnji je onaj kod koga amplitude u spektru monotono opadaju sa porastom frekvencije, tj. smetnje imaju izražen niskofrekventni spektar. Takve će se smetnje u daljem tekstu i razmatrati.

Sa te tačke gledišta, idealnim regulacionim krugom treba smatrati onaj koji ima idealna filterska svojstva, tj. u opsegu frekvencija od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$, ima amplitudno–frekventnu karakteristiku jednaku nuli s obzirom na smetnje, a u istom opsegu frekvencija, ima amplitudno–frekventnu karakteristiku jednaku jedinici s obzirom na zadanu vrijednost [2].

$$
\begin{aligned}
|\phi_{sk}(j\omega)| &= \left|\frac{Y(j\omega)}{X_{sk}(j\omega)}\right| = 0 \\
|\phi_{x_z}(j\omega)| &= \left|\frac{Y(j\omega)}{X_z(j\omega)}\right| = 1
\end{aligned}
\qquad (3.1)
$$

Ovaj uvjet se u realnim sistemima ne može točno ispuniti.

Zadatak izbora parametara podešenja regulatora i svodi se upravo na to, da se u najvećem stupnju izvrši približenje amplitudno–frekventne karakteristike realnog sistema karakteristici idealnog sistema datoj jednadžbom (3.1). Ovo je riješeno metodama teorije približenja funkcija, koja se može formulirati na sljedeći način:

Zadana je neka funkcija $f_1(\omega)$ neovisnog argumenta ω i funkcija $f_2(\omega, a, b, \dots)$ koja ovisi, osim od ω, još i od nekih promjenjivih parametara $a, b, \dots$. Potrebno je tako odabrati brojčane vrijednosti $a, b, \dots$ da razlika

$$f_2(\omega, a, b, \dots) - f_1(\omega) \tag{3.2}$$

bude minimalna u određenom smislu.

U ovom slučaju $f_1(\omega)$ je amplitudno–frekventna karakteristika idealnog sistema, karakteristika $f_2(\omega, a, b, \dots)$ je amplitudno–frekventna karakteristika realnog sistema, a promjenjivi parametri $a, b, \dots$ parametri podešenja regulatora.

Izbor metoda približenja pomoću kojega se određuju parametri podešavanja sistema, diktirani su konkretnim uvjetima njegovog rada. Pošto se u realnim sistemima ne može ispuniti jednadžba (3.1) koja traži da sistem bude idealan filter za smetnje, u opsegu frekvencije od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$, parametri podešenja se biraju tako da sistem najintenzivnije filtrira «najopasnije» frekvencije spektra smetnje. Kako je već napomenuto, u tehnološkim procesima najčešće su smetnje sa izraženim niskofrekventnim dijelom spektra, te je i zadatak izbora približenje tima definiran. Kao primjer može se razmotriti spektar najneugodnije moguće, tj. skokovite smetnje.

Laplasov transformat skokovite, jedinične funkcije je:

$$L[u(t)] = \frac{1}{s} \tag{3.3}$$

Zamijenivši s sa $j\omega$, dobije se spektar:

$$S[u(t)] = \frac{1}{\omega} \tag{3.4}$$

otkuda se vidi da intenzitet spektra raste sa smanjenjem frekvencije. Dakle, «najopasnije» frekvencije spektra smetnje su niske, te i približenje

$$f_2(\omega, a, b, \dots) - f_1(\omega) = MIN \tag{3.5}$$

treba provesti u domenu niskih frekvencija.

Ako se rečenom doda i činjenica, da su realni elementi od kojih je realizirana regulaciona kontura, svi odreda inercionog tipa, te su time niskofrekventni filtri, tada je kao metod približenja frekventnih karakteristika podobno izabrati onaj koji garantira najbolje približenje u okolini $\omega = 0$. Ovome dovoljno dobro odgovara metod približenja putem razlaganja funkcije u Tejlorov red.

Amplitudno–frekventna karakteristika sistema s obzirom na neku $k-$tu smetnju se razloži u Tejlorov red sa centrom razlaganja u $\omega = 0$:

$$|\phi_{sk}(j\omega)| = |\phi_{sk}(j0)| + \frac{d}{d\omega}|\phi_{sk}(j0)|\Delta\omega + \frac{1}{2}\frac{d^2}{d\omega^2}|\phi_{sk}(j\omega)|\Delta\omega^2 + \cdots \tag{3.6}$$

Cijela funkcija će manje odstupati od nule, što je veći broj članova njezinog razlaganja u red jednak nuli, te se uvjeti optimalnosti mogu napisati kao:

$$|\phi_{sk}(j0)| = 0$$

$$\frac{d}{d\omega}|\phi_{sk}(j0)| = 0. \tag{3.7}$$

Analogno tome za amplitudno–frekventnu karakteristiku sistema, s obzirom na zadanu vrijednsot slijedi:

$$\left|\phi_{x_z}(j0)\right| = 1$$

$$\frac{d}{d\omega}\left|\phi_{x_z}(j0)\right| = 0. \tag{3.8}$$

Iz dobivenih jednadžbi (3.7) i (3.8) određuju se parametri podešavanja regulatora. U slučaju, da točnu jednakost nuli koeficijenata razlaganja nije moguće dobiti, optimalnim parametrima podešavanje odgovaraju njihovi minimalni iznosi.

Kao napomena stoji, da težnju ostvarivanja što bolje filtracije smetnji ne treba realizirati na račun stabilnosti sistema. Prema tome, proračun treba vršiti u sljedećim etapama:

1. U prostoru parametara podešenja regulatora odredi se granica oblasti u kojoj sistem ima zadovoljavajući relativnu stabilnost
2. U toj oblasti odredi se točka koja zadovoljava minimalno odstupanje frekventnih karakteristika realnog sistema od karakteristika idealnog sistema.
3. Bilo analitičkim bilo grafičkim putem, ali najčešće modeliranjem provjerava se rad tako podešenog sistema, te se mogu parametri još dopunski točnije odrediti.

3.4. REGULACIONA KONTURA KAO OPTIMALNI FILTER SMETNJI

Na sl. 3.6a. prikazan je prosti, jednokonturni regulacioni krug pod djelovanjem smetnji $x_{s1}, \dots \dots\ x_{sk}$. Radi kratkoće, na slici, a i u daljem tekstu, umjesto objekat u širem smislu, označeno je prosto objekat. Sljedeće oznake će se koristiti u ovom razmatranju:

y – mjera stvarne vrijednosti regulirane veličine y_s; kraće, signal regulirane veličine,
x_z – zadana vrijednost regulirane veličine,
ε – regulaciono odstupanje, razlika $x_z -$ y,

$W_r(s) = \frac{X_r(s)}{\varepsilon(s)} - \ prenosna\ funkcija\ regulatora$

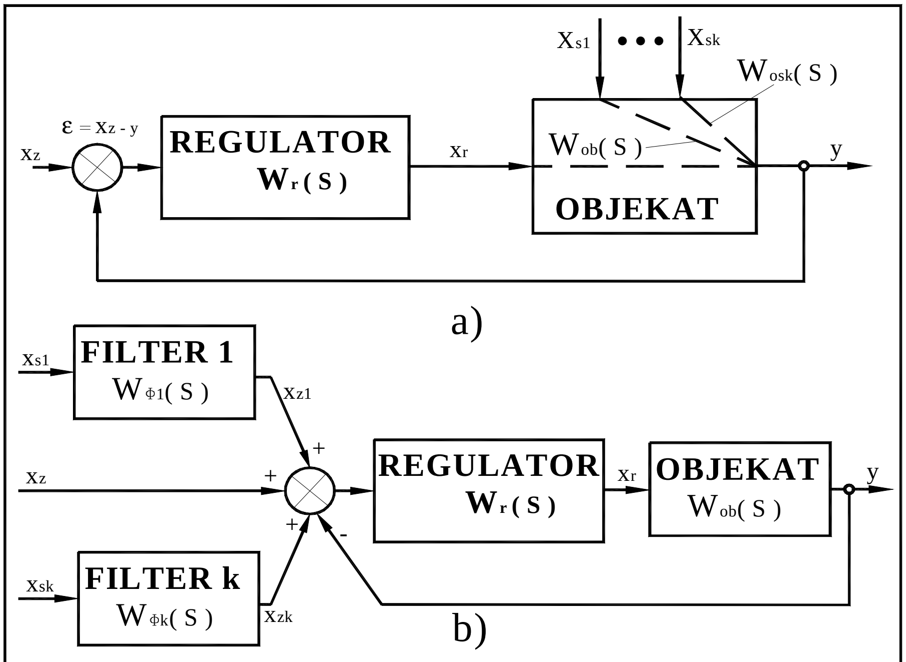
$W_{ob}(s) = \frac{Y(s)}{X_r(s)} - \ prenosna\ funkcija\ objekta\ s\ obzirom\ na\ regulirajuću\ veličinu\ x_r$

$W_{osk}(s) = \dfrac{Y(s)}{X_{sk}(s)} - prenosna\ funkcija\ objekta\ s\ obzirom\ na\ k - tu\ smetnju\ x_{sk}$.

Za ovu shemu se mogu napisati jednadžbe:

$$Y(s) = W_{ob}(s) \cdot X_r(s) + \sum_{i=1}^{k} W_{osi}(s) \cdot X_{si}(s)\,;$$

$$X_r(s) = W_r(s) \cdot \varepsilon(s); \qquad \varepsilon(s) = X_z(s) - Y(s) \tag{3.9}$$



Slika 3.6.

otkuda se eliminacijom $X_r(s)$ i $\varepsilon(s)$ dobiva izraz za reguliranu veličinu sistema s obzirom na signal regulirajuće veličine i smetnju

$$Y(s) = \Phi_z(s) \cdot X_z(s) + \sum_{i=1}^{k} \Phi_{si}(s) \cdot X_{si}(s) \tag{3.10}$$

gdje su:

$$\Phi_z(s) = \frac{W_{ob}(s) \cdot W_r(s)}{1 + W_{ob}(s) \cdot W_r(s)}$$

$$\Phi_{si}(s) = \frac{W_{osi}(s)}{1 + W_{ob}(s) \cdot W_r(s)} \qquad za \quad i = 1,2,3 \dots \dots k. \tag{3.11}$$

Sistem automatskog upravljanja ima toliko ulaza, koliko na njega djeluje zadanih vrijednosti i smetnji. Uvjeti optimalnsoti (3.7) i (3.8) dobivaju značajno jasniji fizikalni smisao, ako se sve smetnje prevedu formalno na isti ulaz sa zadanom vrijednošću. U tom slučaju struktura shema sistema sa sl. 3.6.a) se može zamijeniti sa onom prikazanom na sl. 3.6.b), gdje sve smetnje $x_{s1}, \dots \dots\ x_{sk}$, prolazeći prethodno kroz odgovarajuće filtre sa prenosnim funkcijama $W_{\Phi i}(s), \dots \dots W_{\Phi k}(s)$, dolaze na ulaz regulatora u vidu dodatnih ulaza $x_{z1}, \dots \dots\ x_{zk}$, zajedno sa zadanom vrijednošću x_z.

Za transformiranu shemu se može pisati:

$$Y(s) = \Phi_z(s) \cdot X_z(s) + \Phi_z(s) \cdot \sum_{i=1}^{k} W_{\Phi i}(s) \cdot X_{si}(s) \tag{3.12}$$

Pošto se radi o istom sistemu, samo u dvije formalne predstave, iz uvjeta ekvivalentnosti se može dobiti izraz za ulazne filtere:

$$W_{\phi i}(s) = \frac{W_{osi}(s)}{W_{ob}(s) \cdot W_r(s)} \quad za \quad i = 1,2,3 \dots\dots k. \tag{3.13}$$

Izlazne veličine filtera smetnji $x_{z1}, \dots\dots x_{zk}$ mogu se promatrati kao smetnje koje se superponiraju na korisni signal x_z, koji sistem mora, prema (3.8), propuštati maksimalno. Zato se uvjeti najmanjeg utjecaja smetnji na sistem, formalno svode na to da se izborom odgovarajućeg podešenja regulatora, svedu mogući izlazi filtera smetnji na nulu ili što manju vrijednost. U vezi s tim, uvjeti optimalnosti (3.7) i (3.8) mogu se zamijeniti sa:

$$\begin{gathered} \left|W_{\phi i}(j0)\right| = 0 \\ \frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi i}(j0)\right| = 0 \quad za \;\; i = 1,2,3 \dots\dots k \\ |\Phi_z(j0)| = 1 \\ \frac{d}{d\omega}|\Phi_z(j0)| = 0 \end{gathered} \tag{3.14}$$

tj. podešenje regulatora je optimalno, ako su amlitudno–frekventne karakteristike filtera smetnji i njihovih derivacija što manje različite od nule.

Treba primijetiti da je jednadžba (3.14) izvedena za $\omega = 0$ i mogu se dobiti pogrešni rezultati, ako amplitudno–frekventna karakteristika ima izražen rezonantni vrh na rezonantnoj frekvenciji. Ali pri $M < 2$ rezultati su zadovoljavajuće dobri.

U svojstvu primjera, uvjeti (3.14) bit će primijenjeni na standardne regulatore tipa P, I, PI i PID.

P *regulator*

Prenosna funkcija P regulatora je $\mathrm{W_r(s) = k_r}$. Amplitudno–frekventna karakteristika filtra proizvoljne k $-$te smetnje:

$$\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{1}{k_r} \tag{3.15}$$

pri $\omega = 0$ dobiva oblik

$$\left|W_{\phi k}(j0)\right| = \frac{k_{osk}}{k_{ob}} \cdot \frac{1}{k_r} \qquad (3.1$$

gdje su k_{osk} i k_{ob} koeficijenti statičkog pojačanja objekta s obzirom na k $-$tu smetnju i regulirajuću veličinu.

k_r predstavlja jedini stupanj slobode u jednadžbi (3.16) i s obzirom da su k_{osk} i k_{ob} faktori na koje se ne može djelovati, promjena k_r predstavlja jedinu mogućnost da se ta jednačina privede nuli ili na neku minimalnu vrijednost. To se može postići povećanjem k_r i kada $\mathrm{k_r} \rightarrow \infty$, cijeli $W_{\phi k}(j0) \rightarrow 0$. Na taj način, s gledišta najbolje filtracije smetnje, P regulator treba podešavati tako da se k_r postavi na neku maksimalnu vrijednost. U odjeljku 4.4. bit će razmotrena ograničenja na taj zahtjev, koja postavljaju uvjeti relativne stabilnosti konture.

I *regulator*

Prenosna funkcija I regulatora je $W_r(s) = \frac{1}{T_i s}$.

Amplitudno–frekventna karakteristika filtra za proizvoljnu k −tu smetnju u sistemu sa I regulatorom, određena je formulom:

$$\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{\omega}{1/T_i} \tag{3.17}$$

Pri ω = 0 ova karakteristika je jednaka nuli. Zato pri određivanju uvjeta optimalnog podešenja regulatora treba naći izraz za prvu derivaciju te karakteristike:

$$\frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \frac{d}{d\omega}\left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{\omega}{1/T_i} + \left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{1}{1/T_i} \tag{3.18}$$

koja pri ω = 0 ima vrijednost

$$\frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi k}(j0)\right| = \frac{k_{osk}}{k_{ob}} \cdot \frac{1}{1/T_i} \tag{3.19}$$

Odavde slijedi da odstupanje amplitudno–frekventne karakteristike filtra od nule bit će manje što je T_i manje, jer se tada anulira izraz (3.19).

PI *regulator*

Prenosna funkcija PI regulatora je $W_r(s) = k_r\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$

U tom slučaju slijedi:

$$\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{1}{k_r} \cdot \frac{T_i \cdot \omega}{\sqrt{1 + T_i^2\omega^2}} \tag{3.20}$$

Pri ω = 0 taj izraz je jednak nuli, te je potrebno naći prvu derivaciju:

$$\frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \frac{d}{d\omega}\left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{1}{k_r} \cdot \frac{T_i \cdot \omega}{\sqrt{1 + T_i^2\omega^2}} +$$

$$+\left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \left[\frac{1}{\sqrt{1 + T_i^2\omega^2}} - \frac{T_i^2 \cdot \omega^2}{\sqrt{(1 + T_i^2\omega^2)^3}}\right] \cdot \frac{T_i}{k_r} \tag{3.21}$$

koja pri ω = 0 poprima vid

$$\frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi k}(j0)\right| = \frac{k_{osk}}{k_{ob}} \cdot \frac{T_i}{k_r} \tag{3.22}$$

Jednadžba (3.22) ima najmanje odstupanje od nule kad $T_i/k_r \to 0$, te je optimalno podešenje PI regulatora, kada odnos integralnog vremena i pojačanja ima minimalnu vrijednost, odnosno, odnos pojačanja i integralnog vremena je maksimalan.

PID *regulator*

Prenosna funkcija PID regulatora je $W_r(s) = k_r\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$, te je

$$\left|W_{\phi k}(j\omega)\right| = \left|\frac{W_{osk}(j\omega)}{W_{ob}(j\omega)}\right| \cdot \frac{1}{k_r} \cdot \frac{T_i \cdot \omega}{\sqrt{(1 - T_d T_i \omega^2)^2 + T_i^2 \omega^2}} \tag{3.23}$$

Prva derivacija ovoga izraza pri $\omega = 0$ je:

$$\frac{d}{d\omega}\left|W_{\phi k}(j0)\right| = \frac{k_{osk}}{k_{ob}} \cdot \frac{T_i}{k_r} \tag{3.24}$$

a druga je derivacija pri $\omega = 0$ i $T_d = 0{,}5\,T_i$ jednaka nuli.

Na taj način, pri optimalnom podešenju regulatora tipa PID, kao i kod PI, neophodno je imati maksimalno mogući odnos, veličine pojačanja prema integralnom vremenu. Pri tome se derivativno vrijeme T_d pojavljuje kao zavisan parametar podešenja koji je jednoznačno vezan sa veličinom integralnog vremena i iznosi polovicu integralnog vremena.

Treba napomenuti da, zbog činjenice što prva derivacija u uvjetima optimalnosti nije jednaka nuli, nego poprima minimalni iznos, odnos pojačanja regulatora prema integralnom vremenu može imati maksimalni iznos pri nešto drugačijoj vrijednosti T_d. Zato relacija

$$T_d = 0{,}5 T_i \tag{3.25}$$

ne predstavlja točnu relaciju odnosa derivativnog i integralnog vremena. Zato treba veličinu k_r/T_i odrediti za nekoliko konstantnih iznosa veličine T_d/T_i, bliskih veličini odnosa 0,5, te se zatim odabere ona vrijednost toga odnosa pri kojoj k_r/T_i ima maksimalnu vrijednost.