

## 4.5. OSOBENOSTI PODEŠENJA REGULACIONE KONTURE SA DIGITALNIM REGULATOROM

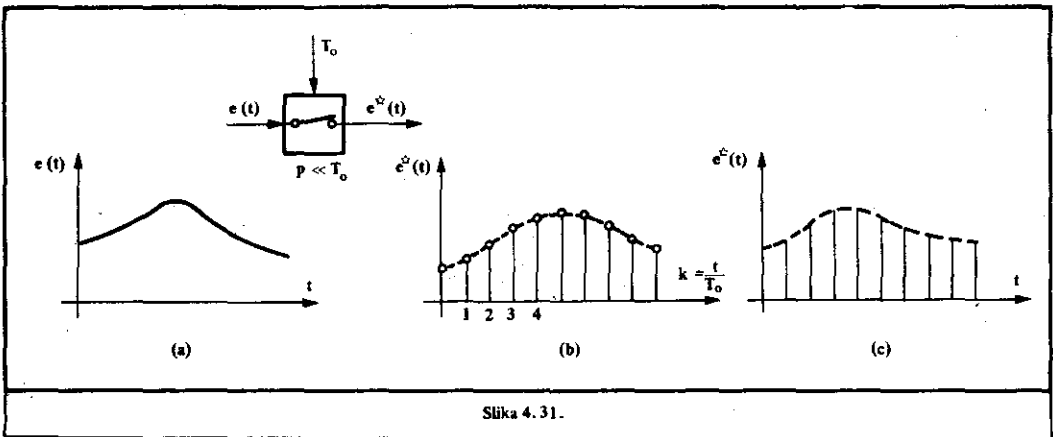
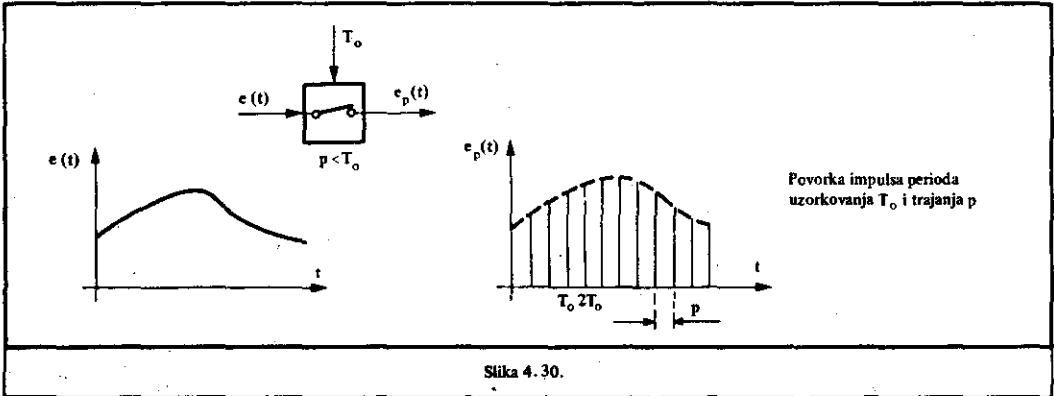
### 4.5.1. Uvod

Primjena digitalne tehnike u automatizaciji industrijskih procesa intenzivnije je počela šezdesetih godina instaliranjem prvog, tzv. procesnog računara. Zbog svoje fleksibilnosti, računar se ubrzo izborio za status „standardne opreme“. Međutim u početku, zbog visoke cijene, bio je primjenjivan jedino pri automatizaciji većih, industrijskih postrojenja. Trajni i još uvijek neprekinuti trend razvoja računara, te stalni pad cijena digitalne opreme uz povećanje funkcionalne moći doveo je do pojave mikroračunara i na mikroračunaru baziranih regulatora — digitalnih regulatora — namijenjenih za regulaciju jednog i više regulacionih krugova.

Hardversko-softverska adaptibilnost digitalnih regulatora ponudila je proširenje koncepta automatizacije industrijskog postrojenja. Tako, automatizacijom na

bazi digitalnog regulatora, projektant može da obuhvati ne samo stacionarni režim rada tehnološkog procesa nego i njegova prelazna stanja, kao što su režimi upuštanja i zaustavljanja objekta.

Digitalni regulator, sam po sebi, predstavlja diskretni sistem s obzirom da vrši diskretizaciju procesnih signala. Diskretni signali mogu biti kvantizirani po amplitudi i u vremenu. Diskretni signal sadrži vrijednosti amplituda u diskretnim momentima vremena, a moguće ga je dobiti uzorkovanjem kontinualnog signala. Kod digitalnih regulatora uobičajena je amplitudna modulacija diskretnog signala. sl. 4.30.



U slučajevima kada je zadržka prekidača  $p$  mnogo manja od vremena prekidanja njegovog aktiviranja  $T_0$  (period uzorkovanja kontinualnog signala) dobiveni diskretni, signal se predstavlja kao na slici 4.31b. Tada  $e(k \cdot T_0)$  označava amplitudu diskretnog signala dobivenu uzorkovanjem u momentu vremena  $t = k \cdot T_0$ . Tako je amplitudno modulirana i u vremenu diskretna funkcija  $e^*(t)$  definisana kao:

$$\begin{aligned}
 e^*(t) &= e(k \cdot T_0) & \text{za } t = k \cdot T_0 \\
 e^*(t) &= 0 & \text{za } k \cdot T_0 < t < (k+1) \cdot T_0 \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (4.104)
 \end{aligned}$$

Prekidač sa karakteristikom  $p \ll T_0$  naziva se idealnim i modelira se nizom delta-funkcija  $\delta_T(t)$  koje postoje u momentima vremena  $t = k \cdot T_0$ :

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(k \cdot T_0). \quad (4.105)$$

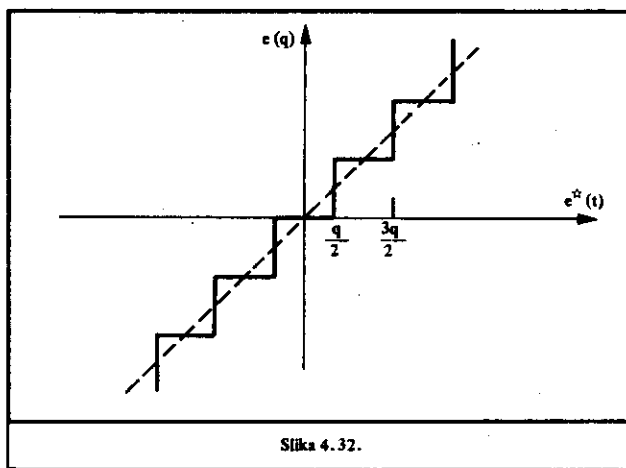
Prema tome, izlazni signal idealnog prekidača je impulsna funkcija  $e^*(t)$  (sl. 4.31c):

$$e^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(k \cdot T_0) \cdot \delta(t - kT_0). \quad (4.106)$$

Kod digitalnih regulatora funkciju idealnog prekidača obavlja analogno-digitalni konvertor koji, pored vremenske, vrši i amplitudnu kvantizaciju ulaznog signala.

Amplitudna kvantizacija se ne provodi idealno jer se numerička vrijednost ulaznog signala zaokružuje na najbliži fiksni nivo. Broj fiksnih nivoa je u direktnoj sprezi sa konačnom rezolucijom analogno-digitalnog konvertora.

Ulazno-izlazna karakteristika analogno-digitalne konverzije prikazana je na slici 4.32. Zbog ograničenog broja bita kojima se numerička vrijednost kontinualnog signala može predstaviti, broj nivoa kvantizacije je ograničen i iznosi  $2^N - 1$  pod pretpostavkom da je kontinualni signal moguće konvertovati u  $N$ -bitnu binarnu vrijednost.



Slika 4.32.

Razlika između dva nivoa zove se kvant diskretizacije  $q$  i predstavlja ekvivalent analogne vrijednosti koja odgovara najmanje značajnom bitu numeričke vrijednosti, a računa se prema izrazu [13]

$$q = (1/(2^N - 1)) \cdot PO \quad (4.107)$$

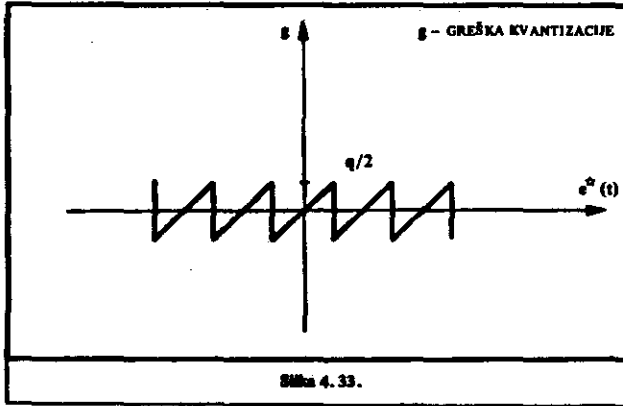
gdje je  $PO$  puni opseg ulaznog signala\*.

\* Na primjer,  
za 10 bitni konvertor  $q = 10 \text{ V}$ ;  $1/023 = 9,77 \text{ mV}$   
za 12 bitni konvertor  $q = 10 \text{ V}$ ;  $4/095 = 2,44 \text{ mV}$ .

U opštem slučaju, za proces analognog-digitalne konverzije važi da je:

$$e = e(q) + g \quad (4.108)$$

gdje  $g$  predstavlja grešku kvantizacije pri pretvaranju kontinualnog signala  $e = e(t)$  u digitalnu formu  $e(q)$ , sl. 4.33.



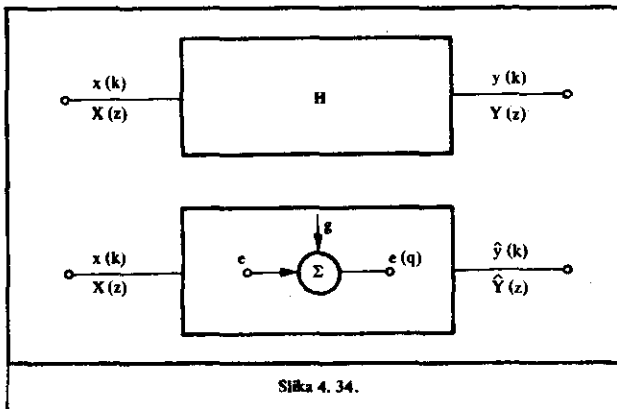
Za slučaj linearnog sistema bez prisustva greške kvantizacije (sl. 4.34), u  $z$ -domenu, važi da je:

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z). \quad (4.109)$$

Uz prisustvo greške kvantizacije, regulirana veličina  $\hat{y}(z)$  postaje:

$$\hat{Y}(z) = H(z) \cdot X(z) + H_1(z) \cdot G(z, e) \quad (4.110)$$

$$\bar{Y}(z) = Y(z) - \hat{Y}(z) = -H_1(z) \cdot G(z, e) \quad (4.111)$$



gdje  $G(z, e)$  predstavlja  $z$ -transformat koji je posljedica greške kvantizacije.  $G$  je napisan kao funkcija od  $e$  da se naglasi da jednačina (4.110) nije linearna zato što nije moguće izračunati  $G$  iako se raspolaže sa vrijednošću  $e$ . Međutim, nije ni potrebno znati točnu vrijednost  $\hat{Y}$ , nego gornju granicu  $\hat{Y}(k)$ .

S obzirom da se želi odrediti greška kvantizacije  $\bar{y}(k)$  u vremenskom domenu, potrebno je pronaći konvolucioni ekvivalent prethodne relacije:

$$\bar{y}(n) = - \sum_{k=0}^n h_1(k) g(n-k, e) \quad (4.112)$$

pa je

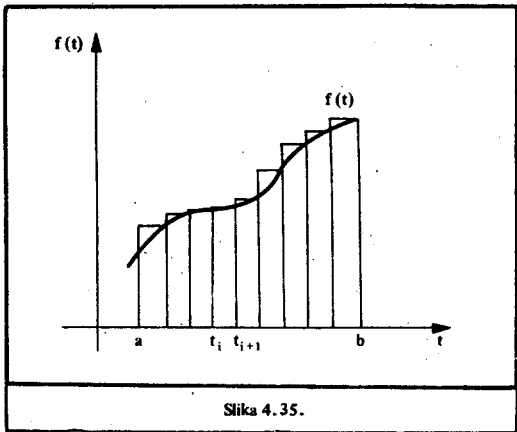
$$|\bar{y}(n)| \leq \left| \sum_0^n h \cdot g \right| \leq \sum_0^n |h \cdot g| = \sum_0^n |h| \cdot |g| \leq \sum_0^n |h| \cdot \frac{q}{2}. \quad (4.113)$$

Dobiveni rezultat (4.113) ukazuje da izlaz stabilnog linearnog sistema, i pored prisustva greške kvantizacije i nelinearnosti u zatvorenoj konturi, ni u kom slučaju neće imati grešku veću od one definisane sa (4.113), tj. najgore što se može desiti su oscilacije ili fluktuacije u blizini stacionarnog stanja čija maksimalna vrijednost zavisi od  $q/2$  (granični krug u faznom prostoru).

Treba napomenuti da A/D konvertor nije i jedini izvor greške u konturi sa digitalnim regulatorom. Slično razmatranje provedeno za grešku konverzije može se provesti i za grešku usljed D/A konverzije na izlazu regulatora, te za uticaj same digitalne realizacije algoritama (greške pri množenju i dijeljenju zbog ograničene dužine riječi).

#### 4.5.2. Diskretna forma regulacionih algoritama

Regulacioni algoritmi se u digitalnom regulatoru izvršavaju programski. Stoga e potrebno kontinualnu formu zakona regulacije prevesti u njen diskretni oblik pogodan za numeričku obradu signala. Diskretizacija kontinualne forme matematskog izraza zakona regulacije sastoji se u zamjeni integrala vremenske funkcije regulacionog odstupanja sa konačnom sumom, a derivacije sa konačnom razlikom. Integral može biti aproksimiran konačnom sumom pravougaonika, ili trapeza ili, u opštem slučaju, konačnom sumom poligona. U ovom tekstu biće upotrijebljena aproksimacija pravougaonicima, sl. 4.35.



Kod aproksimacije integrala funkcije  $f(t)$  za pravougaonicima sa gornje strane, površina jednog pravougaonika je  $f(t_i) \Delta t$ , pa se integral zamjenjuje sa

$$\int_a^b f(t) dt = \sum_{i=1}^k f(t_i) \Delta t. \quad (4.114)$$

Jasno je da će bolja aproksimacija biti ako je  $\Delta t$  što manje, što je, s druge strane, ograničeno, o čemu postoji razmatranje u daljem tekstu.

Izvod funkcije  $f(t)$  se zamjenjuje konačnom razlikom:

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{\Delta t}. \quad (4.115)$$

#### 4.5.2.1. Diskretna forma idealnog PID algoritma

Matematski oblik kontinualnog idealnog PID algoritma definisan je relacijom (4.116)

$$x(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_a^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4.116)$$

gdje su

- $x(t)$  — regulirajuća veličina
- $e(t)$  — regulaciono odstupanje (greška)
- $K_c$  — pojačanje
- $T_i$  — integralno vrijeme
- $T_D$  — derivativno vrijeme.

Diskretna forma idealnog PID algoritma, sa ovdje prihvaćenim načinom aproksimacije integralnog člana, navedena je u relaciji (4.117). Potrebno je uočiti da se u realnom vremenu diskretna forma regulacionog algoritma izvršava unutar svakog perioda uzimanja uzoraka procesnog signala, te je period uzimanja uzoraka  $T_0$  upravo ono vrijeme  $\Delta t$  unutar kojeg se vrši aproksimacija vremenski kontinuirane funkcije, to jest aproksimacija njenog integrala, odnosno derivacije.

$$x(kT_0) = K_c \left[ e(kT_0) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} \{e(kT_0) - e[(k-1)T_0]\} \right] \quad (4.117)$$

odnosno

$$x[(k-1)T_0] = K_c \left[ e[(k-1)T_0] + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^{k-1} e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} \{e[(k-1)T_0] - e[(k-2)T_0]\} \right]. \quad (4.118)$$

Pri tome, za obradu u računaru, mnogo je pogodniji rekurzivni ili inkrementalni oblik matematske funkcije s obzirom da je rekurzivnim oblikom eliminisano

računanje sume u svakom momentu  $k \cdot T_0$ , nego se računanja svode samo na računanja razlike stanja u odnosu na prethodno.

Rekurzivni oblik idealnog PID algoritma definisan je relacijom (4.119) koja je nastala oduzimanjem (4.118) od (4.117). U navedenom izrazu je  $k \cdot T_0$  zamijenjeno sa  $k$ :

$$x(k) = x(k-1) + K_c \left[ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_i} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right] \quad (4.119)$$

što sređivanjem daje

$$x(k) = x(k-1) + K_c \left[ \left( 1 + \frac{T_0}{T_i} + \frac{T_D}{T_0} \right) e(k) - \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T_0} \right) e(k-1) + \frac{T_D}{T_0} e(k-2) \right]. \quad (4.120)$$

#### 4.5.2.2. Diskretna forma realnog PID algoritma

Derivativni član u idealnom PID algoritmu je osjetljiv na šumove. Stoga je potrebno ugraditi niskopropusni filter 1. reda u derivativni član algoritma.

Kontinualna matematska forma takvog realnog PID algoritma definisana je izrazom:

$$G(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_D s}{1 + T_i s} \right]. \quad (4.122)$$

Primjenjujući isti postupak kvantizacije kao u slučaju idealnog algoritma, dobije se da je rekurzivni oblik realnog PID algoritma definisan sa:

$$x(k) - x(k-1) = K [e(k) - e(k-1) + C_I e(k) + d(k) - d(k-1)] \quad (4.122)$$

gdje su

$$d(k) = \frac{C_F}{1 + C_F} d(k-1) + \frac{C_D}{1 + C_F} (e(k) - e(k-1)) \quad (4.123)$$

$$C_F = \alpha \cdot C_D \quad e(k) = X_z(k) - Y(k)$$

$$C_D = \frac{T_D}{T_0}$$

$$C_I = \frac{T_0}{T_i}$$

#### 4.5.3. Greške koje su rezultat kvantizacije

Prva greška rezultat je nelinearnosti koju u regulacioni krug unosi digitalni regulator zbog kvantizacije vremenski kontinualnog signala (A/D konverziju na ulazu i D/A konverziju na izlazu).

Druga greška posljedica je efekta zaokruživanja numeričkih vrijednosti u softverskom proračunu regulacionih algoritama.

Ovo zaokruživanje je prisutno kako pri proračunu u aritmetici fiksne točke tako i u aritmetici sa pokretnim zarezom zbog konačne dužine digitalnog reprezentanta informacije koja se obrađuje.

Moguće je pokazati da je zaokruživanje nelinearna operacija sa istim oblikom ulazno-izlazne karakteristike kao kod analogno-digitalne konverzije, koja je prethodno detaljno opisana.

Treća greška rezultat je kola sa zadržkom nultog reda, a daje efekat dodatnog kašnjenja u konturi, koje nije prisutno kod analogne obrade signala, a rezultira dodatnim pomakom svakog vektora amplitudno-fazne karakteristike otvorene konture.

Prisustvo navedenih nelinearnosti u okviru regulacionog kruga grafički je ilustrovano na slici 4.36.

Očigledno da se u regulacionoj konturi, realizovanoj sa digitalnim regulatorom, nelinearnost javlja u više točaka. Teorijski utemeljena analiza uticaja samo jedne nelinearnosti na dinamičko i statičko ponašanje regulacionog kruga veoma je komplikovana. Otuda je i analiza efekta uticaja svih nelinearnosti prisutnih u digitalnom regulacionom krugu veoma komplikovana i u metodološkom smislu problematična. Najčešće literatura obrađuje specifične (pojednostavljene) slučajeve koji su dobiveni pretpostavkama o statistički uniformnoj raspodjeli greške kvantizacije, o maksimalno mogućoj greški kvantizacije itd. Metod opisnih funkcija i direktni metod Ljapunova mogu takođe biti korišteni za analizu stabilnosti [13].

Vjerovatno da je simulacija jedini mogući put za ispitivanje efekta kvantizacije kod netrivialnih procesa i regulacionih algoritama.

Efekat kvantizacije je naročito interesantan za analizu ponašanja regulacione konture za koju se pretpostavlja da je asimptotski stabilna u situacijama neprisustva ovih nelinearnosti.

Prisustvo nelinearnosti izaziva sljedeće efekte:

a) Regulacioni krug ostaje aproksimativno asimptotski stabilan ako je efekat kvantizacije zanemarljiv; regulaciono odstupanje, nakon inicijalne promjene, postaje:

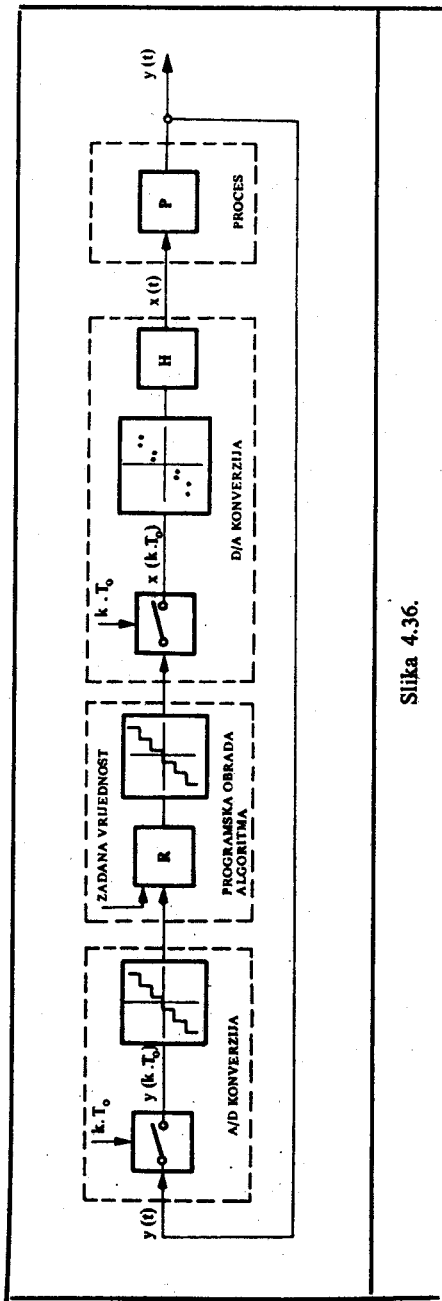
$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \cong 0. \quad (4.124)$$

b) Regulacioni krug se ne vraća u početno stacionarno stanje; pojavljuje se statička greška u konturi:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \neq 0. \quad (4.125)$$

c) Javlja se dodatni slučajni signal — šum kvantizacije (šum zaokruživanja) — kao posljedica neprestane uzbune regulacionog kruga.





Slika 4.36.

d) Pojava graničnog kruga, perioda  $M$ ,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k + M) \neq 0 \quad (4.126)$$

gdje je  $M$  mantisa numeričke veličine pripremljene za rad u aritmetici sa pokretnim zarezom (bilo koji broj  $L$  na taj način se predstavlja kao  $L = M \cdot 2^E$ , gdje je  $E$  broj ovisan o dužini riječi).

#### 4.5.4. Podešenje parametara diskretnih PID algoritama

Diskretizacija procesnog signala unosi, u dinamičkom smislu, u regulacioni krug dodatno kašnjenje, otuda period uzorkovanja  $T_0$  se, pored pojačanja, integralnog i derivativnog vremena, javlja kao dodatni, četvrti parametar podešenja diskretnog PID algoritma, odnosno digitalnog regulatora.

(a) Da bi uzorkovani signal bilo moguće rekonstruisati u kontinualni, teorema Šenona traži  $T_0 < \pi/\omega_c$ , gdje je sa  $\omega_c$  predstavljena maksimalna frekvencija spektra kontinualnog signala.

(b) Praksa je generisala niz empirijskih preporuka za izbor perioda uzorkovanja, koje ukazuju na sljedeće:

- Ako je dominantno vrijeme kašnjenja i ako je prirodni period oscilovanja  $T_n$  regulacionog kruga poznat, tada period uzorkovanja okvirno tražiti prema

$$T_0 \approx (1/8 \div 1/16) 2\pi \cdot T_n \quad (4.127)$$

- Ako je dominantno vrijeme kašnjenja i ako je poznato vrijeme kašnjenja  $\tau$ , tada period uzorkovanja okvirno tražiti prema

$$T_0 \approx (1/4 \div 1/8) \tau. \quad (4.128)$$

Opšta je odrednica da vrijeme uzorkovanja treba ravnopravno tretirati sa ostala tri standardna parametra podešenja. Kako su se diskretni regulacioni algoritmi u svojoj industrijskoj realizaciji pojavili znatno kasnije od analognih i kako je dinamičko ponašanje, pa i podešavanje kontinualnih regulatora bilo dobro poznato, logičan je put da se procedura podešenja diskretnih algoritama učini što sličnijom proceduri za kontinualne algoritme.

Efekat uzorkovanja unosi u regulacioni krug dodatno kašnjenje u iznosu od  $T_0/2$ , što je aproksimacija efekata kašnjenja koje unosi procedura uzorkovanja i rekonstrukcije signala. Stoga se za konturu sa diskretnim regulatorom polazi od toga da je ekvivalentno kašnjenje konture jednako zbiru čistog kašnjenja objekta i polovine perioda uzorkovanja, to jest:

$$\tau_{ekv} = \tau + \frac{T_0}{2} \quad (4.129)$$

što čini upotrebljivim izraze, odnosno dijagrame izvedene za podešenje konture sa kontinualnim regulatorom.

(tj. kada je član uz  $s$  jednak nuli), sa frekvencijom

$$\omega = \sqrt{\frac{4 k_{ob} B}{\pi A T_{ob}}} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}. \quad (4.184)$$

Rješavajući posljednje dvije jednačine po  $B$  i  $a$ , dobiju se jednačine za podešavanje:

$$B = \frac{\pi A}{4 k_{ob}} \sqrt{1 + T_{ob}^2 \omega^4} \quad (4.185)$$

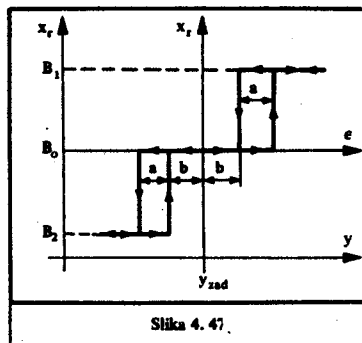
$$a = \frac{A}{\sqrt{1 + T_{ob}^2 \omega^4}}. \quad (4.186)$$

Stavljajući u ove jednačine vrijednost za dopustivu amplitudu oscilacija  $A$  (u ranijim primjerima  $\Delta y$ ) i frekvenciju preključivanja regulatora, dobiju se parametri podešavanja regulatora.

Na ovaj način moguće je tretirati i konture sa drugim objektima.

#### 4.6.6. Kontura sa tropozicionim regulatorom

U situacijama kada visoka točnost održavanja regulirane veličine nije od primarnog značaja, a životni vijek izvršnog organa treba da bude što duži i objekat nije izložen čestim i dugotrajnim smetnjama, može se primijeniti posebna vrsta regulatora — tropozicioni regulator koji predstavlja poseban vid dvopozicionog regulatora sa zonom neosjetljivosti koja definira treće moguće stanje regulatora. Statička karakteristika takvog regulatora je pokazana na slici 4.47.

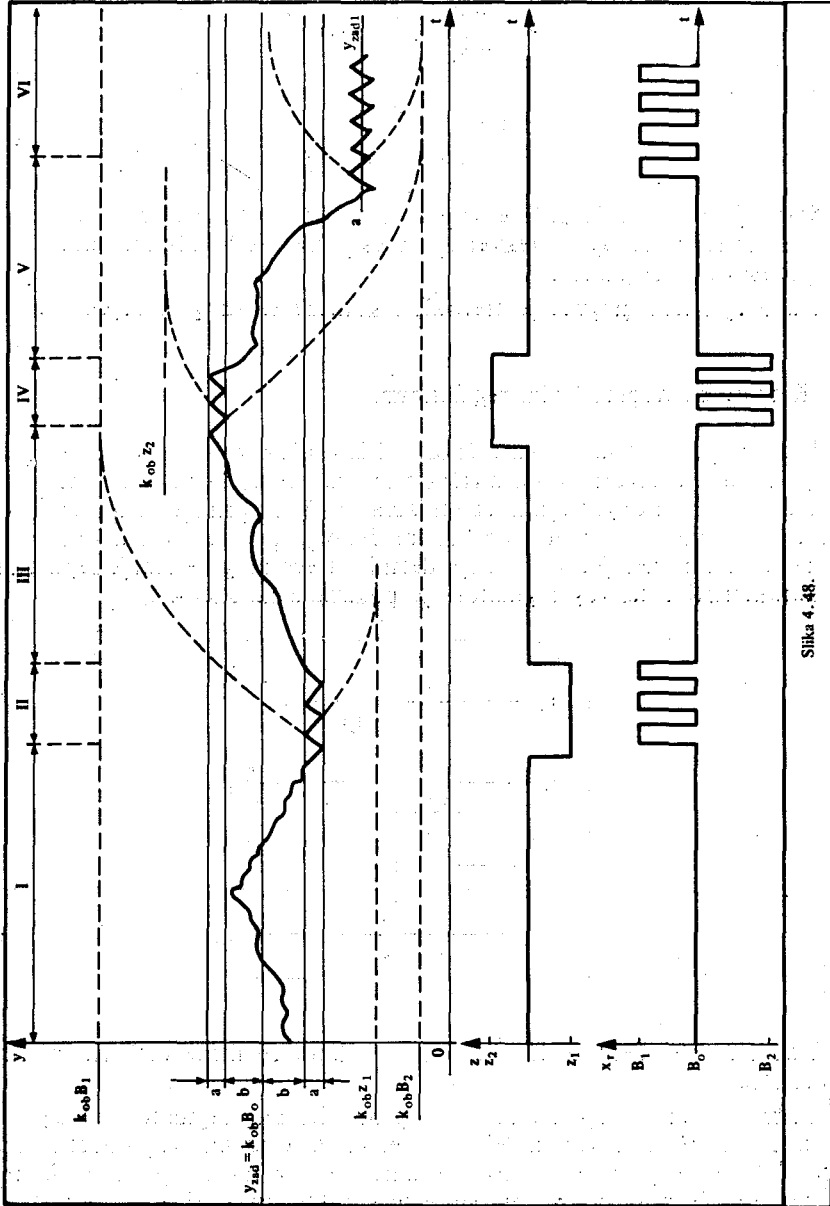


Slika 4.47.

Kao što je evidentno, tropozicioni regulator se može ostvariti pomoću dva dvopoziciona.

Osnovno ograničenje na primjenu tropozicionog regulatora sa relejnim elementom kao izvršnim organom leži u činjenici da se zadana vrijednost ne može mijenjati, a da se ne promijeni i nivo regulirajuće veličine  $B_0$ , jer bi inače regulator radio samo sa jednom polovinom statičke karakteristike, tj. kao dvopozicioni, što

bi učinilo apsurdnom njegovu primjenu. Naime, osnovni projektni parametar za sintezu konture sa tropozicionim regulatorom je određivanje nivoa  $B_0$ , koji mora biti takav da pri odsustvu smetnji drži objekat u zoni  $\pm b$  oko zadane vrijednosti. Slika 4.48. pokazuje jednu od mogućih kombinacija režima u kojima se može naći regulirana veličina  $y$  statičkog objekta upravljano tropozicionim regulatorom. (Primjena na astatickom objektu ne dolazi u obzir pošto nivo  $B_0$  ne dovodi do stacionarnog stanja koordinate  $y$ ). Prikazano je šest različitih situacija.



Slika 4.48.

I. Stacionarno stanje se održava pomoću nivoa  $B_0$  regulirajuće veličine. Unutar zone  $2b$  koordinata  $y$  fluktuirala slobodno, pod uticajem slučajnih smetnji malog nivoa koji nije dovoljan da koordinatu  $y$  izvede iz zone  $2b$ . Izvršni organ miruje u stanju  $B_0$ .

II. Skokovita smetnja nivoa  $Z_1$  djeluje na objekat, izbacuje koordinatu  $y$  (reguliranu veličinu) iz zone  $2b$  i regulator uključuje nivo regulirajuće veličine  $B_1$  koja vraća  $y$  u zonu  $2b$ . Čim  $y$  prođe raspon  $a$ , ponovo se uključuje  $B_0$ , ali pošto smetnja  $Z_1$  i dalje djeluje,  $y$  ponovo napušta zonu  $2b$  i to se ponavlja sve dok traje  $Z_1$  sa dovoljnim intenzitetom da izbacuje  $y$  iz zone  $2b$ . Regulator radi kao dvopozicioni komutirajući izvršni organ sa  $B_0$  na  $B_1$ , i obratno.

III. Smetnja je nestala,  $B_0$  ponovo kao u I drži  $y$  u zoni  $2b$ , traje stacionarno stanje koordinate  $y$ .

IV. Pojavila se nova smetnja intenziteta  $Z_2$ , regulator radi na gornjoj histereznoj petlji, regulirajuća veličina se komutira sa  $B_0$  na  $B_2$ , i obratno.

V. Ponovo stacionarno stanje,  $B_0$  drži  $y$  unutar zone  $2b$ .

VI. Promijenjena je zadana vrijednost sa  $y_{zad}$  na  $y_{zad1}$ . Nova zadana vrijednost se ne postiže niti nivoom  $B_0$  niti nivoom  $B_2$ , nego regulator u režimu dvopozicionog ostvaruje trajne komutacije sa  $B_0$  na  $B_2$ , i obratno. Postoji trajno kvazistacionarno stanje, izvršni organ trajno komutira. Prednost tropozicionog regulatora (rijetke komutacije samo za vrijeme postojanja velike smetnje) se gubi, komutacije postoje i kada nema smetnji.

Nepovoljnost situacije VI se gubi ako se promjena zadane vrijednosti veže sa odgovarajućom promjenom nivoa  $B_0$ . Zakon koji povezuje  $y_{zad}$  sa  $B_0$  ovisi o svakom konkretnom objektu.

Kao što se iz izloženog može zaključiti, ovakav tip regulacije ima smisla samo kod specijalnih objekata koji rade u mirnom režimu pretežan period vremena, a podvrgnuti su kratkotrajnim smetnjama bez promjene zadane vrijednosti.

Kvantitativni proračun ovakve konture izvodi se postupkom pokazanim u odjeljku 4.5.4.

Međutim, ako se kao izvršni organ ovakvog regulatora upotrijebi električki asinhroni motor, koji se uključuje i isključuje relejnim elementom koji je u prethodnom primjeru bio sam krajnji izvršni organ, a ovdje predstavlja samo dio izvršnog organa iza koga slijedi integracioni blok (motor), situacija se suštinski mijenja i ograničenje na promjenu zadane vrijednosti u tom slučaju ne postoji. Statička karakteristika tropozicionog regulatora sa izvršnim organom konstantne brzine je po formi kao i ona sa sl. 4.47, sa razlikom da ova ordinata predstavlja  $y$  (pošto je motor konstantne brzine, može se predstaviti blokom sa integracionom karakteristikom čiji je izlaz  $y$ ). Motor ima tri moguća stanja (pokretanje u jednu stranu  $B_1$ ; mirovanje  $B_0$ ; pokretanje u drugu stranu  $B_2$ ).

Na taj način je obezbijeđeno da nivou  $B_0$  odgovara uvijek  $|\varepsilon| < b$ , nezavisno od postavljene zadane vrijednosti.

Parametar podešenja  $\pm b$  regulatora se bira na osnovu zahtjeva tačnosti održavanja regulirane veličine na zadanoj vrijednosti (veća tačnost manji  $b$ ) i zahtjeva dugovječnosti motora i prekidača koji ga uključuju (duži vijek veći  $b$ ).

U svakom slučaju  $b$  ne smije biti tako malen da se desi da motor dobije istovremeno komande  $B_1$  i  $B_2$ , jer to dovodi do havarijskog stanja u sistemu. Ako se uzme da tropozicioni regulator radi na jednoj svojoj histereznoj petlji kao dvopo-

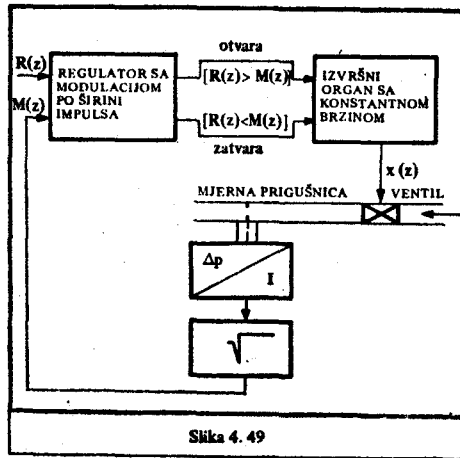
zicioni, onda oscilacije kvazistacionarnog stanja jedne petlje ne smiju da se preklope sa onima od druge petlje, što se osigurava izborom  $b$ :

$$b > \Delta y \quad (4.187)$$

gdje je  $\Delta y$  amplituda kvazistacionarnog stanja dvopozicionog regulatora.

#### 4.7. KONTURA SA IMPULSNIM REGULATOROM SA MODULACIJOM PO ŠIRINI IMPULSA

Električki izmjenični trofazni motor nije moguće upotrijebiti kao izvršni organ u regulacionom sistemu sa analognim regulatorom. Međutim, impulsni regulator sa dva izlazna kanala, sa modulacijom po širini impulsa je sasvim adekvatan za primjenu u sklopu sa takvim motorom koji predstavlja najjeftiniji pogon regulacionog ventila. Slika 4.49. pokazuje primjer regulacionog kruga sa impulsnim regulatorom sa modulacijom po širini impulsa i izvršnim organom sa konstantnom brzinom, a regulira se protok fluida kroz cijev.



Regulator generira na svom izlazu impulse konstantne amplitude. Trajanje impulsa je proporcionalno razlici između zadane vrijednosti i mjenog signala. Polaritet te razlike određuje koji od dva izlazna kanala je aktiviran. Kada je signal greške nula, nijedan kanal nije aktiviran i izlazni signal je nula.

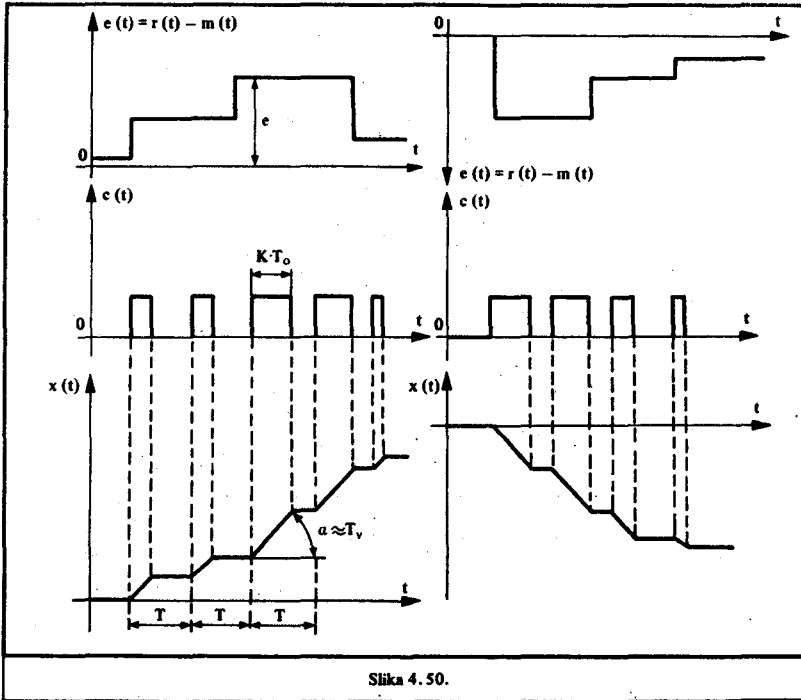
Slika 4.50. pokazuje odnose među signalima u ovom regulacionom krugu.

Regulacioni sistem sa modulacijom po trajanju impulsa je impulsni sistem pošto signal greške generira izlazni signal samo u dijelu svakog perioda odabiranja. Prema tome, razmatranje će biti vođeno metodama koje se primjenjuju u impulsnim sistemima.

Da bi se primijenila Z transformacija na ovaj sistem sa modulacijom po trajanju impulsa, mora se pokazati njegova ekvivalentnost sa čistim impulsnim sistemom sa amplitudno-impulsnom modulacijom.

Stvarni sistem prikazan blok-shemom je na slici 4.51.

S obzirom da iza odabirača slijedi čisti integrator, ovaj sistem je ekvivalentan sistemu sa sl. 4.52. koji je impulsni sistem sa amplitudnom modulacijom i kao takav može se tretirati Z transformacijom.



Slika 4.50.

U ovoj analizi koja slijedi, objekat je prvog reda sa vremenskom konstantom  $\tau_{ob}$ .

Na slici 4.50. pozitivnom  $e$  odgovara rad prvog kanala koji znači otvaranje regulacionog ventila.

Negativnom  $e$  odgovara zatvaranje regulacionog ventila, odnosno rad drugog kanala.

Prenosna funkcija otvorenog sistema sa slike 4.52. je:

$$G(s) = K \cdot T \frac{1}{T_v s} \cdot \frac{1/\tau_{ob}}{s + 1/\tau_{ob}} \quad (4.188)$$

što daje u Z domenu

$$G(z) = \frac{kT}{T_v} \frac{z(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{(z - 1)(z - e^{-T/\tau_{ob}})} \quad (4.189)$$

Pošto je  $H(z) = 1$ ;  $HG(z) = G(z)$ , pa je  $z$  prenosna funkcija zatvorenog sistema:

$$W(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{Q \cdot z}{z^2 - Ez + D} \quad (4.190)$$

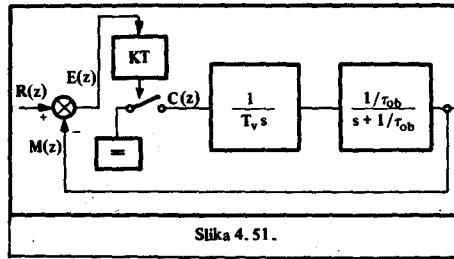
gdje

$$D = e^{-T/\tau_{ob}} \quad (4.191)$$

$$Q = \frac{KT}{T_v} (1 - D) \quad (4.192)$$

$$E = 1 + D - Q. \quad (4.193)$$

Detaljnija razmatranja ovog sistema, kao i analogna simulacija pokazuju da se sistem linearno ponaša za svako pojačanje  $(KT/T_v)(1 - e^{-T/\tau_{ob}}) = Q$  za koje su polovi  $W(z)$  u  $Z$  ravni nadesno od imaginarne ose.



Slika 4.51.

Za veće  $(KT/T)(1 - e^{-T/\tau_{ob}})$  sistem radi nelinearno — javlja se granični krug.

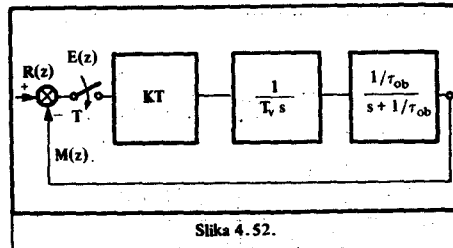
Iz jednačbe (4.189) slijedi korijenski hodograf sa slike 4.53. sa polovima  $Z = D$ ,  $Z = 1$  i nulom,  $Z = 0$ .

Primjenom pravila o konstrukciji korijenskog hodografa u  $z$  domenu slijedi da je točka razdvajanja:

$$R = e^{-T/2\tau_{ob}}. \quad (4.194)$$

Takođe slijedi da je u nekoj točki  $Z_1$  korijenskog hodografa pojačanje zatvorenog sistema dato podatkom amplituda vektora (koji imaju ishodište u polovima, odnosno nulama, a vrh u toj točki  $Z_1$ ):

$$Q = \frac{|A| |B|}{|C|} \quad (4.195)$$



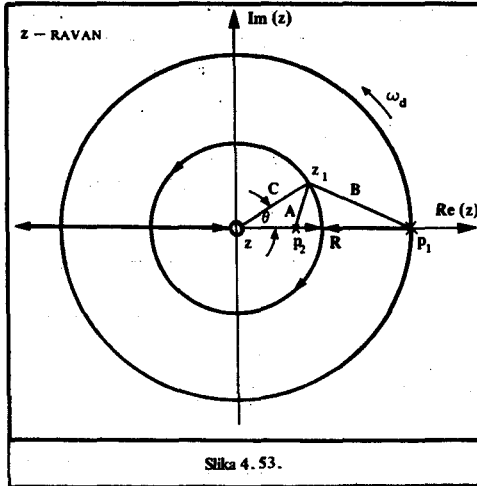
Slika 4.52.



a koji su pokazani na slici 4.53. Koristeći jednačbe (4.191) i (4.192), dobije se:

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{\frac{|A| |B|}{|C|}} \quad (4.196)$$

Ovo je opća forma krivulja koje će se koristiti za podešavanje regulatora, a koje će se crtati za minimalno vrijeme smirenja i određenu veličinu preskoka.



Veličina preskoka je funkcija stepena gušenja  $\xi$ . Za minimalno vrijeme smirenja, bez preskoka, sistem je kritički prigušen, što odgovara točki  $R$  na hodografu. Vrijednost  $Q$  se na toj točki može računati preko jednačbe (4.195) koristeći poznatu vrijednost za  $R$  i polove i nulu, te slijedi iz jednačbe (4.196):

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{1 - e^{-T/\tau_{ob}}}{1 + e^{-T/\tau_{ob}} - z \cdot e^{-T/2\tau_{ob}}} \quad (4.197)$$

Za bilo koji drugi iznos preskoka ugao  $\theta$  na hodografu se može računati iz  $\xi$ :

$$\theta = \omega_d \cdot T = T \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = \frac{T}{2 \tau_{ob}} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \quad (4.198)$$

(jer je kanonska forma karakteristične jednačine zatvorenog sistema u  $s$  domenu

$$s^2 + \frac{1}{\tau_{ob}} s + \frac{KT}{T_v \tau_{ob}},$$

te je

$$\frac{1}{\tau_{ob}} = 2 \xi \omega_n,$$

tj.

$$\omega_n = \frac{1}{2 \tau_{ob} \xi}.$$

Za određeni  $\xi$  vrijednost  $Q$  se računa grafički sa hodografa. Stavljajući tu vrijednost za  $Q$  u jednadžbu (4.196), slijedi jednačina krive za određeni stepen prigušenja  $\xi$ :

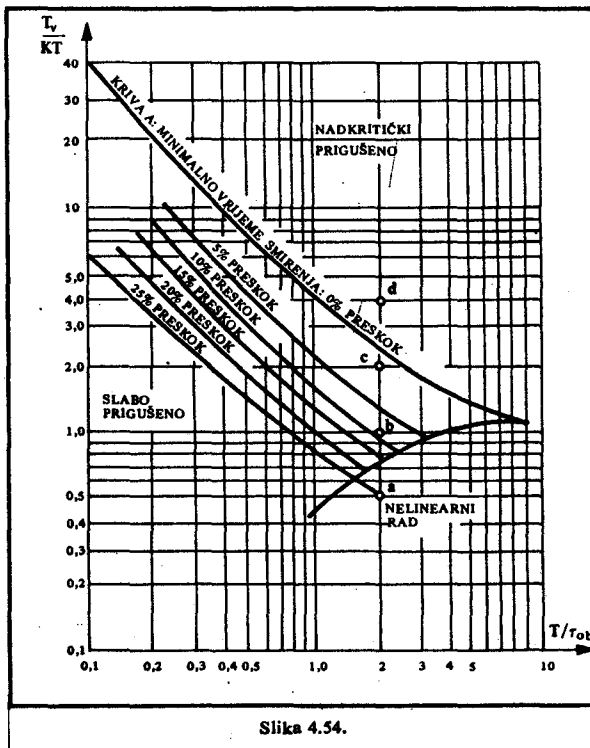
$$\left[ \frac{T_v}{KT} = f(T/\tau_{ob}) \right]_c. \quad (4.199)$$

Kriva  $A$  na sl. 4.54. je za  $\xi = 1$ , tj. za kritički prigušeni slučaj na osnovu (4.197).

Analogna simulacija pokazuje da se nelinearni rad dešava kada korijeni pređu  $I_m(z)$  osu, te je  $I_m(z)$  osa granica linearnog rada. Iz jednadžbe (4.190) slijedi da član  $E$  određuje položaj korijena i  $E=0$  određuje tu granicu.

Pomoću jednadžbi (4.191), (4.192) i (4.193) slijedi:

$$E = 1 + e^{-T/\tau_{ob}} - \frac{KT}{T_v} (1 - e^{-T/\tau_{ob}}) = 0. \quad (4.200)$$



Slika 4.54.

Prostim transformacijama se dobije

$$\frac{T_v}{KT} = \frac{(1 - e^{-T/\tau_{ob}})}{(1 + e^{-T/\tau_{ob}})}. \quad (4.201)$$

To je jednačina granice linearnog rada u  $T_v/KT=f(T/\tau_{ob})$ , u dijagramu kriva  $C$ .

Krive sa slike 4.54. su crtane prema izvedenim izrazima, a vrijeme smirenja je definirano kao  $\pm 1,8\%$  od novozadane vrijednosti. Krive su crtane za minimalno vrijeme smirenja na određenom stepenu preskoka.

Kao što je poznato iz Teorije impulsnih sistema, povećanje vremena odabiranja  $T$  smanjuje stabilnost sistema. Zato se za proces bez čistog kašnjenja teži uvođenju što manjeg vremena odabiranja. Minimalna vrijednost  $T$  zavisi o osobinama izvršnog organa. Ako je vrijeme  $T$  prekratko, može se desiti da impulsi na izlazu iz regulatora ne budu dovoljno dugački da prevaziđu trenje u izvršnom organu koji se neće pokretati na svaki impuls ili može početi raditi na nelinearan način.

Čak ako trenje i ne predstavlja problem, prečesti rad izvršnog organa može da uzrokuje njegovo nepotrebno habanje. Da se ograniči, prečesto kretanje izvršnog organa  $T$  je potrebno uskladiti sa preporukama proizvođača izvršnog organa. U tu svrhu se takođe uvodi i zona neosjetljivosti u statičku karakteristiku regulatora, koja omogućava da izvršni organ miruje za mala odstupanja regulirane veličine.

Uz poznatu vremensku konstantu objekta  $\tau_{ob}$  i usvojen period odabiranja  $T$ , podešenje pojačanja  $K$  regulatora se usvaja na nekoj nominalnoj srednjoj vrijednosti i  $T_v$  se nađe unošenjem radne točke u dijagram sa sl. 4.54.

Na primjer, za  $T = 15$  s

$$K = 2 \quad (4.202)$$

$$\tau_{ob} = 7,5 \text{ s.}$$

Pri tome:

$T_v = 15$  sekundi (točka  $a$ ) daje prelazni proces sa oko 25% preskoka, ali pošto je ispod krive  $C$ , postojaće i granični krug.

$T_v = 30$  sekundi (točka  $b$ ) daje preskok oko 8%.

$T_v = 60$  sekundi (točka  $c$ ) daje prelazni proces bez preskoka.

$T_v = 120$  sekundi će dati natkritički prigušen odziv sistema.

Izbor zavisi od tehničkih uslova koje zadaju uslovi tehnologije reguliranog objekta.